Astr. Un
132 in 115
4b

Digitized by Google

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE

NACHRICHTEN.

herausgegeben

von

H. C. Schumacher,

würklichem Etatsrathe, ordentlichem Professor der Astronomie in Copenhagen, Commandeur vom Dannebroge und Dannebrogsmann, Ritter des Königl. Schwed. Nordsternordens, des Königl. Preufsischen Rothen Adlerordens dritter Classe, des Kaiserl. Russischen Stanislausordens derselben Classe und der Ehrenlegion, Mitgliede der Königl. Gesellschaften der Wissenschaften in Copenhagen, London, Edinburgh, Stockholm und Göttingen, der Königl. astron. Gesellschaft in London, der americanischen Gesellschaft der Wissenschaften in Philadelphia, der physiographischen Gesellschaft in Lund, und der naturforschenden Gesellschaft in Danzig, Ehrenmitgliede der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften in Dublin, der meteorolog. Gesellschaft in London, der Society of useful arts in Edinburgh, der mathematischen Gesellschaft in Hamburg und der naturforschenden Gesellschaft in Rostock, Correspondenten des Französischen Instituts, der Kaiserl. Academie der Wissenschaften in St. Petersburg, der Königl. Gesellschaften der Wissenschaften in Berlin, Brüssel, Neapel, Padua, Palermo und Turin.

Funfzehnter Band.

mit 1 Kupfertafel, 2 Steindrücken, 2 Beilagen, einem Inhaltsverzeichnifs und einem Register.

Altona 1838.

gedruckt in der *Hammerich*- und *Lesser*'schen Buchdruckerei

Digitized by Google

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Digitized by Google

I n h a l t.

Nr. 337.

Ueber den astronomischen Gebrauch der Mondkarte. Von Herrn Dr. *Mädler* 1.

Nr. 338.

Schreiben des Herrn Professors u. Ritters *Encke*, Directors der Sternwarte in Berlin, an den Herausgeber 17. — *Andr. Lang* Observed Occulations of Stars at St. Croix West Indies 21. Rate of Going of Capt. *Harders* Chronometer (*Urban Jürgensen*) 23. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn *T. Henderson* an den Herausgeber 25. — Ueber die Reduction der Monddistanzen. Von Herrn Professor Dr. *Grunert* zu Greifswald 27. — Zweite Fortsetzung der Untersuchungen über die Grösse des Erdschattens. Von Herrn Dr. *Mädler* 29. Schreiben des Herrn *Kreil*, Adjuncten der Mailänder Sternwarte, an den Herausgeber 29. — Vermischte Nachrichten 31.

Nr. 339—342.

Ueber die Verfinsterung auf der Erde überhaupt. Von Herrn Professor *Hansen*, Director der Sternwarte Seeberg 33. — Auszug aus einem Schreiben Sr. Excellenz des Herrn wirklichen Staatsraths und Ritters *von Struve* an den Herausgeber 103.

Nr. 343.

Ueber den Doppelstern p Ophiuchi. Von Harrn Geheimenrath und Ritter *Bessel* 105.

Nr. 344.

Eine Bemerkung über die Aufstellungsart beweglicher Instrumente. Von Herrn Geh. Rath und Ritter *Bessel* 121. — Ueber ein auf der Dorpater Sternwarte befindliches, mit einem Vertikalkreise versehenes tragbares Durchgangsinstrument aus der mechanischen Werkstäte von *Repsold* in Hamburg. Von Sr. Excellenz dem Herrn Staatsrath *v. Struve* 125.

Beilage zu Nr. 344.

Beitrag zur Theorie der astronomischen Strahlenbrechung. Von Herrn *Fr. W. Barfuss* 137. — Ueber die Bahn des Doppelsterns 3062 Struve. Von Herrn Dr. *Mädler* 151.

Nr. 345.

Ueber ein auf der Dorpater Sternwarte befindliches, mit einem Vertikalkreise versehenes tragbares Durchgangsinstrument aus der mechanischen Werkstäte von *Repsold* in Hamburg. Von St. Excellenz dem Herrn Staatsrath *v. Struve* (Beschluss.) 153. Schreiben des Herrn *Bianchi*, Directors der Sternwarte in Modena, an den Herausgeber 163. — Sternbedeckung in Göttingen 167.

Nr. 346.

Schreiben des Herrn *Kreil*, Adjuncten der Sternwarte in Mailand, an den Herausgeber 169. — Ueber einige Aeusserungen von *Bessel* in den Astr. Nachr. N. 344. 173. — Beobachtungen in Kopenhagen 177. — Schreiben des Herrn *Fischer* in Apenrade an den Herausgeber 183.

Nr. 347.

Ueber den Einfluss der Strahlenbrechung auf Sonnenfinsternisse und Sternbedeckungen etc. Von Hrn. Prof. *Hansen* 185. — Planetenbeobachtungen am Meridiankreise der Sternwarte zu Kremsmünster sammt ihrer Vergleichung mit dem Berliner Astr. Jahrbuche 193. — Beobachtungen in Kopenhagen (Beschluss.) 197. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn Dr. *Mädler* an den Herausgeber 199. — Chronometer 199.

Nr. 348.

Note sur la théorie des perturbations planétaires. Par M. *Hansen* 201. — Schreiben des Herrn Professors *Weisse*, Directors der Sternwarte in Cracau, an den Herausgeber 215.

Nr. 349.

Schreiben des Herrn *Airy*, Astronomer Royal, an den Herausgeber 217. — Physische Beobachtungen des Mars in der Opposition von 1837. Von den Herren *W. Beer* und Dr. *Mädler* 219. — Meridiankreis von *A.* und *G. Repsold*, aufgestellt in der Hamburger Sternwarte im Frühjahre 1836 225. Mondsterne und Sternbedeckungen auf der Cracauer Sternwarte im Jahre 1837 beobachtet, 227 und 229. — Schreiben des Herrn Professors *Benzenberg* an Herrn Dr. und Ritter *Olbers* 229. — Erklärung 231.

Nr. 350.

Bestimmung der Rotationselemente der Himmelskörper aus Beobachtungen von Punkten oder Flecken auf ihren Oberflächen. Von Herrn *Henderkamp*, Oberlehrer der Mathematik und Naturwissenschaften am Gymnasium zu Hamm in Westphalen 233. — Ueber die Flecken der Sonne. Von Herrn Hofrath *Schwabe* 243.

Nr. 351. 352.

Schreiben des Herrn *James Yates*, Secretary to the Council of the British Association, an den Herausgeber 249. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn Professors *Gerling* an den Herausgeber 249. — Die Längen-Unterschiede zwischen Göttingen (Altona), Marburg und Mannheim durch Signale bestimmt. Von Herrn Professor *Gerling* 249. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn Hofraths *Nicolai* an den Professor *Gerling* 279. — Anzeige, betreffend die Beobachtungen auf der Königsberger Sternwarte 279.

Digitized by Google

Nr. 353.

Schreiben des Herrn Professors und Ritters *Encke*, Directors der Berliner Sternwarte an den Herausgeber 281. — Vorschlag, die bei achromatischen Fernröhren erforderliche Länge durch ein Spiegeltelescop mit einem besonderen Glasspiegel bis auf mehr als die Hälfte abzukürzen. Von Herrn *Fr. W. Barfuss* 285.

Nr. 354.

Beobachtungen von Mondsternen auf der Hamburger Sternwarte. Von Herrn *Ch. Rümker* 297. — Elemente des Doppelsterns η Coronae 303. — Ephemeride des *Ponz*schen Cometen für 1838. (S. Astron. Nachr. Nr. 353.) 303. — Auszug eines Schreibens von Sir *John Herschel* an den Herrn Geheimenrath *Beer* und den Herrn Dr. *Mädler* 311.

Nr. 355.

Ueber eine neue Eigenschaft der *Laplace*'schen $Y^{(n)}$ und ihre Anwendung zur analytischen Darstellung derjenigen Phanomene, welche Functionen der geographischen Länge und Breite sind. Von Herrn Professor *J. E. Neumann* in Königsberg 313. Beobachtung der Sternschnuppen vom 20sten bis 26sten April 1838. Von Herrn Dr. *Benzenberg* 323.

Nr. 356. 357.

Bemerkungen über barometrisches Höhenmessen. Von Herrn Geheimen-Rath und Ritter *Bessel* 329. — Schreiben des Herrn *Dumouchel*, Directors der Sternwarte auf dem Collegio Romano, an den Herausgeber 359.

Beilage zu Nr. 357.

Schreiben Sr. Excellenz des Herrn würklichen StaatsRaths *v. Fuss*, Mitglieds und bestandigen Secretairs der Kaiserl. Academie der Wissenschaften in St. Petersburg, an den Herausgeber 361. Ukas an den dirigirenden Senat 361. — Schreiben des Herrn *v. Boguslawski*, Directors der Breslauer Sternwarte, an den Herausgeber 367.

Nr. 358. 359.

Untersuchungen über die Wahrscheinlichkeit der Beobachtungen. Von Herrn Geheimen-Rath u. Ritter *Bessel* 369. — Verzeichniss von astronomischen Uhren, welche *Th. Blacker* für beigesetzte Preise zu verkaufen beabsichtigt 403.

Nr. 360.

Ueber die Bestimmung des Punktes am Mondrande, wo bei einer Sternbedeckung der Stern ein- und austritt. Von Herrn Professor und Ritter *Hansen*, Director der Seeberger Sternwarte 405. — Constanten zur Berechnung der selenographischen Lage des Punktes, wo die vom Monde bedeckten Sterne ein- und austreten, für die Monate October, November und December des Jahres 1838. Von demselben 415. — Anzeige 419.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

No. 337.

Ueber den astronomischen Gebrauch der Mondkarte.

Von Herrn Dr. *Mädler*.

Die beobachtende Astronomie hat von dem, was seit *Galiläi* und *Hevel* in der speciellen Mondkunde geleistet worden, noch keinen allgemeinen Nutzen ziehen können. Ueberall, wo der Mondsort, absolut oder in Beziehung auf ein anderes Object, in Betrachtung gezogen ward, geschah dies unter der Voraussetzung, dafs uns der Mond als eine kreisförmige Scheibe von gegebenem Halbmesser erscheine, und wenn man selbst die das Resultat direct afficirenden Ungleichheiten des Randes weder bei der Beobachtung noch bei der Berechnung weiter berücksichtigte, nahm man noch weniger Notiz von dem, was sich im Innern der Scheibe darstellte.

Der bisherige mangelhafte Zustand unserer selenographischen Kenntnisse rechtfertigt dies Verfahren vollkommen; kein praktischer Astronom kann und wird Data zum Grunde seiner Berechnungen legen wollen, deren Unsicherheiten bei weitem die Fehler, welche er der Wahrnehmung selbst aufbürden zu müssen glaubt, übersteigen. Der Grad von Genauigkeit, der durch Vervollkommnung der Instrumente und Beobachtungsmethoden gegenwärtig erreicht werden kann, läfst den, welchen die Mondkarten in Bezug auf ihre einzelnen Punkte gewähren konnten, weit hinter sich zurück.

Nicht als ob ich glaubte, dafs die von Herrn *Wilhelm Beer* und mir bearbeitete Mappa selenographica schon allein im Stande wäre, dieses ungünstige Verhältnifs aufzuheben, da selbst die 106 Punkte erster Ordnung, deren selenographische Oerter wir in unserer binnen Kurzem erscheinenden Mondbeschreibung mittheilen werden, wohl noch nicht hinreichend genau sind, um sofort als Fundamentalörter angewandt werden zu können, sondern in der Ueberzeugung, dafs wir nach dem Anerkenntnifs aller sachkundigen Beurtheiler, dem Ziele näher gerückt sind, und dafs ein consequentes Fortschreiten auf dem von uns betretenen Wege noch weit näher führen müsse, halte ich es für keine unfruchtbare oder unzeitige Speculation, diejenige Klasse von Aufgaben, bei denen der Mond beobachtet wird, näher zu betrachten und zu untersuchen, ob und auf welche Weise einem Fortschritt in der speciellen Selenographie auch eine allgemeinere Bedeutung für die Praxis des Beobachtens gegeben werden könne.

Ich beginne mit den seit mehreren Jahrzehenden ziemlich vernachlässigten Mondfinsternissen. Einige mehr gelegentliche Wahrnehmungen über die Farbe des verfinsterten Mondes abgerechnet, findet man aus dieser Zeit nichts, das unsre Kenntnifs dieses Phänomens zu vervollständigen geeignet wäre. Zu einer Zeit, wo man im Allgemeinen zufrieden seyn mufste, wenn die Länge eines Ortes bis auf 5″ in Zeit bekannt war, wandten *Lambert* und andere Astronomen die Beobachtung des Ein- und Austrittes der einzelnen Mondflecke in den Erdschatten zur Ermittelung der Längendifferenzen an. Man wufste bereits, dafs die Beobachtungen den Halbmesser des Schattens gröfser als die Berechnung ergaben, allein seit *Mayer* war dieser Umstand nicht weiter untersucht worden, und die Beobachtung der einzelnen Mondflecke ward nach und nach, als zu ungenau für Längenbestimmungen, wieder aufgegeben.

Allein die Bestimmung der wahren Gröfse des Erdschattens, so wie des Verhaltens des Mondes und seiner einzelnen Oberflächentheile während der Finsternifs ist zu wichtig für die physikalische Kenntnifs beider Weltkörper, als dafs sie nicht aufs Neue der Gegenstand astronomischer Untersuchungen zu werden verdiente; und je seltner dem Einzelnen die Gelegenheit zu Theil wird, eine hierzu geeignete Finsternifs gut zu beobachten, desto mehr mufs man wünschen, dafs die vereinigten Kräfte Mehrerer dieser Aufgabe gewidmet würden, die übrigens nur eine genäherte Zeitbestimmung voraussetzt, und deshalb auch von Solchen angestellt werden kann, denen keine eigentliche Sternwarte zu Gebot steht.

In den hier folgenden Formeln für die Vorausberechnung des Ein- und Austritts der Mondflecke ist Rücksicht auf diejenigen Correctionen genommen, welche ihren Grund in der Abplattung der Erde, der für jeden Mondfleck verschiedenen Parallaxe und der Libration haben.

Die Bezeichnungen, welche ich anwenden werde, sind die folgenden:

T = Zeit des Vollmondes.
α. α' = Rectascension des Mondes und der Sonne.
δ, δ' = Declination ——— ——— ———
λ, λ' = Länge ——— ——— ———

Digitized by Google

β = Breite des Mondes und der Sonne.
π, π' = Parallaxe ——— ——— ———
ρ, ρ' = Halbmesser——— ——— ———
λ_0 = mittlere Mondlänge.
l = Libration des Mondes in Länge, positiv wenn sie die Flecke von West nach Ost verschiebt.
b = Libration der Breite, positiv, wenn sie die Flecke von Nord nach Süd verschiebt.
M = Winkel der relativen (auf das Schattencentrum bezogenen) Mondbewegung mit der Ecliptik.
φ = Winkel der relativen Mondbewegung mit dem Parallel des Erdäquators.
C = Winkel des durch die Mondmitte gezogenen Mondmeridians mit dem Breitenkreise.
m = Stündliche relative Bewegung des Mondes.
λ'' = selenographische Länge des Mondflecks, westlich positiv.
β'' = selenographische Breite des Mondflecks, nördlich positiv.
F = Abstand des Flecks von der scheinbaren Mondmitte, im Bogen der Mondkugel gemessen.
L, B = Geocentr. Abstand des Mondflecks vom Schattencentro in Länge und Breite, beides auf die relative Mondsbahn bezogen, zur Zeit der Mitte der Finsternifs.
ϵ = Excentricität des Erdsphäroids.
A = Aequatorealaxe, P = Polaraxe } des elliptischen Schattendurchschnitts.
S = halbe Sehne der Schattenellipse, die der Mondfleck durchläuft.
D = halbe Dauer der Verfinsterung des Mondflecks.
$\Delta\alpha, \Delta\alpha' \ldots\ldots$ mögen die stündlichen Veränderungen der Elemente $\alpha, \alpha' \ldots$ bezeichnen.

Unter der Voraussetzung, dafs die Grenze des uns sichtbaren Schattens in der Gegend des Centrums der Mondkugel durch eine vom letzten Sonnenrande ausgehende und die Oberfläche der Erde berührende Lichttangente bestimmt werde, hat man für die Axen desselben

$$(1)\ldots\ldots\ldots \begin{cases} A = \pi + \pi' - \rho' \\ P = \sqrt{(1 - \epsilon^2 \cos^2\delta')(\pi + \pi')} - \rho'. \end{cases}$$

Die stündliche Bewegung des Mondes und ihren Winkel mit der grofsen Axe der Schattenellipse durch

$$(2)\ldots\ldots\ldots \begin{cases} m \sin\varphi = \Delta\delta + \Delta\delta' \\ m \cos\varphi = \Delta\alpha \cos\delta - \Delta\alpha' \cos\delta' \end{cases}$$

Denkt man sich mit der halben grofsen Axe des Schattens einen Kreis um dieselbe beschrieben, dessen Projection die Ellipse ist, so entspricht dem Winkel φ ein andrer im Kreise, der durch ψ bezeichnet werden mag, und man hat

$$\left.\begin{aligned} tg\,\psi &= \frac{A}{P} \cdot tg\,\varphi \\ S &= \frac{\cos\psi}{\cos\varphi}\sqrt{\left(A^2 - \left(B\frac{\sin\psi}{\sin\varphi}\right)^2\right)\left(1 + \frac{\pi \sin\rho \cos F}{A}\right)} \\ D &= \frac{S}{m}. \end{aligned}\right\} \ldots(3)$$

Diese Formeln würden streng seyn, wenn während der Finsternifs die Bewegung des Mondes geradlinigt, und die Horizontal-Parallaxe keiner Veränderung unterworfen wäre, aber der Einfluss dieser vernachlässigten Glieder kann nie 0″8 im Bogen übersteigen, ist also bei Mondfinsternissen völlig unmerklich. Wie die Gröfsen B und F erhalten werden, wird sich aus dem Folgenden ergeben.

Da die parallactische Verschiebung der Mondflecke hier nicht in Betracht kommt, so hat man nur die für das Erdcentrum statt findenden optischen Librations-Coordinaten l und b, so wie den Winkel C zu ermitteln. Man erhält hinreichend genau, wegen der gleichförmigen Rotation des Mondes und des Zusammenfallens der entgegengesetzten Knoten des Aequators und der Bahn

$$\left.\begin{aligned} l &= \lambda - \lambda_0 \\ b &= -1{,}289\,\beta \\ \sin C &= 0{,}288\frac{\Delta\beta}{\Delta\lambda}, \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

oder auch constant $= 1^\circ\,28'8$, was bei Mondfinsternissen nie erheblich falsch seyn kann.

Der Coefficient 0,288 ist der Quotient der Neigung des Mondäquators ($1^\circ\,28'\,47''$) durch die Neigung der Mondbahn ($5^\circ\,8'\,49''$).

Für den Winkel M erhält man

$$\left.\begin{aligned} m \sin M &= \Delta\beta \\ m \cos M &= \Delta\lambda - \Delta\lambda'. \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots(5)$$

Endlich ergiebt sich

$$\left.\begin{aligned} \beta \cos M &= \text{kleinster Abstand der Centra des Mondes und des Schattendurchschnitts zur Zeit der Mitte der Finsternifs.} \\ \beta \sin M &= \text{Bogen der Mondbewegung vom Vollmonde bis zur Mitte der Finsternifs.} \end{aligned}\right\} \ldots\ldots(6)$$

Nach diesen Vorbereitungen erhält man die Coordinaten der einzelnen Mondflecke am leichtesten auf graphischem Wege durch Hülfe der Mondkarte. Man mache sich nemlich einen veränderlichen Maafsstab, der für jede mögliche Gröfse von ρ dem Halbmesser der Karte entspricht, und trage vermittelst desselben die Linie $\beta \cos M$ vom Mittelpunkte der Karte aus unter einem Winkel $= M + C$ mit dem ersten Meridian derselben nach derjenigen Seite, wohin das Schattencentrum zur Zeit der Mitte der Finsternifs trifft, ziehe durch den Endpunkt derselben eine zweite Linie auf die erstere normal und ver-

Digitized by Google

längere beide über die ganze Mondkarte hin. Hierauf versetze man jeden Mondfleck, für den man die Finsternifs voraus-berechnen will, um die Gröfsen l und b *) d. h. von seinem wahren nach seinem scheinbaren Orte, und messe sodann die Abscissen und Ordinaten L und B der so versetzten Punkte in Bezug auf das entworfene Axensystem. Für F bedarf man einen orthographischen Grndmaafsstab, wie ihn die Mappa Selenographica enthält.

Zieht man es dagegen vor, dieses graphische Verfahren durch Rechnung ganz zu umgehen, so würde man sich der folgenden Formeln bedienen können:

$$(7)\quad \left\{\begin{aligned} tang\, N &= \frac{tang\, \beta''}{cos\,(\lambda''-l)} \\ N' &= N-b \\ cotang\, u &= \frac{tang\,(\lambda''-l)\, cos\, N}{sin\, N'} \\ tang\, F &= \frac{tang\, N'}{sin\, u} \\ W &= u \pm (M+C) \\ B &= \rho\, sin\, F\, sin\, W \pm \beta\, cos\, M \\ L &= \rho\, sin\, F\, cos\, W. \end{aligned}\right.$$

u ist in diesen Formeln der Winkel, den der Bogen F mit dem Aequator der Karte macht. Welches der beiden zweideutigen Zeichen anzuwenden ist, ergiebt sich leicht aus einer oberflächlich entworfenen Figur.

Endlich hat man für die Mitte der Verfinsterung jedes einzelnen Mondflecks die Zeit

$$(8)\quad T + \frac{\beta}{m}\, sin\, M + \frac{L}{m}.$$

Will man ganz genau verfahren, so kann man noch Rücksicht auf zwei Verbesserungen nehmen, deren eine, von der Veränderung der Libration während der Dauer der Finsternifs herrührend, die halbe Dauer; die zweite, durch die elliptische Form des Schattendurchschnitts erzeugte, die Zeit der Mitte verändert, da in der Ellipse nicht, wie im Kreise, die Sehnen durch ihre Mittelpunkts-Normalen halbirt werden, sobald sie nicht einer der beiden Axen parallel laufen. Beide Correctionen können übrigens fast immer vernachlässigt werden; die erste, da sie nur in seltnen Fällen (bei extremen Mondparallaxen) 1^s in Zeit erreichen kann; die zweite, weil sie auf die Dauer selbst keinen Einfluss hat, und weil sich verschiedene Ursachen vereinigen, das für die Mitte berechnete Moment beträchtlich unsicher zu machen, während die Dauer wenig oder gar nicht von ihnen betroffen wird. Man wird sich daher nicht leicht veranlafst finden, aus nur einseitig gelungenen Beobachtungen dieser Art einen Schluss auf die Vergrösserungs-Constante zu machen, und es genügt also, wenn man die Mitte so genau bestimmt, dafs die Aufeinanderfolge der Ein- und Austritte im Allgemeinen verläfslich ist und die Aufmerksamkeit des Beobachters richtig geleitet wird.

*) Genauer $b\, cos\,(\lambda''-l)$.

Diese Verbesserungen sind übrigens für die halbe Dauer

$$\frac{-D.\Delta l.\, sin\,\rho\, cos\, F}{m}$$

und für die Zeit der Mitte

$$\frac{B}{m}.cotang\,\varphi\left(1-\frac{cos^2\psi}{cos^2\varphi}\right) \qquad (9)$$

Als Beispiel diene die totale Finsternifs vom 13ten Octbr. 1837, die zu den günstigsten in Bezug auf die in Rede stehenden Untersuchungen gerechnet werden mufs, da der Mond in ganz Europa während ihrer vollen Daner in bequemer Höhe verweilt und die Mittelgegend des Schattens auf diejenigen Mondlandschaften trifft, welche am reichlichsten mit deutlich sichtbar bleibenden Vollmondsflecken versehen sind.

Die Elemente der Finsternifs sind nach dem Berliner Jahrbuch:

T	$=$	$11^h 24'\ 4''0$	Mittl. Pariser Zeit.
$\lambda+\Delta\lambda$	$=$	$20°\,24'\,41''0$	$+\ 35'\ 53''2$
$\lambda'+\Delta\lambda'$	$=$	$200\ 24\ 41,0$	$+\ 2\ 28,8$
$\beta+\Delta\beta$	$=$	$-0\ 11\ 11,7$	$+\ 3\ 19,1$
$\alpha+\Delta\alpha$	$=$	$18\ 55\ 6,8$	$+32\ 17,3$
$\alpha'+\Delta\alpha'$	$=$	$198\ 50\ 19,6$	$+\ 2\ 19,1$
$\delta+\Delta\delta$	$=$	$7\ 48\ 32,3$	$+16\ 35,4$
$\delta'+\Delta\delta'$	$=$	$-7\ 58\ 41,0$	$-\ 56,0$
π	$=$	$59\ 31,7$	
π'	$=$	$8,6$	
ρ	$=$	$16\ 13,3$	
ρ'	$=$	$16\ 4,1$	
λ_0	$=$	$16\ 10\ 13,0$	nach *Burckhardts* Mondtafeln,

woraus weiter nach (4)

$$l+\Delta l = +4°\,14'5 + 2'95$$
$$b+\Delta b = +\ 14,6 - 4,22.$$

Die Flecke sind also nach Ost gerückt, und diese Verschiebung vermehrt sich während der Finsternifs; sie sind ferner nach Süd gerückt, welche Verschiebung sich während der Finsternifs vermindert.

Unter Voraussetzung einer Abplattung von $\frac{1}{302,78}$, für welche $log\, e^2 = 7,81928$; erhält man aus (1)

$$A = 2616''2$$
$$P = 2604,6.$$

Ferner durch Anwendung der Formeln (2) und (3) die Constanten

$\varphi = 27°48'2$; $log\, m = 3,30409$;

$\psi = 27\ 54,6$; $log\frac{sin\,\psi}{sin\,\varphi} = 0,00153$; $log\frac{cos\,\psi}{cos\,\varphi} = 9,99958$;

$\pi\, sin\,\rho = 16''8$.

Digitized by Google

Nimmt man für B die Werthe 0 bis 27′ (höhere kommen bei dieser Finsternifs nicht vor), so erhält man für die halben Sehnen und die halbe Dauer die nachstehende Tabelle:

B	S	D
0	2613″7 + 16″8 cos F	1ʰ17′51″4 + 29″8 cos F
3′	2607,5 + 16,7 ——	1 17 49,3 + 29,7 ——
6	2589,1 + 16,6 ——	1 17 7,5 + 29,5 ——
9	2559,4 + 16,4 ——	1 16 14,4 + 29,2 ——
12	2519,4 + 16,1 ——	1 15 2,9 + 28,7 ——
15	2470,6 + 15,8 ——	1 13 35,7 + 28,3 ——
18	2414,7 + 15,4 ——	1 11 55,7 + 27,7 ——
21	2355,2 + 15,0 ——	1 10 5,8 + 27,1 ——
24	2287,8 + 14,6 ——	1 8 8,9 + 26,4 ——
27	2219,8 + 14,2 ——	1 6 7,3 + 25,7 ——

Für den Weg des Schattencentrums auf der Mondkugel hat man durch die Formeln (4), (5), (6)

$M = 5°40'4$
$\log m = 3{,}30411$ übereinstimmend mit oben.
$C = 1°28'7$
$\beta \cos M = 11'8''4$
$\beta \sin M = 1\ 6{,}4$

und für die Mitte der Finsternifs aus (8)

11ʰ 26′ 2″7 M. Par. Z.

Die Breite des Mondes ist südlich und abnehmend, das Schattencentrum zur Zeit der Mitte der Finsternifs fällt demzufolge in die Nordwesthalbkugel. Wird nun nach einem Maafsstabe, der den Halbmesser der Karte = 16′ 13″3 macht, die Linie = 11′ 8″4, unter dem Winkel 7° 9′1 an den nördlichen Theil des Meridians von der Mitte aus westlich eingetragen, so bezeichnet ihr Endpunkt (der zwischen Cassini und Egede in das Hügelland der Alpen fällt) den Ort des Schattencentrums zur Zeit der Mitte der Finsternifs. In diesem Punkte läfst man also die beiden rechtwinklichten Axen, deren eine mit $\beta \cos M$ zusammenfällt, sich schneiden.

Es seien nunmehr die Mitte und die halbe Dauer der Finsternifs für den Centralberg des Copernicus zu bestimmen, für den unsere 10 Messungen $\lambda'' = -19'55'8$ und $\beta'' = +9°20'9$ ergeben haben. Falls man F, B und L nicht graphisch ermitteln will, so hat man aus (7)

$\tan g\, \beta'' = 9{,}21649$
$\cos(\lambda'' - l) = 9{,}96015$
$\tan g\, N = 9{,}25634$
$N = 10°13'7$
$N' = N - b = 9\ 59{,}1$
$\tan g(\lambda'' - l) = 9{,}65207$
$\cos N = 9{,}99305$
$Cpl.\sin N' = 0{,}76098$
$\operatorname{cotang} u = 0{,}40609$
$u = 21°26'0$
$\tan g\, N' = 9{,}24565$
$\sin u = 9{,}56279$
$\tan g\, F = 9{,}68286$
$F = 25°43'5$
$W = 14°16'1$

$\log \rho$ (in Sec.) $= 2{,}98825$
$\sin F = 9{,}63764$

$\sin W = 9{,}39177$ } ..2,01756
..... $= 2{,}62579$ }
$\cos W = 9{,}98639$ } ..2,61218
$\rho \sin F \sin W = +\ 1'44''2$
$\beta \cos M = -11\ 8{,}4$
$B = -\ 9'24''2$
$L = -\ 6\ 49{,}4$

Halbe Dauer für B = 9′ 24″2 ..... 1ʰ 16′ 6″6
für F = 25° 43,5 ..... + 26,2
Verbesserung — 0,8
Halbe Dauer ..... 1ʰ 16′ 32″0

$T + \frac{\beta}{m} \sin M = 11^h 26' 2''7$
$\frac{L}{m} = -\ 12\ 11{,}0$
Verbesserung = + 3,8
Mitte der Finsternifs für Copernicus = 11ʰ 13′ 55′5

Bei der Auswahl der in der folgenden Tabelle aufgeführten 81 Mondflecke ist die bessere Sichtbarkeit im Vollmonde die schärfere selenographische Bestimmung und der geringere Abstand vom Schattencentro berücksichtigt worden. Letzteres ist besonders wichtig, da für ein beträchtliches B die Fehler der selenographischen Lage einen starken Einfluſs auf die Dauer der Verfinsterung haben.

Mondflecke.	L	B	F	Verbesserung der halb. Dauer	Verbesserung der Mitte.	Mitte der Verfinsterung.	Halbe Dauer.
Olbers	— 16′ 3″	— 10′ 49″	81′ 52″	— 0″1	+ 4″4	10ʰ 57′ 25″	1ʰ 15′ 37″0
Seleucus	— 14 50	— 7 6	71 24	0,3	+ 2,8	59 34	1 16 59,4
Crüger	— 14 1	— 17 33	71 46	0,4	+ 7,2	11 1 7	1 12 19,7
Sirsalis	— 13 44	— 16 33	64 45	0,4	+ 6,7	1 37	1 12 47,2
Byrgius A	— 12 46	— 19 26	69 50	0,3	+ 7,8	3 21	1 11 12,7
Aristarch	— 12 20	— 6 11	55 2	0,5	+ 2,5	4 2	1 17 21,9
Lupus	— 12 18	— 17 27	58 15	0,4	+ 7,1	4 10	1 12 29,1
Billy	— 12 14	— 16 31	55 24	0,5	+ 6,7	4 18	1 13 2,4
Flamsteed	— 11 51	— 13 53	48 37	0,5	+ 5,6	4 58	1 14 26,9

Digitized by Google

Mondfleck.	L	B	P	Verbesserung der halb. Dauer	Verbesserung der Mitte.	Mitte der Verfinsterung.	Halbe Dauer.
Oenopides A	— 11′ 34	+ 0′ 38″	76 5	— 0″2	— 0″2	11h 5′ 22″	1h 17′ 58″6
Kepler	— 10 55	— 10 17	42 30	0,6	+ 4,2	6 37	1 16 6,6
Mairan	— 10 31	— 1 34	60 35	0,4	+ 0,6	6 49	1 18 2,7
Encke	— 10 13	— 11 28	41 0	0,6	+ 4,6	7 51	1 15 38,0
Mairan A	— 10 7	— 2 10	55 40	0,4	+ 0,9	7 58	1 18 2,0
Sharp	— 9 28	— 0 44	59 35	0,4	+ 0,3	9 8	1 18 5,4
Milichius	— 9 19	— 9 26	35 5	0,7	+ 3,8	9 27	1 16 28,3
Harpalus	— 8 50	+ 0 43	65 46	0,4	— 0,3	10 16	1 18 2,6
Heraclides	— 8 48	— 1 30	53 36	0,5	+ 0,6	10 20	1 18 5,8
Euler	— 8 52	— 5 53	39 28	0,7	+ 2,4	10 4	1 17 31,9
Bouguer	— 7 56	+ 0 48	62 0	0,4	— 0,3	11 51	1 18 4,2
Euclides	— 8 34	— 14 16	34 12	0,7	+ 5,8	10 51	1 14 20,3
Pytheas	— 7 1	— 6 24	31 28	0,7	+ 2,6	13 33	1 17 25,9
Cap Laplace	— 7 5	— 0 22	52 30	0,5	+ 0,1	13 23	1 18 8,9
Helicon	— 6 58	— 1 30	47 5	0,6	+ 0,6	13 36	1 18 8,3
Condamine	— 6 54	+ 1 2	58 50	0,4	— 0,4	13 42	1 18 5,1
Ramsden	— 6 55	— 20 47	47 1	0,6	+ 8,4	13 50	1 10 27,5
Copernicus	— 6 49	— 9 24	25 44	0,8	+ 3,8	13 56	1 16 32,0
Campanus	— 6 35	— 19 33	41 11	0,6	+ 7,9	14 32	1 11 19,4
Bulliald	— 6 0	— 17 39	33 6	0,7	+ 7,1	15 26	1 12 30,3
Pico B	— 5 16	— 0 4	48 48	0,5	0,0	16 38	1 18 10,4
Timocharis	— 5 8	— 4 28	31 15	0,7	+ 1,8	16 54	1 17 45,5
Parry A	— 5 5	— 14 27	22 0	0,8	+ 5,8	17 3	1 14 2,4
Plato D	— 5 1	+ 0 32	51 25	0,5	— 0,2	17 5	1 18 9,4
Hesiodus B	— 4 19	— 19 5	33 54	0,7	+ 7,7	18 27	1 11 38,9
Plato	— 4 4	+ 1 1	52 0	0,5	— 0,4	18 46	1 18 8,0
Pico	— 4 2	— 0 1	46 48	0,6	0,0	18 50	1 18 11,2
Anaxagoras	— 3 9	+ 4 12	74 5	0,3	— 1,7	20 23	1 17 39,6
Bailly A	— 3 17	— 26 46	81 10	0,2	+10,7	20 21	1 6 25,5
Pico A	— 3 0	— 0 40	42 10	0,6	+ 0,3	20 41	1 18 12,4
Thebit B	— 2 48	— 17 37	25 55	0,7	+ 7,2	21 9	1 12 33,5
Timäus	— 2 26	+ 3 2	62 25	0,4	— 1,3	21 40	1 17 53,4
Bode	— 2 6	— 9 35	9 18	0,8	+ 3,8	22 21	1 16 29,8
Tycho	— 1 57	— 22 32	45 28	0,6	+ 9,1	22 42	1 9 24,9
Thebit A	— 1 53	— 17 19	23 50	0,8	+ 7,0	22 47	1 12 34,2
Aristillus	— 1 52	— 2 20	33 39	0,7	+ 1,0	22 43	1 18 8,6
Autolycus	— 1 38	— 3 5	30 35	0,7	+ 1,3	23 9	1 18 5,0
Archytas	— 1 39	+ 2 33	58 9	0,4	— 1,1	23 5	1 17 58,6
Alphons A	— 1 36	— 15 4	15 10	0,8	+ 6,1	23 17	1 14 0,2
Herschel	— 1 35	— 13 0	8 40	0,8	+ 5,2	23 18	1 15 2,6
Cassini A	— 1 16	— 0 45	40 8	0,6	+ 0,3	23 47	1 18 13,6
Cassini G	— 1 12	+ 0 11	44 34	0,6	— 0,1	23 54	1 18 12,1
Theaetetus	— 0 52	— 1 38	35 4	0,7	+ 0,7	24 30	1 18 11,8
Manilius	+ 0 46	— 7 2	14 54	0,8	+ 2,8	27 28	1 17 19,0
Hipparch E	+ 0 55	— 11 52	4 10	0,8	+ 4,8	27 46	1 15 34,3
Linné	+ 0 55	— 3 28	28 25	0,7	+ 1,4	27 42	1 18 2,0
Eudoxus	+ 0 58	+ 0 15	45 18	0,6	— 0,1	27 46	1 18 11,7
Silberschlag	+ 2 7	— 9 10	10 25	0,8	+ 3,7	29 53	1 16 38,8
Menelaus	+ 2 36	— 6 26	19 50	0,8	+ 2,5	30 44	1 17 28,4
Bessel	+ 2 46	— 4 51	25 20	0,7	+ 1,9	31 1	1 17 48,5
Theon sen.	+ 3 10	— 11 3	11 10	0,8	+ 4,5	31 47	1 15 54,9
Bürg	+ 3 12	+ 0 44	49 16	0,5	— 0,3	31 46	1 18 9,8
Dionysius	+ 3 30	— 9 59	13 10	0,8	+ 4,0	32 22	1 16 20,8
Posidonius D	+ 4 35	— 0 8	47 30	0,6	+ 0,1	34 14	1 18 11,0
Posidonius A	+ 4 48	— 2 6	39 6	0,6	+ 0,9	34 10	1 18 8,4
Hercules	+ 4 52	+ 1 14	55 2	0,5	— 0,5	34 16	1 18 6,2
Hercules A	+ 5 0	+ 2 6	61 8	0,4	— 0,9	34 58	1 18 0,0
Hypatia A	+ 5 12	— 11 56	18 55	0,8	+ 4,8	35 25	1 15 31,2
Endymion G	+ 5 14	+ 3 5	69 9	0,3	— 1,3	35 23	1 17 49,9

Digitized by Google

Mondflecke.	L	B	F	Verbesserung der halb. Dauer	Verbesserung der Mitte.	Mitte der Verfinsterung.	Halbe Dauer.
Cepheus A	+ 6′ 48″	+ 0° 21″	55° 25	— 0,5	— 0,1	11ʰ 38′ 12″	1ʰ 18′ 7′3
Maskelyne	+ 6 49	— 9 40	25 26	0,8	+ 3,9	38 18	1 16 25,4
Theophilus A	+ 7 13	—13 28	27 50	0,7	+ 5,4	39 2	1 14 45,7
Piccolomini	+ 7 23	—18 16	39 18	0,6	+ 7,3	39 22	1 11 58,0
Censorinus	+ 7 37	—10 25	28 7	0,7	+ 4,2	39 54	1 16 7,8
Hookd	+ 8 34	+ 0 16	62 12	0,4	— 0,1	41 21	1 18 4,5
Struve B	+ 8 54	+ 1 6	69 0	0,3	— 0,4	41 57	1 18 0,3
Proclus	+ 9 53	— 5 28	44 40	0,6	+ 2,3	43 45	1 17 35,3
Goclenius	+10 34	—12 46	41 16	0,6	+ 5,1	45 1	1 15 3,3
Messier	+11 2	—10 26	42 57	0,6	+ 4,2	45 50	1 15 50,8
Picard	+11 25	— 5 44	51 7	0,5	+ 2,4	46 29	1 17 29,0
Apollonius	+13 11	— 8 15	56 20	0,5	+ 3,4	49 40	1 16 45,3
Condorcet	+13 55	— 6 3	65 45	0,4	+ 2,5	50 58	1 17 18,6

Da besonders in dem Falle einer partialen Finsternifs die Unsicherheit von *B* sehr nachtheilig auf die Berechnung der Dauer einwirkt, so wird man wohl thun, nur gut bestimmte Mondflecke zu wählen, und während der Finsternifs, oder so nahe als möglich vor oder nach derselben, die Zenithdistanz des Mondes direct am Meridiankreise zu beobachten, um die Breitenfehler der Ephemeride verbessern zu können; und ist die Finsternifs so klein, dafs man nur wenige oder keine solche Flecke auffinden kann, so verzichte man ganz auf Beobachtung der Dauer und messe dagegen die Breite des verfinsterten Theiles mikrometrisch. Ein Beispiel der letztern Art giebt die Beobachtung der Finsternifs am 10ten Juni 1835, wie wir sie in Nr. 286 der A. N. mitgetheilt haben.

Bei den Beobachtungen der Rectascension und Zenithdistanz des Mondes am Meridiankreise ergiebt die unmittelbare Wahrnehmung den Antritt des Mondrandes an die Fäden des Instruments. Seltne Fälle ausgenommen kann in jeder einzelnen Beobachtung nur ein Rand für AR. und einer für Decl. angewandt werden: die Zeitangabe ist also, zufällige Fehler abgerechnet, mit folgenden behaftet:

dem Fehler des berechneten scheinbaren Mondhalbmessers,
den Ungleichheiten des Randes an der Berührungsstelle,
der Irradiation des Fernrohrs;

wozu noch wallende Ränder und andere Umstände hinzukommen. Diese Fehlerquellen würden ganz, oder so gut als ganz verschwinden, wenn man statt des Randes einen sich scharf und deutlich hervorhebenden Punkt auf der Mondfläche selbst, am besten auf der Mitte, beobachtete und die Theorie Mittel an die Hand gäbe, diesen beobachteten Ort auf die scheinbare Mondmitte mit hinreichender Genauigkeit zu reduciren. Wenn man bisher, in Folge der erwähnten Ursachen, Beobachtungsfehler von 5 Bogensecunden beim Monde noch als unvermeidliche zu bezeichnen genöthigt war, könnten bei einer guten Wahl des zu beobachtenden Punktes und einiger Uebung Mondsculminationen eine eben so grofse Genauigkeit als Fixsternpassagen erreichen. Hauptsächlich müfste der gewählte Punkt der wahren Mondmitte möglichst nahe liegen, um auch von der scheinbaren sich jedenfalls nur wenig zu entfernen.

Unbedenklich würde ich den am genauesten bestimmten Mondfleck Manilius dazu vorschlagen, obgleich er sich bis 0,45 des Halbmessers von der scheinbaren Mitte entfernen kann; allein der Umstand, dafs das Centralgebirge, auf welches doch nothwendig pointirt werden müfste, eine unregelmäfsige Form hat und in Folge der verschiedenen Seitenbeleuchtung diese Form nicht unerheblich verändert (ein Hindernifs, das sich mehr oder minder bei allen Ringgebirgen des Mondes von einiger Ausdehnung zeigen wird) dürfte die gewünschte Genauigkeit illusorisch machen. Kleine, regelmäfsig geformte, im Vollmonde durch Helligkeit hinreichend ausgezeichnete Crater sind von diesem letztern Mangel frei, nur erfordern sie, ihrer aufserordentlichen Menge und grofsen Aehnlichkeit wegen, strenge Aufmerksamkeit. Indefs steht einer derselben, der auf unserer Karte mit Triesnecker B bezeichnet ist, nur $\frac{3}{4}°$ im Bogen der Mondkugel von der wahren Mitte nach NW., es ist dieser unter allen wahrnehmbaren Punkten am nächsten und zeichnet sich in jeder Beleuchtung auf dem grauen Grunde des Sinus Medii hinreichend aus, um den Bedingungen einer scharfen Beobachtung zu entsprechen. In nicht zu langer Zeit hoffen wir den Astronomen eine Beobachtungsreihe dieses Punktes zum Behuf einer neuen Bestimmung der physischen Libration und der Lage der Mondaxe mittheilen zu können, wobei zugleich die selenographische Länge und Breite desselben bekannt werden wird.

Indefs ist der erwähnte Punkt nicht länger, als von der ersten bis zur letzten Quadratur sichtbar; obgleich nun der Mond hauptsächlich nur in dieser Periode im Meridian beobachtet wird, so kann es doch wünschenswerth seyn, auch noch durch andere Punkte, wenn auch nicht ganz mit gleichem Vortheile, den Ort des Mondes bestimmen zu können, wozu sich am besten *Messier* in der westlichen und *Flamsteed* in der

Digitized by Google

östlichen Halbkugel eignen. Ersterer ist durch die sich auf ihn als ihren Kern sich beziehenden kometenähnlichen Lichtstreifen, letzterer durch seinen eigenthümlichen schönen Bergkranz, im Vollmonde ein Kranz von Lichtinseln, ausgezeichnet; für *Messier* ergeben 11 unserer Fixpunkt-Messungen $\lambda'' = +47^\circ\,9'\,12''$ und $\beta'' = -1^\circ\,58'\,55''$; für *Flamsteed* 10 derselben $\lambda'' = -44^\circ\,12'\,8''$ und $\beta'' = -4^\circ\,30'\,48''$. Nur in den 7 Tagen, in deren Mitte der Neumond fällt, würde keiner dieser 3 Punkte beobachtet werden können; ein wenig in Betracht kommender Nachtheil.

Würden sodann durch eine Ephemeride die Mittelpunkts-Coordinaten dieser Punkte geocentrisch etwa von Mitternacht zu Mitternacht gegeben, so blieben für jeden Beobachtungsort keine andere als die schon jetzt in Anwendung gebrachten Reductionen zu berücksichtigen übrig, nur dafs man statt der Horizontalparallaxe des Mondcentrums die des bezüglichen Fleckes substituiren mufs, welche durch die schon im Vorigen angewandte Formel $\pi(1 + \sin\rho\cos F)$ für alle Fälle hinreichend scharf ist.

Die bei *Nicollets* und *Bouvards* Untersuchungen über die Länge und Breite des Manillus übriggebliebenen Fehler lassen in jeder der beiden Coordinaten eine Unsicherheit von etwa $1\frac{1}{2}'$ im Bogen der Mondkugel übrig. Der geocentrische, von dieser Unsicherheit herrührende Fehler würde $0''4$ nicht übersteigen können. In einem ähnlichen Verhältnisse wirken die Fehler in Bestimmung der Neigung des Mondäquators und der physischen Libration. Der Fehler in der Knotenlänge des Mondäquators hingegen würde im Maximo seiner Wirkung mit $0{,}0258\,\sin\rho$ multiplicirt erscheinen, und die geocentrische Breite um $0''43$ fehlerhaft machen, wenn die vorausgesetzte Lage des Knotens um 1° irrig wäre.

Bei Sonnenfinsternissen und Sternbedeckungen hat man es nur mit dem Rande des Mondes zu thun, die Flecke desselben sind im erstern Falle unsichtbar, im zweiten ohne directe Beziehung auf das Phänomen. Wie sehr aber die Randberge des Mondes das Resultat dieser Beobachtungen afficiren, liegt am Tage. Nach *Schröters* Angaben erheben sich einige Randberge um reichlich eine deutsche Meile über den mittlern Mondrand und unsere Beobachtungen bestätigen dies. So fand sich in einem Versuche die senkrechte Höhe eines Punktes im Randgebirge Dörfel.

am 12ten Juli 1832 .... 1,09 geogr. Meilen
— 13ten — .... 0,95 — —

beidemale unter der Voraussetzung, dafs der Berg im wahren Rande erschienen sei und nicht blofs hinter oder vor demselben ihn überragt habe; in beiden letzteren Fällen müfste seine wahre Höhe noch beträchtlicher seyn. Der Mondrand hat demzufolge Ungleichheiten, die bis zu $4''$ im Bogen steigen, und Unsicherheiten des Resultats von $8^s\,\mathrm{cosec}\,z$ Zeit veranlassen können, wenn der Weg des Sterns den Mondrand unter dem Winkel z getroffen hat. Auf die Bestimmung der Längendifferenzen mitteleuropäischer Orte hat dies vielleicht nur deshalb weniger nachtheilig eingewirkt, weil man für sie Bedeckungen in hinreichender Zahl auswählen konnte, um sowohl sehr excentrische als auch überhaupt solche, die ein auffallend abweichendes Resultat gaben, auszuschliefsen; wiewol auch so der Erfolg oft wenig gesichert erscheint. Dagegen zeigt sich bei den Versuchen, transoceanische Orte mit europäischen durch Sternbedeckungen zu verbinden, eine so grofse Disharmonie der Resultate, dafs es unmöglich fällt, sie den gewöhnlichen Beobachtungsfehlern, oder auch den Mängeln der Mondstheorie beizumessen, und die man den Ungleichheiten des Randes zuzuschreiben sich gedrungen fühlt, um so mehr als man hier gewöhnlich nicht die Wahl hat, ausschliefslich nahe centrale Bedeckungen anzuwenden, sondern zufrieden seyn mufs, wenn nur überhaupt eine Occultation an zweien so entlegenen Orten wahrgenommen werden konnte.

Soll aber der Einfluss der Randberge berücksichtigt werden, so mufs man Profile des Mondrandes für jede merklich verschiedene Libration besitzen und sodann in jedem einzelnen Falle den Einfluss der Schwankungen berechnen. Die physische ist jedenfalls so gering, dafs sie hier gar nicht in Betracht kommt, selbst die parallactische Verschiebung der Flecke wird fast immer übergangen werden können. Die Componente h der Librationen in Länge und Breite, so wie der Winkel H derselben mit der Ebene des Mondäquators ist hinreichend genau gegeben durch

$$h\sin H = 1{,}289\,\beta$$
$$h\cos H = \lambda - \lambda_0.$$

H wird vom westlichsten Punkte des Mondäquators durch N, O, S herum gezählt und bezeichnet denjenigen Punkt des mittlern Randes, der durch die Libration mehr als jeder andere der Mitte genähert wird, so wie $180 + H$ den entgegengesetzten und unserm Anblick am weitesten entrückte Punkt. Für einen gegebenen Ort des Randes, der um den Bogen G von ersterem entfernt ist, beträgt die Verschiebung $h\cos G$, und die beiden, für welche G die Werthe 90° und 270° annimmt, werden gar nicht verschoben, sondern bleiben in mittlerer Libration.

Man kennt also die Gröfse der auf die Mondmitte bezogenen Verschiebung für jeden gegebenen Randpunkt genau genug, um aus den verschiedenen Profilen das für den vorliegenden Fall in Betracht kommende auszuwählen. Eine andere Frage aber ist, ob man auch die Stelle desselben, wo der Ein- oder Austritt erfolgt ist, mit hinreichender Sicherheit werde bestimmen können. Berg und Thal liegen an einigen Stellen des Mondrandes einander so nahe, dafs ein Fehler von $2''$ im Bogen,

Digitized by Google

es sei im Orte des Sterns, in der Mondbreite, oder in den Profilen selbst, uns gänzlich irre leiten würde, wodurch es zweifelhaft erscheinen kann, ob es jemals gelingen werde diese Schwierigkeiten mit Erfolg zu überwinden.

Indefs wird in vielen Fällen der Beobachter selbst angeben können, ob der Stern an einem Berge aus- oder eingetreten sei, und jedenfalls wird man durch Hülfe der Profile zu der Entscheidung gelangen, ob der betreffende Punkt in einer stark gebirgigen oder ebneren Gegend desselben zu suchen sei. Kann man also die anzubringende Correction des Moments weder mit Sicherheit ermitteln, noch sich vergewissern, dafs sie nur von unerheblichem Einflusse auf das Resultat sein werde, so schliefse man eine solche Beobachtung aus. Wenigstens wird man auf diese Weise ein besseres Kriterium der Auswahl erhalten, als beim bisherigen, wo allein die Abweichung vom Mittel darüber entschied.

Ob und in welcher Zeit es uns gelingen werde, die erwähnten Randprofile zu geben, ist nicht leicht zu bestimmen: die Hälfte einer Knotenperiode scheint mindestens erforderlich zu sein, wenn man Alles darstellen will, und Witterungsstörungen können manchen selten wiederkehrenden Moment vereiteln. Doch schon die bis jetzt gewonnenen selenographischen Data können sowohl den Beobachtern als Berechnern von Nutzen seyn. Wenn $h \cos G$ nicht viel über $\mp$ t° steigt, kann man unbedenklich das Profil der Mappa selenographica gebrauchen, überhaupt aber diejenigen Randgegenden, welche stark mit Gebirgen besetzt sind, als entscheidend für Ausschliefsung einer Beobachtung gelten lassen.

Diese Gegenden sind folgende:

1. Das Gebirg Leibnitz am Ostrande von 65° bis 77° SB.
2. Das Gebirg Dörfel am Westrande von 77° SB. an über den Pol hinaus bis zum 87° SB. an der Ostseite.
   Beide Gebirge zeichnen sich fast in allen Librationen als die gröfsten Randungleichheiten aus.
3. Das Gebirg d'Alembert am Ostrande von 5° bis 9° SB.
   Weniger ausgedehnt als 1 u. 2, aber fast von gleicher Höhe. Beim Aufhören totaler Mondfinsternisse erhalten seine Gipfel gewöhnlich den ersten Sonnenstrahl.
4. Das Gebirg Rook am Ostrande, 15° bis 35° SB.
   In mittlerer Libration ist es nicht sehr beträchtlich, es kann aber, wenn *H* in den südöstlichen Quadranten fällt, bedeutende Ungleichheiten veranlassen.
5. Die Grenzgebirge des Mare Humboldtianum, am Westrande, von 51° bis 67° NB. Sie sind besonders zwischen 56° und 59° NB. sehr augenfällig, doch hängt hier viel von der Libration ab. Fällt H östlich oder südlich, so hat man meistens die Marefläche selbst im Rande, und dann zeigt dieser keine merkliche Ungleichheit: in andern Fällen können diese auf 2½″ bis 3″ steigen.

Schliefst man einstweilen alle in diese Gegenden fallenden Bedeckungen aus, so wird doch die gröfsere Hälfte als brauchbar übrig bleiben.

Mehrmals ist es schon versucht worden, den verfehlten oder nicht scharf genug erhaltenen unmittelbaren Moment durch Mikrometermessungen vom Rande aus zu ergänzen oder zu verbessern. Vielleicht wäre es in manchen Fällen gerathener, hierzu einen nicht zu entfernt liegenden und gut bestimmbaren Punkt auf der Mondscheibe selbst zu wählen. Ist seine selenographische Lage gut bekannt, so wird man durch wiederholte Messungen den Moment, wo der Stern am Mondrande stand, schärfer erhalten als auf die gewöhnliche Weise. Namentlich möchte ich vorschlagen, bei Beobachtung der sogenannten Mondsterne den Rand des Mondes ganz auszuschliefsen und eben so wie über die zu wählenden Sterne, sich über einige Mondcrater vorher zu verständigen, deren Länge und Breite, da es sich hier fast nur um die Differenzen der Zeit handelt, auch nur Näherungsweise bekannt zu seyn braucht.

Was oben in Bezug auf Sternbedeckungen gesagt worden, findet auch grofsentheils seine Anwendung auf Sonnenfinsternisse, bei denen man gewöhnlich das Randprofil des Mondes in noch gröfserer Deutlichkeit als sonst wahrnimmt. Es leuchtet ein, dafs die Randberge den wesentlichsten Einfluss nicht allein auf die Momente, sondern auch auf das physische Verhalten der Erscheinung haben müssen, zumal wenn man, wie *Bessel* bei der Finsternifs vom 16ten Mai 1836 (A. N. N. 320) sich an der Grenze der Ringbildung befindet. Hier wird es fast immer möglich sein, nicht allein durch Berechnung die Stelle des Mondrandes, wo die zu beobachtenden Berührungen geschehen, nahe zu ermitteln, sondern es kann auch der Beobachter kurz nach dem Eintritt, oder vor dem Austritt leicht durch Autopsie entscheiden, ob eine merkliche Protuberanz des Mondrandes auf den Moment Einfluss gehabt habe, und diesen Einfluss näherungsweise schätzen. Insbesondere wird bei ringförmigen Finsternissen, die das von *Bessel* a. a. O. beobachtete Phänomen zeigen, die für mittlere Libration gezeichnete Mondkarte immer direct in Anwendung kommen können. Denn vermöge der Nähe des Mondes beim Knoten wird dann auch die Libration der Breite nur gering sein, und überdies durch die parallactische Libration, deren Breiten-Coordinate alsdann stets das entgegengesetzte Zeichen haben mufs, so gut als ganz compensirt werden; die Schwankung in Länge ist aber ohne Einfluss auf die Pole der Mondkugel, und nur Gegenden, die diesen nahe liegen, können hierbei in Betracht kommen. Hat man daher für den Südpol das Profil der Berge, welche bei Casatus, Cabeus, Malapert, Schomberger und Boguslawsky am Rande herum liegen, so wie für den Nordpol die minder beträchtlichen, die bei Euctemon, Gioja und Anaxagoras sich finden, in der Zeichnung zur Hand, so wird man besser als bisher auf die Erscheinung vorbereitet sein; und je kürzer die Zeit ist, in der das seltne Phänomen beobachtet werden kann, desto wünschenswerther mufs es sein die Form des hiebei sichtbar werdenden Theiles des Mondrandes im Voraus zu kennen.

Ich schliefse diese Bemerkungen mit dem Wunsche, dafs die gemachten Vorschläge von praktischen Astronomen erwogen, und wenn sie sich bewährt zeigen, angewandt werden möchten. Gegenwärtig, wo wir aus der Feder eines *Hansen* eine neue und vollkommene Mondstheorie zu erwarten haben, ist es Sache der Beobachter, auch von ihrer Seite Alles aufzubieten, um die bisherigen Fehlerquellen möglichst zu verstopfen, denn nur wenn Theorie und Praxis gleichmäfsig fortschreiten, darf man in unsern Tagen noch auf wahre Vervollkommnung und gröfsere Sicherheit der Resultate hoffen.

Im Mai 1837. Dr. *J. H. Mädler.*

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 338.

Schreiben des Herrn Professors u. Ritters *Encke*, Directors der Berliner Sternwarte, an den Herausgeber.

Berlin 1837. Jun. 5.

In der sehr heitern Nacht vom 25sten April probirte ich ein neues achromatisches Ocular, welches der hiesige geschickte Mechanicus *Duwe* mir zum Refractor gemacht hatte, auf den Saturn. Die dadurch erhaltene Vergrößerung ist der Münchener 600maligen, der stärksten für das Fadenmikrometer, gleich. In Hinsicht auf die Schärfe der Bilder scheint es den Münchener Ocularen nicht nachzustehen, und wenn ich nicht ganz bestimmt dem einen oder dem andern den Vorzug einräume, so geschieht es hauptsächlich aus der Rücksicht, daſs bei solchen sehr starken Vergrößerungen momentane Aenderungen in dem Zustande der Luft leicht zu Täuschungen veranlassen können. Man schreibt der Vertauschung des Oculars etwas zu, was der günstige Moment bewirkt. Bei der Anwendung beider Gattungen von Ocularen war das Bild vol kommen scharf begrenzt und deutlich. Das *Duwe*sche hat indessen den nicht unerheblichen Vorzug, daſs das Feld bei ihm beträchtlich grösser ist als bei dem Münchener. Es faſst etwas mehr als 6 Minuten, während das Feld des Münchener Oculars nur 2′,3 hält. In dem ganzen Felde behielt das Bild seine Vollkommenheit bei, selbst wenn der Saturn halb ausgetreten war, war keine Verzerrung zu bemerken. Der Gebrauch eines solchen Oculars ist jedenfalls angenehmer für das Auge und erlaubt weit größere Distanzen mit dem Fadenmikrometer zu messen.

Vorzüglich fiel mir hiebei auf was ich früher nie gesehen hatte. Der Ring des Saturns war zuerst durch die bekannte Trennungsspalte in einen äuſsern und innern getheilt. Aufserdem aber sah ich vollkommen deutlich den äuſsern schmaleren Ring durch einen Streifen in zwei gleiche Theile getheilt. Der Streifen zeigte sich so wie in schwächer vergrößernden Fernröhren die Haupttheilung gesehen wird. Er konnte noch von den äuſsersten Enden der Ansen ab nach der Saturnskugel hin etwas verfolgt werden. An beiden Ansen war er gleich deutlich zu sehen. Auch die innern Ansen des innern Ringes, die bekanntlich immer verwaschener erscheinen, zeigten etwas was ich ebenfalls früher nicht so erkannt habe. Ein an dem innern Rande breiterer und allmählig spitzer zugehender Schatten verlief sich an beiden Ansen auf der Fläche des Ringes, so daſs es das Ansehen einer Abrundung bekam. Hiebei zeigte sich eine Anzahl von feinen Linien, welche mit der innern Ründung etwa parallel, den Schatten so weit er sich auf der Ringfläche erstreckte, durchschnitten. Dieses letztere fand vorzüglich an der westlichen Seite des Ringes im Fernrohr linker Hand statt. Ich erinnerte mich früher schon von ähnlichen Erscheinungen gelesen zu haben und bemerkte deshalb bloſs mit kurzen Worten im Tagebuche, daſs die doppelte Theilung des Ringes zum erstenmale von mir erkannt worden sey.

In den *Bode*'schen Jahrbüchern, die *Herschels* Beobachtungen mit groſser Vollständigkeit erwähnen, fand sich indessen nichts direct darauf hindeutendes als die älteren Beobachtungen von *Short* von mehreren concentrischen Ringen, bei welchen die Haupttheilung nicht unterschieden wird. Dagegen wird der äuſsere Ring häufig als dunkler in Vergleich mit dem inneren beschrieben.

Am 2ten, 16ten und 19ten Mai konnte Saturn nur mit schwächeren Vergrößerungen betrachtet werden. Das Wallen der Luft war so stark, daſs selbst die Haupttheilung am letzten Tage nicht mit Sicherheit gemessen werden konnte.

Am 20sten Mai trat die Erscheinung der Theilung des äusseren Ringes wieder mit Klarheit hervor und war sogleich erkennbar. Vielleicht war in der Durchsichtigkeit der Luft gegen den 25sten April doch noch ein Unterschied der sich daran zeigte, daſs die feinen Linien an den inneren Ansen des inneren Ringes nicht sichtbar waren. Herr Dr. *Mädler*, der an einem andern Instrumente auf der Sternwarte beschäftigt war und den ich, um gegen Täuschung mich zu sichern, den Saturn mit der nöthigen Muſse betrachten lieſs, erkannte die Erscheinung sogleich übereinstimmend in den einzelnen Angaben mit mir. Dagegen glaubte mein Gehülfe, Herr *Galle*, nicht mit völliger Bestimmtheit sie auffassen zu können, wenigstens würde er, ohne darauf aufmerksam gemacht zu werden, sie nicht erkannt haben.

Am 28sten Mai, wo wiederum eine ziemlich heitere Nacht stattfand, wenngleich nicht mit dem 25sten April und 20sten Mai zu vergleichen, versuchte ich eine Messung der Lage der Theilungsspalte auf dem Ringe. Die inneren Ränder der Fäden wurden auf den äuſseren Durchmesser des äuſseren Ringes, seinen innern, den äuſseren und inneren des innern Ringes, den Aequatoreal- und Polardurchmesser des Saturns eingestellt.

Digitized by Google

nachher dieselben Messungen bei verwechselter Lage der Fäden gemacht. Bei der neuen Theilungsspalte war eine Berührung der Ränder der Fäden nicht wohl zu erhalten. Ich legte den ganzen Faden darauf, wenngleich eben deshalb die Lage weniger sicher angegeben werden konnte. Diese Messungen gaben in Revolutionen der Mikrometerschraube:

	R	R
Aeufserer Durchmesser des äufseren Ringes	2,813	2,804
Durchmesser der neuen Theilung..	2,624	2,580
Innerer Durchmesser des äufseren Ringes...	2,530	2,475
Aeufserer Durchmesser des inneren Ringes..	2,406	2,420
Innerer Durchmesser des inneren Ringes....	1,846	1,870
Aequatoreal-Durchmesser des Saturns.....	1,212	1,221
Polar.....	1,106	1,106

Reducirt man sie mit dem Werthe $1^R = 15''328$ auf die mittlere Entfernung des Saturns, deren Logarithmus = 0,97965 so erhält man die Werthe

40″445
37,471
36,038
34,749
26,756
17,519
15,927

Diese Werthe scheinen anzudeuten, dafs die Trennungsspalte mehr dem innern Rande des äufseren Ringes sich nähert als dem äufseren, wenngleich die Vergleichung der Messungen lehrt, dafs der innere Durchmesser des äufsern Ringes bei der ersten Bestimmung wahrscheinlich fehlerhaft gemessen ist, und die Messungen der Trennungsspalte ebenfalls unsicher sind. Die gefundenen Zahlen sind merklich gröfser als die *Besselschen* Bestimmungen, wie überhaupt es mir scheint, als fielen meine Messungen sämmtlich gröfser als die *Besselschen* und selbst als die *Struveschen* aus. Ob dieses wirklich der Fall ist und worin die Ursache liegt, wird erst bei der Vergleichung einer gröfseren Anzahl gleichartiger Messungen sich zeigen, die ich mit Absicht noch nicht angestellt habe, um desto unbefangener zu beobachten.

Am 30sten Mai, wo Herr *Alexander von Humboldt* die Güte hatte, die Sternwarte zu besuchen und Herr Professor *Argelander* ebenfalls auf seiner Durchreise nach Bonn den Saturn betrachtete, war die Erscheinung der nicht günstigen Luft wegen nur für die zu errathen, welche sie früher gesehen hatten.

Saturn zeigte einen ziemlich breiten, an der obern Seite im Fernrohr gesehen dunkeln Streifen. Ein Fleck war nicht aufzufinden. Auf dem innern Ringe war die Fläche, mit der oben erwähnten Ausnahme vollkommen rein.

Diese Wahrnehmungen habe ich deshalb so aufgeführt, als sey vorher noch nichts verwandtes gesehen worden, damit bei einem Gegenstande, den an den verschiedenen Abenden nur ich und an den zwei letzten Herr Dr. *Mädler* erkennen konnte, wenigstens die Unbefangenheit mit der er betrachtet ward, nicht in Zweifel gezogen würde, denn in der That kam erst nach den hiesigen Beobachtungen am 2ten Juni Herr Professor *Argelander* meiner dunkeln Erinnerung zu Hülfe, indem er mir den Aufsatz von *Kater* Memoirs of the astronomical Society Vol. IV. p. 383 zeigte, der am 25sten Decbr. 1825 dasselbe gesehen.

Kater's Worte drücken eben die Ueberraschung aus, ein Beweis, dafs das Phänomen entweder nicht permanent, oder nur bei sehr günstiger Luft zu sehen ist. Er liefs drei Zeichnungen machen, so wie er und zwei Freunde es gesehen. Von diesen ist die Figur 3 fast völlig übereinstimmend mit der Zeichnung, welche Herr Dr. *Mädler* den Tag nachdem er es erkannt, aus dem Gedächtnisse entwarf, früher als er diese Zeichnung gesehen. Auch die Nebenerscheinung an den Schatten in den innern Ansen des innern Ringes hat *Kater* wenigstens ganz ähnlich gesehen, denn er schliefst mit den Worten, das Ansehen der innern Kante des innern Ringes sey so, dafs man nicht zweifeln könne sie sey abgerundet. Der Unterschied, dafs die andern beiden Zeichnungen nicht einen Strich sondern die eine in der Mitte einen starken und neben ihm zwei andere, die andere fünf oder sechs gleiche zeigen, scheint mir nach den Worten des Beobachters wenigstens noch nicht ganz entscheidend, denn er sagt: „I fancied that I saw the outer ring „separated by numerous dark divisions extremely close, one „stronger than the rest dividing the ring about equally", in welchen Worten zu liegen scheint, dafs die Erscheinung nicht vollkommen deutlich und überzeugend war. Wenigstens verstehe ich so I fancied. Von den früheren Erwähnungen bei *Cassini*, der vielleicht nur die eine Theilung gesehen, und *Short*, dessen eigene Beschreibung nicht gefunden wird, scheint *Kater* wie es auch ganz angemessen ist, nicht vollkommen überzeugt, dafs sie dasselbe bezeichnen. Die Notiz, dafs Herr Professor *Quetelet* im Decbr. 1823 zu Paris dasselbe gesehen, scheint ebenfalls nur auf mündliche Mittheilung aus der Erinnerung zu beruhen. Es wäre zu wünschen, dafs sie wo möglich vervollständigt würde.

Kater sah dieselbe Erscheinung, aber nicht so deutlich, auch am 16ten und 17ten Jan. 1826, so dafs die einzige Verschiedenheit nur in der Mehrzahl der Striche liegt, wobei *Kater* selbst den einen Strich stärker sah, einer seiner Freunde alle gleich, und ein anderer sehr kurzsichtiger nur den stärkeren.

Es kommt nun aber der Umstand hier in Betracht, dafs wir jetzt die entgegengesetzte Fläche des Saturnringes sehen als im Jahre 1825, so dafs wenn nur eine Linie nahe in der Mitte des äufsern Ringes gesehen wäre, fast unmittelbar auf

Digitized by Google

eine Theilung geschlossen werden könnte. Dafs beidemale eine vor den andern ausgezeichnete da gewesen ist, macht die Vermuthung einer wirklichen Theilung wenigstens wahrscheinlich: Es ist selbst möglich, dafs wenn die Umstände jetzt nicht so viel ungünstiger wären als 1825, da Saturn damals eine starke nördliche Declination jetzt eine nicht unbeträchtliche südliche hat, so dafs er hier in Berlin nur 25° hoch kommt, auch die vorhandenen andern Linien sich gezeigt haben würden.

Kater benachrichtigte damals sogleich *Herschel* davon, der aber im Anfange von 1826 nichts bemerken konnte, so wie ebenfalls *Struve* nicht im Laufe des Jahres. Meine Notiz hat den gleichen Zweck darauf aufmerksam zu machen, da sich jetzt vielleicht noch mehr Gelegenheit findet die Permanenz oder Variabilität zu erweisen.

Kater sah die Erscheinung 1825 Decbr. 17 nur mit einem *Newton*schen Spiegeltelescope von *Watson* bei 280mal. Vergrösserung. Am 16ten und 17ten Jan. mit einem ähnlichen von *Dollond* bei 160maliger Vergrösserung.

Hier ward sie erkannt bei einer Vergrösserung, welche in dem Münchener Verzeichnifs zu 600mal angegeben wird und sie ward nachher gesehen bis zu einer 320maligen herab. Indessen kann ich nicht umhin zu bemerken, dafs diese Zahlen gewifs zu grofs sind. Bei der Prüfung des *Duve*schen Oculars ging ich auch die sämmtlichen Münchener Vergrösserungen zum Fadenmicrometer durch und fand mit einem *Ramsden*schen Dynameter übereinstimmend aus mehreren Messungen, dafs die Münchener

600malige	eigentlich nur	400mal
480 —	——— —	384 —
320 —	——— —	240 —
214 —	——— —	192 —
140 —	——— —	128 —
90 —	——— —	87 —

vergrösert. Die letzten Zahlen können um einige Einheiten ungewifs seyn, nicht aber um so viel, dafs im Ganzen nicht ein sehr beträchtlicher Unterschied bliebe. Aus der Gleichheit der Dimensionen des Refractors und der Oculare hier und in Dorpat möchte ich schliefsen, dafs dieselbe Verringerung der Vergrösserungszahlen auch dort stattfinden müsse, wenn gleich *Struve* es nicht erwähnt. Kann indessen die Angabe der Vergrösserungen nothwendig werden, wie es bei einigen Doppelsternen der Fall seyn mag, so wäre es vielleicht gut einen so beträchtlichen Unterschied nicht fest zu halten, wenn er vorhanden ist.

Bei dieser Gelegenheit führe ich noch an, dafs γ Virginis jetzt wieder doppelt erscheint. Nach einem Briefe von *Herschel* vom 17ten Jan. 1837 erschien er ihm in einigen früheren schönen Nächten nicht länglicht, und nach dem Bericht von *Struve* war er im Januar in Dorpat länglicht gesehen. Am 15ten März dieses Jahrs fand ich ihn hier ebenfalls nur länglicht. Der Positionskreis gab 280° 20′ oder 100° 20′ an. Auch am 2ten Mai erschien er nur länglicht, wenn gleich die starke Wallung in der Luft kein so ruhiges Bild gab, dafs man mit einiger Sicherheit hätte einstellen können. Am 29sten Mai sah ich ihn mit der 480mal. Vergrösserung von *Dunne* zum erstenmale wieder doppelt, ohne doch unterscheiden zu können, welcher der Sterne der hellere sey. Der Positionswinkel fand sich nach drei Einstellungen 258° 30′ oder 78° 30′. Nahe eben so stellte ihn Herr *Galle* ein. Am folgenden Tage stellte Herr Professor *Argelander* auf 77° 54′ und Herr Dr. *Mädler* auf 78° 19′ ein. Die Messung der Distanz ist bei ihrer Kleinheit unsicher, vielleicht würde eine Schätzung genauer gewesen seyn, da bei der sehr starken Annäherung der beiden Fäden das getrennte Bild beider Sterne nicht mehr mit Zuverlässigkeit sich unterscheiden liefs. Die Distanz ist wahrscheinlich zu grofs. Drei Messungen an dem ersten Abende gaben mir 0″55, 0″67 und 0″81. Am folgenden Abende fand Herr Dr. *Mädler* aus einer Messung 0″58. Jedenfalls möchte der Zeitpunkt der sichtbaren Trennung der beiden Sterne nur wenige Tage vorher eingetreten seyn.

Encke.

Observed Occultations of Stars at St. Croix West Indies.

1832 March 6 at $6^h\,45^m\,44^s$ Occultation by the Moon of a small star of about the 7th magnitude, which I consider to be Nr. 284 of the Catalogue of the Astronomical Society of London.

1833 Nov. 17 Occultation by the Moon of η Capricorni.

	h m s		
Immers. at	8 2 19,3	mean time.	Immersion well observed.
Emers.	8 18 47,3	—— ——	Emersion considered tolerably correct.

1834 Aug. 7 Occultation by the Moon of ν Virginis at $8^h\,8^m\,6{,}25^s$ mean time. A good observation.

Sept. 6 Occultation by the Moon of 95 Virginis at 6 48 13,70 —— —— An excellent Observation.

Digitized by Google

Transit over the Meridian of Stars, observed with the Moon.

			Sidereal Time.
Moon 1st Limb	1832	March 8	4h 20′ 40″20
a Tauri			4 26 16,92
Moon 2d Limb		— 24	18 20 36,90
α Aquilae			19 42 34,68
Regulus		Nov. 15	9 59 26,71
Moon 2d Limb			10 1 29,50
Moon 2d Limb	1833	Aug. 9	3 34 44,70
a Tauri			4 26 21,29
Moon 2d Limb		— 10	4 29 46,10
β Orionis			5 6 31,08
Moon 2d Limb	1834	Jun. 30	1h 34′ 21″25
α Arietis			1 57 49,85
Moon 2d Limb		July 1	2 19 59,75
α Ceti			2 53 36,33
α Tauri			4 26 23,57
α Leonia		Oct. 27	9 59 32,59
Moons 2d Limb			10 2 49,20
α Leonis		— 28	9 59 32,62
Moons 2d Limb			10 59 58,80
Moons 2d Limb		Nov. 23	9 42 37,24
α Leonis			9 59 33,44

Andr. Lang.

Rate of Going of Capt. *Harders* Chronometer (*Urban Jürgensen*).

	Slow for Greenwich mean Time at 7 o'Clock of each day.			Daily Rate
	m s			
1837 April 11	0 9,1	8″8	an 1 day	8″8
— 12	0 17,9	8,7	1 —	8,7
— 13	0 26,6	6,5	1 —	6,5
— 14	0 33,1	17,9	2 —	8,9
— 16	0 51,0	17,1	2 —	8,5
— 18	1 8,0	9,2	1 —	9,2
— 19	1 17,3	16,3	2 —	8,1
— 21	1 33,6	9,3	1 —	9,3
— 22	1 42,9	9,0	1 —	9,0
— 23	1 51,9	8,4	1 —	8,4
— 24	2 0,3	26,0	3 —	8,6
— 27	2 26,3	8,9	1 —	8,9
— 28	2 35,2	16,5	2 —	8,2
— 30	2 51,7	8,4	1 —	8,4
Mai 1	3 0,1	16,8	2 —	8,4
— 3	3 16,9	16,4	2 —	8,2
— 5	3 33,3	16,3	2 —	8,1
— 7	3 49,6	8,0	1 —	8,0
— 8	3 57,6	16,0	2 —	8,0
— 10	4 13,6	16,7	2 —	8,3
— 12	4 30,3	9,0	1 —	9,0
— 13	4 39,3	45,0	5 —	9,0
— 18	5 24,3	9,2	1 —	9,2
— 19	5 33,5	8,0	1 —	8,0
— 20	5 41,5	26,4	3 —	8,8
— 23	6 7,9	16,1	2 —	8,1
— 25	6 24,0	7,8	1 —	7,8
— 26	0 31,8	25,4	3 —	8,4
— 29	6 57,2	17,4	2 —	8,6
— 31	7 14,6	33,6	4 —	8,4
June 4	7 48,2	24,9	3 —	8,3
— 7	8 13,1	42,4	5 —	8,5
June 12	8 55,5	18,0	2 —	9,0
— 14	9 13,5	8,7	1 —	8,7
— 15	9 22,2	17,9	2 —	8,9
— 17	9 40,1	8,6	1 —	8,6
— 18	9 48,7			

St. Croix. Sunday morning June 18. 1837 at 7 o'Clock at my observatory Latid. 17° 44′ 32″ North Longitude assumed 4h 18m 44s West from Greenwich in Time. The above chronometer was 9′ 48″7 slow for Greenwich mean time, and is retarding or going too slow daily, 8″5 as the mean rate, since April 11, and it will be most satisfactory to *M. Jürgensen* to observe by the above observations, the regularity with which this Chronometer has gone.

Andr. Lang.

Le Chronomètre que Mr. *Andr. Lang* a observé, est exécuté par mon frère *Jules* en 1833, aon nom est gravé intérieurement sur la cuvette, mais le cadran étaut encore du temps de mon père, porte le nom: *Urban Jürgensen.* Le nombre des vibrations du balancier est de 18.000 par heure.

Le Capitaine de vaisseau, Mr. *C. Hardes* s'est servi de ce Chronomètre pour la détermination des longitudes durant son voyage de Copenhague à St. Croix et de retour, et c'est pendant le séjour du Capitaine à St. Croix, que Mr. *Lang* a fait les observations ci-dessus.

L. U. Jürgensen.

Digitized by Google

Auszug aus einem Schreiben des Herrn *T. Henderson* an den Herausgeber.

Edinburgh 1837. Novbr. 3.

From the observations of the Moon's Declination, which I made with the Mural Circle at the Cape of Good Hope in 1832 and 1833, compared with the corresponding observations made at Greenwich and Cambridge, I have deduced a value of the constant quantity of the Moon's equatoreal horizontal parallax.

The following are the apparent Declinations of the Moon's limb, for the instants of the Centre passing the meridians of the respective places, deduced from the observations. These form the ground-work of the investigation.

Date.	Place.	Limb.	Declination.
1832 Mai 18	Cape	N.	— 20° 19′ 53″2
	Greenwich	—	— 21 22 30,6
19	Cape	—	— 19 22 15,5
	Greenwich	—	— 20 22 40,4
June 10	Cape	—	— 13 6 41,1
	Greenwich	—	— 14 26 47,8
July 8	Cape	—	— 15 18 16,6
	Greenwich	—	— 16 35 25,0
20	Cape	—	+ 8 3 13,6
	Greenwich	—	+ 6 59 5,0
Aug. 10	Cape	S.	— 18 11 33,9
	Greenwich	—	— 19 10 0,5
11	Cape	—	— 15 27 36,1
	Greenwich	—	— 16 25 21,9
Sept. 3	Cape	N.	— 20 9 5,1
	Greenwich	—	— 21 16 32,1
Oct. 12	Cape	—	+ 17 2 55,8
	Greenwich	—	+ 15 54 50,7
Nov. 2	Cape	S.	— 12 56 20,5
	Greenwich	—	— 13 54 3,9
6	Cape	—	+ 5 43 33,3
	Greenwich	—	+ 4 40 30,9
16	Cape	—	+ 7 16 17,3
	Greenwich	—	+ 5 41 4,2
Dec. 15	Cape	—	— 1 21 41,0
	Greenwich	—	— 2 54 28,7
1833 Jan. 6	Cape	—	+ 21 42 37,2
	Cambridge	—	+ 20 15 14,4
	Greenwich	—	+ 20 15 58,8
28	Cape	—	+ 8 32 9,6
	Cambridge	—	+ 7 28 37,9
30	Cape	—	+ 16 58 43,1
	Cambridge	—	+ 15 50 5,0
	Greenwich	—	+ 15 50 40,5
Febr. 2	Cape	N.	+ 22 50 25,9
	Greenwich	—	+ 21 27 34,0
3	Cape	—	+ 21 26 36,8
	Greenwich	—	+ 19 57 24,3
28	Cape	S.	+ 21 27 7,2
	Cambridge	—	+ 20 13 0,2
March 4	Cape	N.	+ 16 35 6,3
	Cambridge	—	+ 14 58 12,3
	Greenwich	—	+ 14 58 46,2
1833 March 5	Cape	N.	+ 11° 46′ 35″6
	Cambridge	—	+ 10 6 25,3
	Greenwich	—	+ 10 7 1,7
6	Cape	—	+ 6 16 6,9
	Greenwich	—	+ 4 35 53,1
28	Cape	—	+ 23 2 25,2
	Cambridge	—	+ 21 46 9,7
31	Cape	—	+ 18 31 20,2
	Cambridge	—	+ 16 58 10,2
April 1	Cape	—	+ 14 16 42,6
	Cambridge	—	+ 12 39 13,5
3	Cape	—	+ 3 27 42,6
	Cambridge	—	+ 1 47 55,1
	Greenwich	—	+ 1 48 18,8
5	Cape	S.	— 8 18 47,2
	Cambridge	—	— 9 51 28,2
	Greenwich	—	— 9 51 12,2
26	Cape	N.	+ 22 24 9,3
	Cambridge	—	+ 20 59 8,9
28	Cape	—	+ 16 7 6,3
	Cambridge	—	+ 14 32 25,3
	Greenwich	—	+ 14 32 57,6
29	Cape	—	+ 11 22 1,8
	Cambridge	—	+ 9 44 23,1
	Greenwich	—	+ 9 44 49,6
30	Cape	—	+ 5 58 39,1
	Cambridge	—	+ 4 19 56,3
	Greenwich	—	+ 4 20 22,6
Mai 3	Cape	—	— 10 28 37,3
	Cambridge	—	— 11 58 26,4
4	Cape	—	— 14 56 41,9
	Cambridge	—	— 16 20 37,8
11	Cape	—	— 15 21 54,8
	Cambridge	—	— 16 18 55,1

To the observed Declination of the North limb at Greenwich on March 6, a correction of 0″2 has been applied for defect of illuminated disc.

The Declinations at the Cape and Greenwich on March 5 and April 3 and those at the Cape and Cambridge on March 4, April 1, 3, 28, 29, 30, May 3 and 4 have been obtained from comparisons with the same stars at both Observatories, and their differences are therefore not affected by errors in the assumed Declinations of the Stars. The other Declinations have been obtained from comparisons with such of the principal Stars as were observed. As the relative Declinations of these Stars are known with great accuracy, and as the observations at the three Observatories have been reduced on the same system, by the application of the same refractions and corrections, and the same Catalogue of Declinations of the fundamental Stars, it is believed that the differences of the Moon's

Digitized by Google

Declination on the other days are exhibited as accurately as if the same stars had been employed.

Denoting the Earth's compression by $\frac{1}{300} + \delta c$ and the Long. of the Observatory at the Cape by $1^h 13' 55'' + s$ seconds East of Greenwich and comparing the observed with the computed parallaxes, I find the constant to be

$$57' 1''16 + 5062'' \delta c - 0{,}05\, s$$

from comparison with *Burckhardts* Tables and

$$57' 2''46 + 5062'' \delta c - 0{,}05\, s$$

from comparisons with *Damoiseaus* Tables.

The mean $57' 1''8$ is greater by $1''3$ than the constant of *Burckhardt's* Tables, and by $0''9$ than the constant of *Damoiseau's*.

The details of the investigation are contained in a Memoir transmitted to the Royal Astronomical Society.

T. Henderson.

Ueber die Reduction der Monddistanzen. Von Herrn Professor Dr. *Grunert* zu Greifswald.

Wenn H, h und H', h' die wahren und scheinbaren Höhen, δ und δ' die wahre und scheinbare Distanz bezeichnen, so hat man bekanntlich die Gleichung

$$1. \quad \frac{\cos\delta - \sin H \sin h}{\cos H \cos h} = \frac{\cos\delta' - \sin H' \sin h'}{\cos H' \cos h'}$$

oder

$$2. \quad \cos\delta \cos H' \cos h' - \cos\delta' \cos H \cos h = \sin H \sin h \cos H' \cos h' - \sin H' \sin h' \cos H \cos h.$$

Weil nun, wie man leicht findet,

$$3. \quad 4\cos\delta' \cos H \cos h = \cos(\delta' + H + h) + \cos(\delta' + H - h) + \cos(\delta' - H + h) + \cos(\delta' - H - h)$$

und

$$\begin{aligned} 4. \quad & 4(\sin H \sin h \cos H' \cos h' - \sin H' \sin h' \cos H \cos h) \\ &= [\sin(h+h') + \sin(h-h')]\,[\sin(H+H') + \sin(H-H')] \\ &\quad -[\sin(h+h') - \sin(h-h')]\,[\sin(H+H') - \sin(H-H')] \\ &= 2\sin(h-h')\sin(H+H') + 2\sin(h+h')\sin(H-H') \\ &= \cos(H+H'-h+h') - \cos(H+H'+h-h') + \cos(H-H'-h-h') - \cos(H-H'+h+h') \end{aligned}$$

ist, so ist nach der Gleichung 2

$$\begin{aligned} 5. \quad 4\cos\delta \cos H' \cos h' &= \cos(\delta' + H + h) - \cos(H + H' + h - h') \\ &\quad + \cos(\delta' - H - h) - \cos(H - H' + h - h') \\ &\quad + \cos(\delta' + H - h) + \cos(H - H' - h - h') \\ &\quad + \cos(\delta' - H + h) + \cos(H + H' - h + h') \\ &= 2\sin[H + h + \tfrac{1}{2}(H' - h' + \delta')]\,\sin\tfrac{1}{2}(H' - h' - \delta') \\ &\quad - 2\sin[H + h - \tfrac{1}{2}(H' - h' + \delta')]\,\sin\tfrac{1}{2}(H' - h' - \delta') \\ &\quad + 2\cos[H - h - \tfrac{1}{2}(H' + h' - \delta')]\,\cos\tfrac{1}{2}(H' + h' + \delta') \\ &\quad + 2\cos[H - h + \tfrac{1}{2}(H' + h' - \delta')]\,\cos\tfrac{1}{2}(H' + h' + \delta') \\ &= 4\cos(H+h)\sin\tfrac{1}{2}(H' - h' + \delta')\sin\tfrac{1}{2}(H' - h' - \delta') + 4\cos(H-h)\cos\tfrac{1}{2}(H' + h' - \delta')\cos\tfrac{1}{2}(H' + h' + \delta') \end{aligned}$$

und folglich

$$6. \quad \cos\delta = \frac{\cos(H+h)\sin\tfrac{1}{2}(H' - h' + \delta')\sin\tfrac{1}{2}(H' - h' - \delta') + \cos(H-h)\cos\tfrac{1}{2}(H' + h' - \delta')\cos\tfrac{1}{2}(H' + h' + \delta')}{\cos H' \cos h'}.$$

oder, wenn wir

$$7. \quad \begin{cases} A = \dfrac{\cos(H+h)\sin\tfrac{1}{2}(H' - h' + \delta')\sin\tfrac{1}{2}(H' - h' - \delta')}{\cos H' \cos h'} \\ B = \dfrac{\cos(H-h)\cos\tfrac{1}{2}(H' + h' - \delta')\cos\tfrac{1}{2}(H' + h' + \delta')}{\cos H' \cos h'} \end{cases}$$

setzen.

$$8. \quad \cos\delta = A + B.$$

Hat man *Matthiessens* treffliche Tafeln, die immer allgemeiner bekannt und gebraucht zu werden verdienen, zur Hand, so gestattet diese Formel, obgleich sie aus zwei Theilen besteht, doch eine sehr leichte Rechnung. Uebrigens kann man dieselbe durch Einführung von Hülfswinkeln auf verschiedene Arten zur gewöhnlichen logarithmischen Rechnung bequem einrichten. Setzt man z. B.

$$9. \quad \operatorname{tang} x = A, \quad \operatorname{tang} y = B;$$

so wird

$$10. \quad \cos\delta = \frac{\sin(x+y)}{\cos x \cos y}.$$

Digitized by Google

Borda's bekannte Methode erfordert blofs die Berechnung eines Hülfswinkels, und ist also in so fern bequemer wie die vorhergehende. Weil aber bei dieser Methode der Hülfswinkel durch seinen Sinus bestimmt wird, so wird dieselbe nicht in allen Fällen die nöthige Schärfe gewähren.

Man könnte auch

$$11.\quad \begin{cases} \sin\varphi = \cos(H+h)\sin\tfrac{1}{2}(H'-h'+\delta')\sin\tfrac{1}{2}(H'-h'-\delta') \\ \sin\psi = \cos(H-h)\cos\tfrac{1}{2}(H'+h'-\delta')\cos\tfrac{1}{2}(H'+h'+\delta') \end{cases}$$

setzen, und erhielte dann

$$12.\quad \cos\delta = \frac{2\sin\tfrac{1}{2}(\varphi+\psi)\cos\tfrac{1}{2}(\varphi-\psi)}{\cos H'\cos h'}.$$

Setzte man

$$13.\quad \begin{cases} \cos\xi = \cos(H+h)\sin\tfrac{1}{2}(H'-h'+\delta')\sin\tfrac{1}{2}(H'-h'-\delta') \\ \cos\eta = \cos(H-h)\cos\tfrac{1}{2}(H'+h'-\delta')\cos\tfrac{1}{2}(H'+h'+\delta') \end{cases}$$

so würde

$$14.\quad \cos\delta = \frac{2\cos\tfrac{1}{2}(\xi+\eta)\cos\tfrac{1}{2}(\xi-\eta)}{\cos H'\cos h'}.$$

Von den beiden letzten Methoden müfste man jederzeit die in Anwendung bringen, welche in dem betreffenden Falle das Resultat mit der erforderlichen Schärfe und Genauigkeit liefert. Dafs sich übrigens leicht noch manche andere Methoden finden lassen würden, ist klar.

Dr. *Grunert.*

Zweite Fortsetzung der Untersuchungen über die Grösse des Erdschattens.

(Vgl. 256 u. 286 der Astr. Nachr.)

Die Finsternifs vom 13ten October 1837 versprach eine günstige Gelegenheit, um die 1833 begonnenen Beobachtungen über den Erdschatten mit einer neuen Reihe zu vermehren; indefs war der Himmel weniger günstig; schon zu Anfang zeigten sich leichte Wolken und eine halbe Stunde vor dem Ende der Finsternifs wurden sie so dicht, dafs die Beobachtung aufgegeben werden mufste. Die Schärfe der Begränzung des Schattens war veränderlich; im Allgemeinen bei den Eintritten gröfser, als bei den Austritten. Ich setze nur diejenigen Beobachtungen her, welche beide Momente ergeben haben.

	Mittlere Berliner Zeit. Eintritt.	Austritt.	Vergröfserung. Zeit.
Reiner	10h 26′ 55″	13h 2′ 32″	106″8
Aristarch	10 29 9	13 6 53	89,2
Crüger	10 32 25	12 58 41	44,3
Kepler	10 33 5	13 8 16	86,2
Heraclides	10 34 40	13 14 6	45,0
Euler	10 35 36	13 13 0	69,5
Laplace	10 37 42	13 17 30	105,1
Pytheas	10 39 55	13 16 55	63,5
Copernicus	10 40 4	13 16 2	85,1
Timocharis	10 41 15	13 20 40	116,4
Plato	10 43 38	13 23 32	109,0

	Mittlere Berliner Zeit. Eintritt.	Austritt.	Vergröfserung. Zeit.
Pico	10h 43′ 16″	13h 23′ 40″	120″8
Campanus	10 46 7	13 11 10	64,2
Manilius	10 52 56	13 30 34	87,9
Menelaus	10 55 45	13 34 22	109,0
Dionysius	10 59 0	13 34 27	80,6

Halbschatten bei Grimaldi schon merklich	10h 5′
——— bei Kepler	10 11
Anfang der Finsternifs	10 23 15
Total	11 24 33
Ende der totalen	12 55 58

Die letzte Columne ist durch Vergleichung der aus den Beobachtungen resultirenden halben Dauerzeiten mit den in Nr. 337 der A. N. berechneten entstanden, und der Correctionsfactor $\gamma\left(1-\frac{B^2}{A^2}\right)$ um die angegebenen Werthe auf die Richtung des Halbmessers zu reduciren bereits angebracht. Es ergiebt sich im Mittel

Vergröfserung der halben Dauer = 86″5 in Zeit
= $\frac{1}{54,0}$ des Schattenhalbmessers;

welche Angabe sich auf den Aequatorealhalbmesser bezieht und für die Parallaxe 59′ 31″7 gültig ist.

Dr. *J. H. Mädler.*

Schreiben des Herrn *Kreil*, Adjuncten bei der Mailänder Sternwarte, an den Herausgeber.

Mailand 1837. Sept. 2.

Ich nehme mir die Freiheit Ihnen beiliegend die Resultate der Beobachtungen mitzutheilen, welche wir in der Nacht vom 10ten auf den 11ten August über die Sternschnuppen anstellten. Schon in der vorhergehenden Nacht zeigten sich viele derselben, sie wurden aber nicht regelmäfsig aufgezeichnet; auch die folgende versprach eine reiche Ausbeute; allein nach einer halbstündigen Beobachtung trübte sich der Himmel, was auch in den nächsten Abenden der Fall war. Es waren stets zwei Beobachter gleichzeitig auf dem Posten; in der ersten Stunde drei. Die erste Tafel giebt die Anzahl der Phänomene in jeder Stunde und ihre Lichtstärke. Die zweite die Sternbilder, in denen sie zuerst gesehen wurden, die dritte ihre Richtung.

Digitized by Google

Erste Tafel.

Wahre Sonnenzeit an Mailand.				Anz. der Sternschn.	Lichtstärke schwach.	mittel.	stark.
Von	9h 18′	bis	10h 20′	33	6	15	12
	10 21	—	11 28	22	3	17	2
	11 30	—	12 31	28	6	21	1
	12 34	—	13 30	23	9	2	12
	13 35	—	14 35	31	13	0	18
	14 36	—	15 47	31	19	5	7
		Summe		168	56	60	52

Zweite Tafel.

Anzahl.	Sternbilder.	Anzahl.	Sternbilder.
1	Delphin.	4	Plejaden.
1	Eidechse.	5	Wassermann.
1	Grofse Hund.	6	Adler.
1	Widder.	7	Andromeda.
2	Steinbock.	8	Perseus.
2	Schütze.	10	Leyer.
2	Grofse Bär.	10	Drache.
2	Cepheus.	10	Nördliche Krone.
2	Wallfisch.	10	Fuhrmann.
3	Bootes.	13	Pegasus.
3	Südlicher Fisch.	14	Schwan.
3	Stier.	17	Kleiner Bär.
3	Fische.	20	Cassiopeja.
3	Orion.		

Bei fünf Sternschnuppen ist das Sternbild nicht angegeben.

Dritte Tafel.

Anzahl.	Richtung.	Anzahl.	Richtung.
1	Von NO nach O.	2	Von N nach NW
1	— SO — N	2	— N — O
1	— NW — O	3	— SO — O
1	— NW — N	3	— NO — Zen.
1	— Zenith — N	3	— NO — N
1	— S — W	3	— Zenith — W
1	— SO — S.	3	— Zenith — SW
1	— O — N	3	— O — SO
1	— SW — NW	4	— NO — O
1	— SW — W	4	— NO — N
1	— NW — SO	5	— O — S
1	— NW — S	5	— W — O
1	— W — S	5	— S — SO
1	— NW — W	9	— NO — SW
1	— O — SW	9	— O — NO
2	— N — SW	10	— S — N
2	— W — SW	14	— N — W
2	— NO — SO	17	— O — W
2	— W — NW	20	— N — S
2	— NO — S		

Bei 17 Sternschnuppen ist die Richtung nicht angegeben.

Kreil.

Vermischte Nachrichten.

Von Herrn Rector *Dörfer* in Heide erschien im Jahre 1835

Leçons de Goniometrie, y compris la Trigonométrie rectiligne et sphérique,

in denen er mit Klarheit und Schärfe sowohl die vorzüglichsten goniometrischen Formeln, als auch die Reihen für die goniometrischen Functionen und die Lehrsätze beider Trigonometrien entwickelt. Da das Buch hauptsächlich zum Gebrauche in Schulen bestimmt ist, so hat er mit dem mathematischen Unterricht noch Sprachübungen verbinden wollen und deswegen es nicht in einer, sondern in mehreren Sprachen geschrieben. Es fängt griechisch an, und nachher wechseln Französisch, Englisch und Latein. Ich erinnere mich (ich glaube in *Kästners* Schriften) gelesen zu haben, dafs in derselben Hinsicht bei dem Unterricht in der Elementargeometrie in Schulen als Grundlage der griechische Text von Euclids zur Geometrie gehörigen Büchern empfohlen ward. Vielleicht hat es, aufser der Sprachübung, noch den Vortheil, dafs die Mühe, welche die Schüler sich geben müssen, das Gesagte zu verstehen, auch dazu dient ihnen den Sinn des Gesagten besser einzuprägen.

Es ist dem bescheidenen und kenntnifsreichen Verfasser zu wünschen, dafs sein Buch auch bei den Lesern, für die er es bestimmt hat, eine freundliche Aufnahme finde. *S.*

Inhalt.

(zu Nr. 337.) Ueber den astronomischen Gebrauch der Mondkarte. Von Herrn Dr. *Mädler*. p. 1.
(zu Nr. 338.) Schreiben des Herrn Professors u. Ritters *Encke*, Directors der Sternwarte in Berlin, an den Herausgeber. p. 17.
Andr. Lang Observed Occultations of Stars at St. Croix West Indies. p. 21.
Rate of Going of Capt. *Harders* Chronometer (*Urban Jürgensen*). p. 23.
Auszug aus einem Schreiben des Herrn *T. Henderson* an den Herausgeber. p. 25.
Ueber die Reduction der Monddistanzen. Von Herrn Professor Dr. *Grunert* zu Greifswald. p. 27.
Zweite Fortsetzung der Untersuchungen über die Gröfse des Erdschattens. Von Herrn Dr. *Mädler*. p. 29.
Schreiben des Herrn *Kreil*, Adjunsten der Mailander Sternwarte, an den Herausgeber. p. 29.
Vermischte Nachrichten. p. 31.

Altona 1837. December 7.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 339—342.

Ueber die Verfinsterungen auf der Erde überhaupt.

Von Herrn Professor *Hansen*,
Director der Sternwarte in Seeberg.

Die Abhandlung des Herrn Geheimenraths *Bessel* in Nr. 321 der Astron. Nachr. veranlafste mich einige Rechnungen wieder vorzunehmen, welche ich gleich nach der Erscheinung der Nr. 151 der Astr. Nachr., worin *Besseels* frühere Abhandlung über diesen Gegenstand enthalten ist, vorgenommen hatte, theils um auf den Grund dieser schönen Analyse zu kommen, und theils um zu untersuchen, wie sich die Verfinsterungen auf der Erde überhaupt gestalten. Da ich glaube, dafs einige der Resultate, die ich aus meinen Rechnungen gezogen habe, einige Beachtung verdienen, so habe ich diese hier zusammengestellt. Um Citate zu vermeiden habe ich die Formeln, welche die Grundlage aller Untersuchungen über die Verfinsterungen sind, von Anfang an abgeleitet, und mich dabei bemüht diese Ableitung so allgemein wie möglich zu machen. Ich habe auch die Formeln für die Vorausberechnung der Hauptmomente einer Verfinsterung und die Formeln für die Längenbestimmung hier aufgenommen, jene weichen in den Nebenumständen ein wenig von den *Besselschen* ab, diese sind mit den *Besselschen*, bis auf eine Bemerkung über das Zeichen von $\cos\psi$, (bei *Bessel* $\sin\psi_1$) übereinstimmend.

Ich werde mich im Folgenden immer der Benennung „Sonne“ und „Mond“ bedienen, obgleich die Formeln mit gleichem Rechte bei Sternbedeckungen, Vorübergängen der untern Planeten vor der Sonnenscheibe, und Vorübergängen der Jupitersatelliten vor der Jupiterscheibe angewandt werden können.

1.

Betrachten wir das Dreieck zwischen dem Mittelpunkte der Sonne, dem Mittelpuncte des Mondes und irgend einem beliebigen Puncte E der Oberfläche der Erde. Sey die Entfernung des Punktes E von dem Mittelpunkte des Mondes r_1, die Entfernung des Punktes E vom Mittelpunkte der Sonne r_1', die Entfernung des Mittelpunktes der Sonne von dem Mittelpunkte des Mondes R und der Winkel am Punkte E zwischen dem Mittelpunkte der Sonne und dem Mittelpunkte des Mondes P, dann ist

$$R^2 = r_1^2 + r_1'^2 - 2 r_1 r_1' \cos P$$

Seyen die rechtwinkligen Coordinaten des Mittelpunktes des Mondes, deren Anfang im Punkte E liegen soll, x_1, y_1, z_1, die Coordinaten des Mittelpunktes der Sonne, auf denselben Anfangspunkt bezogen, und jenen beziehungsweise parallel x_1', y_1', z_1', dann ist, wobei die Richtung dieser Coordinaten übrigens ganz willkührlich gelassen wird.

$$R^2 = (x_1 - x_1')^2 + (y_1 - y_1')^2 + (z_1 - z_1')^2$$
$$r_1^2 = x_1^2 + y_1^2 + z_1^2$$
$$r_1'^2 = x_1'^2 + y_1'^2 + z_1'^2$$

substituirt man diese Werthe in die vorhergehende Gleichung, dann wird

$$r_1 r_1' \cos P = x_1 x_1' + y_1 y_1' + z_1 z_1' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Betrachtet man nun den Mond und die Sonne als Kugeln, deren Halbmesser von dem Punkte E aus unter den Winkeln Δ und Δ' gesehen werden, so ist für die vier Hauptmomente einer Verfinsterung

$$P = \Delta \pm \Delta'$$

nemlich für den Anfang und das Ende der ganzen Verfinsterung $P = \Delta + \Delta'$ und für den Anfang und das Ende der totalen oder der ringförmigen Verfinsterung $P = \Delta - \Delta'$. Nennt man die wahren Halbmesser des Mondes und der Sonne l und l', dann ist

$$l = r_1 \sin\Delta$$
$$l' = r_1' \sin\Delta'$$

und hieraus

$$r_1 \cos\Delta = \sqrt{(r_1^2 - l^2)}$$
$$r_1' \cos\Delta' = \sqrt{(r_1'^2 - l'^2)}$$

Hiemit haben wir

$$r_1 r_1' \cos P = \sqrt{((r_1^2 - l^2)(r_1'^2 - l'^2))} \mp l l'$$

Wenn man diesen Werth von $r_1 r_1' \cos P$ in die Gleichung (1) setzt, so ergiebt sich, nachdem diese ins Quadrat erhoben worden ist, um die Wurzelgröfsen fortzuschaffen, und nachdem für r_1^2 und $r_1'^2$ ihre obigen Werthe substituirt worden sind,

$$(x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - l^2)(x_1'^2 + y_1'^2 + z_1'^2 - l'^2)$$
$$= l^2 l'^2 \pm 2 l l' (x_1 x_1' + y_1 y_1' + z_1 z_1')(x_1 x_1' + y_1 y_1' + z_1 z_1')^2$$

Digitized by Google

oder

$$(x_,^2+y_,^2+z_,^2)(x'^2+y'^2+z'^2)-(x_,x'+y_,y'+z_,z')^2 = l'^2(x'^2+y'^2+z'^2)+l'^2(x_,^2+y_,^2+z_,^2)\pm 2ll'(x_,x'+y_,y'+z_,z')$$

welche auf bekannte Art in folgende verwandelt werden kann,

$$(2)\ldots\ldots (x_,y'-y_,x')^2+(x_,z'-z_,x')^2+(y_,z'-z_,y')^2 = (lx'\pm l'x_,)^2+(ly'\pm l'y_,)^2+(lz'\pm l'z_,)^2$$

Diese Gleichung ist in Verbindung mit den allgemeinsten Formeln für die Coordinaten die Grundlage aller Untersuchungen, welche über die Verfinsterungen geführt werden können. Sie stimmt mit der *Besselschen* Gleichung (2) Astr. Nachr. Nr. 151 überein, sie ist aber in so fern unter einem allgemeineren Gesichtspunkt aufgefafst, weil hier die Lage der Coordinaten, welche *Bessel* am angeführten Orte mit a, b, c, a', b', c', bezeichnet, ganz willkührlich zu lassen ist, während sie dort durch die dortigen Gleichungen (1) bereits vor der Ableitung der Gleichung (2) specialisirt worden sind.

2.

Die allgemeinste Form der Coordinaten ist bekanntlich folgende:

$$(3)\ldots\ldots\begin{cases} x' = a,x'+by'+cz' \\ y' = a'x'+b'y'+c'z' \\ z' = a''x'+b''y'+c''z' \\ x_, = a,x+by+cz \\ y_, = a'x+b'y+c'z \\ z_, = a''x+b''y+c''z \end{cases}$$

wo für x', y', z', x, y, z beliebige Coordinaten, am zweckmäfsigsten diejenigen, deren Ausdrücke durch gegebene Gröfsen am einfachsten sind, angenommen werden können, und wo

$$\begin{aligned} a &= -\sin d\sin\vartheta\cos\alpha-\cos p\sin\alpha \\ b &= -\sin d\sin\vartheta\sin\alpha+\cos p\cos\alpha \\ c &= \cos d\sin\vartheta \\ a' &= -\sin d\cos\vartheta\cos\alpha+\sin p\sin\alpha \\ b' &= -\sin d\cos\vartheta\sin\alpha-\sin p\cos\alpha \\ c' &= \cos d\cos\vartheta \\ a'' &= \cos d\cos\alpha \\ b'' &= \cos d\sin\alpha \\ c'' &= \sin d \end{aligned}$$

Die Bedeutung der drei willkührlichen Winkel α, d und ϑ ist bekannt, man bedarf dieser aber gar nicht, wenn es sich blofs darum handelt die Zeiten der Ein- und Austritte bei den Verfinsterungen zu bestimmen. Nennt man nun

α, δ, r	grade Aufsteigung, Abweichung und Entfernung des Mondmittelpunkts in Beziehung auf den Mittelpunkt der Erde;
α', δ', r'	dieselben Gröfsen für die Sonne;
μ, φ, ρ	dieselben Gröfsen für das geocentrische Zenith des Punktes (E) der Oberfläche der Erde;

oder mit andern Worten, μ die Sternzeit, φ die verbesserte Polhöhe und ρ den Radius der Erde für den Punkt (E), welche mit $\alpha, \delta, r, \alpha', \delta', r'$ gleichzeitig stattfinden, so sind die einfachsten Ausdrücke der Coordinaten x, y, z, x', y', z', folgende:

$$\begin{aligned} x &= r\cos\delta\cos\alpha-\rho\cos\varphi\cos\mu \\ y &= r\cos\delta\sin\alpha-\rho\cos\varphi\sin\mu \\ z &= r\sin\delta-\rho\sin\varphi \\ x' &= r'\cos\delta'\cos\alpha'-\rho\cos\varphi\cos\mu \\ y' &= r'\cos\delta'\sin\alpha'-\rho\cos\varphi\sin\mu \\ z' &= r'\sin\delta'-\rho\sin\varphi \end{aligned}$$

Substituirt man diese Ausdrücke, so wie die obigen Werthe von a, b, c, a', etc. in die Formeln (3), so ergiebt sich

$$(4)\ldots\ldots\begin{cases} x_, = r\sin\vartheta\left(\sin\delta\cos d-\cos\delta\sin d\cos(\alpha-a)\right)+r\cos\vartheta\cos\delta\sin(\alpha-a) \\ \quad -\rho\sin\vartheta\left(\sin\varphi\cos d-\cos\varphi\sin d\cos(\mu-a)\right)-\rho\cos\vartheta\cos\varphi\sin(\mu-a) \\ y_, = r\cos\vartheta\left(\sin\delta\cos d-\cos\delta\sin d\cos(\alpha-a)\right)-r\sin\vartheta\cos\delta\sin(\alpha-a) \\ \quad -\rho\cos\vartheta\left(\sin\varphi\cos d-\cos\varphi\sin d\cos(\mu-a)\right)+\rho\sin\vartheta\cos\varphi\sin(\mu-a) \\ z_, = r\sin\delta\sin d+r\cos\delta\cos d\cos(\alpha-a)-\rho\sin\varphi\sin d-\rho\cos\varphi\cos d\cos(\mu-a) \\ x' = r'\sin\vartheta\left(\sin\delta'\cos d-\cos\delta'\sin d\cos(\alpha'-a)\right)+r'\cos\vartheta\cos\delta'\sin(\alpha'-a) \\ \quad -\rho\sin\vartheta\left(\sin\varphi\cos d-\cos\varphi\sin d\cos(\mu-a)\right)-\rho\cos\vartheta\cos\varphi\sin(\mu-a) \\ y' = r'\cos\vartheta\left(\sin\delta'\cos d-\cos\delta'\sin d\cos(\alpha'-a)\right)-r'\sin\vartheta\cos\delta'\sin(\alpha'-a) \\ \quad -\rho\cos\vartheta\left(\sin\varphi\cos d-\cos\varphi\sin d\cos(\mu-a)\right)+\rho\sin\vartheta\cos\varphi\sin(\mu-a) \\ z' = r'\sin\delta'\sin d+r'\cos\delta'\cos d\cos(\alpha'-a)-\rho\sin\varphi\sin d-\rho\cos\varphi\cos d\cos(\mu-a) \end{cases}$$

Diese Formeln sind in Verbindung mit (2) die allgemeinsten, welche die vorliegende Aufgabe gestattet.

3.

Wir können jetzt über die drei willkührlichen Gröfsen a, d und ϑ so verfügen, dafs die Auflösung am einfachsten wird. Da die Gleichung (2) die höheren Potenzen der Coordinaten enthält, so wird man auf jeden Fall die willkührlichen Annahmen so einrichten müssen, dafs diese Gleichung dadurch vereinfacht wird. Setzen wir etwa, mit Vorbehalt einer dritten zu machenden Annahme $z_, = 0$ und $z' = 0$, so geht die Gleichung (2) in folgende über:

$$(x_,y'-y_,x')^2 = (lx'\pm l'x_,)^2+(ly'\pm l'y_,)^2$$

und sie wird also in der That dadurch vereinfacht. Betrachten wir nun die Gleichungen, welche durch die Bedingungen $z_, = 0$ und $z' = 0$ aus den Gleichungen (4) hervorgehen, so zeigt sich

Digitized by Google

dafs dadurch die Gröfsen a und d Functionen von μ werden, dafs heifst Functionen derjenigen Gröfse werden, welche sich während der Dauer einer Verfinsterung am stärksten ändert. Nehmen wir aber statt dessen an, dafs

$$x_{,} = x'_{,}, \quad y_{,} = y'_{,}$$

so zeigen die Gleichungen (4), dafs a und d Functionen der Gröfsen x, x', δ, δ' ohne μ werden, also Functionen derjenigen Gröfsen, die während der Dauer der Verfinsterung sich weit weniger wie μ ändern. Diese Annahme ist also weit vortheilhafter wie jene, und wir wollen daher bei dieser verharren. Es ist dieselbe, welche *Bessel* in Nr. 321 ausdrücklich gemacht hat, und welche den Endformeln in Nr. 151 und 152 implicite zu Grunde liegt.

Die Gleichung (2) geht durch diese Annahmen in folgende über;

$$(x_{,}^2+y_{,}^2)(z'_{,}-z_{,})^2 = (x_{,}^2+y_{,}^2)(l \pm l')^2+(lz'_{,} \pm l'z_{,})^2$$

und aus dieser Gleichung erhält man, wenn man die Werthe der Coordinaten aus (4), nachdem man darin $\theta = 0$ gemacht hat, substituirt, die *Besselsche* Gleichung (16) A. N. Nr. 152.

Die vorstehende Gleichung läfst sich leicht auf folgende Gestalt bringen:

$$x_{,}^2+y_{,}^2 = \frac{(lz'_{,} \pm l'z_{,})^2}{(z'_{,}-z_{,})^2-(l \pm l')^2}$$

und diese läfst sich leicht, wenn man einen Hülfswinkel f durch folgende Formel

$$\sin f = \frac{l \pm l'}{z'_{,}-z_{,}}$$

woraus sich ergiebt

$$\cos f = \frac{\sqrt{((z'_{,}-z_{,})^2-(l \pm l')^2)}}{z'_{,}-z_{,}}$$

$$tg\, f = \frac{l \pm l'}{\sqrt{((z'_{,}-z_{,})^2-(l \pm l')^2)}}$$

einführt, in folgende umwandeln

$$x_{,}^2+y_{,}^2 = (l \sec f + z_{,} tg\, f)^2 \ldots\ldots \ldots(5)$$

Wenn man in diese Formel die Werthe der Coordinaten (4), nachdem man $\theta = 0$ gemacht hat, substituirt, so erhält man die in Nr. 321 der Astr. Nachr. enthaltene *Besselsche* Auflösung, welche auch dort unmittelbar aus der vorstehenden Gleichung abgeleitet wird.

4.

Wir haben über zwei der willkührlichen Gröfsen a, d und θ verfügt, indem wir $x'_{,} = x_{,}$ und $y'_{,} = y_{,}$ machten, über die dritte Gröfse werde ich dadurch verfügen, dafs ich $x_{,} = 0$ mache. Unsere drei Bedingungsgleichungen sind also

$$x'_{,} = 0, \quad x_{,} = 0, \quad y'_{,} = y_{,}$$

und hiemit verwandelt sich die Gleichung (5) in folgende einfachere

$$\pm y_{,} = l \sec f + z_{,} tg\, f \ldots\ldots\ldots\ldots(6)$$

Wenn man die vorstehenden Bedingungsgleichungen in die Gleichungen (4) einführt, so ergeben sich zur Bestimmung der Winkel a, d und θ folgende drei Gleichungen

$$\left.\begin{aligned}
0 &= r \sin\theta \left(\sin\delta \cos d - \cos\delta \sin d \cos(\alpha-a)\right) + r \cos\theta \cos\delta \sin(\alpha-a) \\
&\quad - \rho \sin\theta \left(\sin\varphi \cos d - \cos\varphi \sin d \cos(\mu-a)\right) - \rho \cos\theta \cos\varphi \sin(\mu-a); \\
0 &= r' \sin\theta \left(\sin\delta' \cos d - \cos\delta' \sin d \cos(\alpha'-a)\right) + r' \cos\theta \cos\delta' \sin(\alpha'-a) \\
&\quad - \rho \sin\theta \left(\sin\varphi \cos d - \cos\varphi \sin d \cos(\mu-a)\right) - \rho \cos\theta \cos\varphi \sin(\mu-a); \\
0 &= r \cos\theta \left(\sin\delta \cos d - \cos\delta \sin d \cos(\alpha-a)\right) - r \sin\theta \cos\delta \sin(\alpha-a) \\
&\quad - r' \cos\theta \left(\sin\delta' \cos d - \cos\delta' \sin d \cos(\alpha'-a)\right) + r' \sin\theta \cos\delta' \sin(\alpha'-a);
\end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(7)$$

Subtrahirt man die zweite dieser Gleichungen von der ersten, so erhält man

$$\begin{aligned}
0 &= r \sin\theta \left(\sin\delta \cos d - \cos\delta \sin d \cos(\alpha-a)\right) + r \cos\theta \cos\delta \sin(\alpha-a) \\
&\quad - r' \sin\theta \left(\sin\delta' \cos d - \cos\delta' \sin d \cos(\alpha'-a)\right) - r' \cos\theta \cos\delta' \sin(\alpha'-a)
\end{aligned}$$

Man multiplicire diese Gleichung mit $\sin\theta$, die dritte Gleichung (7) mit $\cos\theta$ und addire; man multiplicire ferner die vorstehende Gleichung mit $\cos\theta$, die dritte Gleichung (7) mit $-\sin\theta$ und addire; dann entstehen folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned}
0 &= r \left(\sin\delta \cos d - \cos\delta \sin d \cos(\alpha-a)\right) - r' \left(\sin\delta' \cos d - \cos\delta' \sin d \cos(\alpha'-a)\right) \\
0 &= r \cos\delta \sin(\alpha-a) - r' \cos\delta' \sin(\alpha'-a)
\end{aligned}$$

welche, da θ aus denselben eliminirt ist, zur Bestimmung von a und d dienen. Um diese Gröfsen daraus zu erhalten, schreibe ich $(\alpha-\alpha') + (\alpha'-a)$ für $\alpha-a$, und löse den Sinus und Cosinus des betreffenden Winkels nach $\alpha-\alpha'$ und $\alpha'-a$ auf. Ist dies geschehen, so lassen sich die vorstehenden Gleichungen leicht folgendermaafsen stellen:

$$\begin{aligned}
\cos d \,(r' \sin\delta' - r \sin\delta) &= \sin d \,(r' \cos\delta' - r \cos\delta \cos(\alpha-\alpha')) \cos(\alpha'-a) + \sin d \,.\, r \cos\delta \sin(\alpha-\alpha') \sin(\alpha'-a) \\
0 &= (r' \cos\delta' - r \cos\delta \cos(\alpha-\alpha')) \sin(\alpha'-a) - r \cos\delta \sin(\alpha-\alpha') \cos(\alpha'-a)
\end{aligned}$$

Multiplicirt man die erste dieser Gleichungen mit $\cos(\alpha'-a)$, die zweite mit $\sin d \sin(\alpha'-a)$ und addirt; multiplicirt man ferner die erste mit $\sin(\alpha'-a)$, die zweite mit $-\sin d \cos(\alpha'-a)$ und addirt, so erhält man

Digitized by Google

$$(r' \sin\delta' - r\sin\delta)\cos d\cos(\alpha'-a) = \sin d\,(r'\cos\delta' - r\cos\delta\cos(\alpha-\alpha'))$$
$$(r' \sin\delta' - r\sin\delta)\cos d\sin(\alpha'-a) = \sin d\,.\,r\cos\delta\sin(\alpha-\alpha')$$

Setzt man nun $r'\sin\delta' - r\sin\delta = R\sin d$, so hat man, um a, d und R zu bestimmen,

$$(8)\ldots\ldots\begin{cases} R\cos d\sin(\alpha'-a) = r\cos\delta\sin(\alpha-\alpha') \\ R\cos d\cos(\alpha'-a) = r'\cos\delta' - r\cos\delta\cos(\alpha-\alpha') \\ R\sin d = r'\sin\delta' - r\sin\delta \end{cases}$$

Diese Gleichungen sind mit den *Besselsc*hen identisch, und es bedeuten a und d die selenocentrische grade Aufsteigung und Abweichung der Sonne, und R deren Entfernung vom Monde.

5.

Die Gleichung für den Winkel θ erhalten wir unmittelbar aus der ersten Gleichung (7) wie folgt:

$$tg\,\theta = -\frac{r\cos\delta\sin(\alpha-a) - \rho\cos\varphi\sin(\mu-a)}{r(\sin\delta\cos d - \cos\delta\sin d\cos(\alpha-a)) - \rho(\sin\varphi\cos d - \cos\varphi\sin d\cos(\mu-a))}$$

Dieser Gleichung zufolge setze ich

$$(9)\ldots\ldots\begin{cases} u\sin\theta = -r\cos\delta\sin(\alpha-a) + \rho\cos\varphi\sin(\mu-a) \\ u\cos\theta = r(\sin\delta\cos d - \cos\delta\sin d\cos(\alpha-a)) - \rho(\sin\varphi\cos d - \cos\varphi\sin d\cos(\mu-a)) \end{cases}$$

Substituirt man diese Gleichungen in die zweite Gleichung (4), so wird

$$\gamma_1 = u$$

und die Gleichung (6) geht nach der Substitution der betreffenden Werthe von γ_1 und z_1 in folgende über:

$$(10)\ldots u = l\sec f + r(\sin\delta\sin d + \cos\delta\cos d\cos(\alpha-a))\,tg\,f - \rho(\sin\varphi\sin d + \cos\varphi\cos d\cos(\mu-a))\,tg\,f$$

In dieser Gleichung habe ich das doppelte Zeichen der linken Seite weggelassen, weil es völlig willkührlich ist, und die Wahl zwischen Plus und Minus keine andere Wirkung hat, als den Anfangspunkt von θ um den halben Umkreis zu verändern. Uebrigens ist aus dem im Art. 3 gegebenen Werthe von f leicht zu erkennen, dafs die vorstehende Formel für alle äufsern Berührungen der Ränder u positiv ergiebt, und dafs bei einer totalen Verfinsterung für die inneren Berührungen dasselbe statt findet, hingegen bei einer ringförmigen Verfinsterung für die inneren Berührungen u negativ wird.

Die Gleichung (10) löst in Verbindung mit den Gleichungen (9) die Aufgabe, nachdem die Hülfsgröfsen a, d, R und berechnet worden sind. Die Gleichungen (8) bestimmen a, d und R, und für f hat man aus dem Art. 3

$$\sin f = \frac{l+l'}{z_1' - z_1}$$

Die Gleichungen (4) geben aber

$$z_1' - z_1 = \sin d\,(r'\sin\delta' - r\sin\delta) + \cos d\,(r'\cos\delta'\cos(\alpha'-a)) - r\cos\delta\cos(\alpha-a))$$
$$= \sin d\,(r'\sin\delta' - r\sin\delta) + \cos d\,[(r'\cos\delta' - r\cos\delta\cos(\alpha-\alpha'))\cos(\alpha'-a) + r\cos\delta\sin(\alpha-\alpha')\sin(\alpha'-a)]$$

und hieraus ergiebt sich leicht vermittelst der Gleichungen (8)

$$z_1' - z_1 = R$$

und somit

$$(11)\ldots\ldots\ldots\ldots\sin f = \frac{l+l'}{R}$$

6.

Um die Gleichungen (9) und (10) für die Rechnung geschickt zu machen, müssen wir die Veränderungen betrachten, denen die darin enthaltenen Gröfsen als Functionen der Zeit unterworfen sind. Unter den Gliedern, welche von der eigenen Bewegung der Sonne und des Mondes abhängen, verändern sich die Glieder

$$r\cos\delta\sin(\alpha-a)$$

und $\quad r(\sin\delta\cos d - \cos\delta\sin d\cos(\alpha-a))$

während der Dauer der Verfinsterung am stärksten. Ich nehme daher an, dafs man für irgend eine bestimmte, in der Nähe der Conjunction liegende wahre Zeit T des Orts, für welchen die Mondtafeln oder die Ephemeriden, die man benutzt, gelten, jene Gröfsen berechnet habe. Bezeichnet man mit r_0, α_0, δ_0, a_0 und d_0 die Werthe von r, α, δ, a und d, die für diese wahre Zeit T statt finden, so nehme ich an man habe gefunden

$$r_0\cos\delta_0\sin(\alpha_0 - a_0) = P_0$$
$$r_0(\sin\delta_0\cos d_0 - \cos\delta_0\sin d_0\cos(\alpha_0 - a_0)) = Q_0$$

Berechnet man nun für die Zeiten $T+1^h$, $T+2^h$, etc. und für $T-1^h$, $T-2^h$, etc. die Werthe derselben Gröfsen und bezeichnet diese allgemein mit P_n und Q_n; setzt man hierauf

$$P_1 - P_0 = p_1, \quad Q_1 - Q_0 = q_1$$
$$\tfrac{1}{2}(P_2 - P_0) = p_2, \quad \tfrac{1}{2}(Q_2 - Q_0) = q_2$$
etc. etc.
$$P_0 - P_{-1} = p_{-1}, \quad Q_0 - Q_{-1} = q_{-1}$$
$$\tfrac{1}{2}(P_0 - P_{-2}) = p_{-2}, \quad \tfrac{1}{2}(Q_0 - Q_{-2}) = q_{-2}$$

das heifst allgemein

$$\frac{P_n - P_0}{n} = p_n, \quad \frac{Q_n - Q_0}{n} = q_n \ldots\ldots (12)$$

Digitized by Google

so hat man für die wahre Zeit $T+n$ Stunden jene Gröfsen, wenn man die der Zeit $T+n$ Stunden zukommenden Werthe von r, α, etc. mit r_n, α_n, etc. bezeichnet, wie folgt,

$$r_n \cos\delta_n \sin(\alpha_n - a_n) = P_0 + n p_n$$
$$r_n(\sin\delta_n \cos d_n - \cos\delta_n \sin d_n \cos(\alpha_n - a_n)) = Q_0 + n q_n$$

und man kann die Formen P_0+np_n und Q_0+nq_n auch für gebrochene Werthe von n anwenden, um die Werthe der linken Seite der vorstehenden Gleichungen zu berechnen, wenn man die betreffenden Werthe von p_n und q_n aus den Reihen p_{-2}, p_{-1}, p_0, p_1, etc. und q_{-2}, q_{-1}, q_0, q_1, etc. durch Interpolation sucht. Diese Interpolationen sind sehr leicht zu bewerkstelligen, weil die Gröfsen p_n und q_n nur geringer und fast gleichförmiger Veränderung unterworfen sind. Die Ausdrücke (12) geben für p_0 und q_0 den Werth $\frac{0}{0}$, allein in diesem Falle hat man nach bekannten Grundsätzen

$$p_0 = \frac{\Delta P_0 + \Delta P_{-1}}{2} - \frac{1}{6}\frac{\Delta^3 P_{-1} + \Delta^3 P_{-2}}{2} + \frac{1}{30}\frac{\Delta^5 P_{-2} + \Delta^5 P_{-3}}{2} \mp \text{etc.}$$

wo zufolge der gewöhnlichen Bezeichnung

$$\Delta P_n = P_{n+1} - P_n, \quad \text{und } \Delta^m P_n = \Delta^{m-1} P_{n+1} - \Delta^{m-1} P_n$$

ist, und eben so

$$q_0 = \frac{\Delta Q_0 + \Delta Q_{-1}}{2} - \frac{1}{6}\frac{\Delta^3 Q_{-1} + \Delta^3 Q_{-2}}{2} + \frac{1}{30}\frac{\Delta^5 Q_{-2} + \Delta^5 Q_{-3}}{2} \mp \text{etc.}$$

Ich nenne demzufolge allgemein die wahre Zeit des oben bezeichneten Ortes in Stunden ausgedrückt t, und setze

$$(13)\ldots\begin{cases} r\cos\delta\sin(\alpha-a) = P_0 + p(t-T) \\ r(\sin\delta\cos d - \cos\delta\sin d\cos(\alpha-a)) = Q_0 + q(t-T) \end{cases}$$

wo also die Gröfsen p und q durch Interpolation für die Zeit t aus den bezeichneten Reihen für p_n und q_n zu entnehmen sind.

Es sey die wahre Zeit des Beobachtungsortes t', dann ist, in Graden ausgedrückt,

$$\mu - \alpha' = 15t'.$$

Es sey ferner λ der Mittagsunterschied des Beobachtungsortes und des Ortes, für den die Mondephemeriden oder Mondtafeln die man benutzt, gelten, (positiv wenn der Beobachtungsort östlicher liegt,) dann ist

$$t = t' - \lambda$$

welche die Grundlage aller die Verfinsterungen betreffenden Aufgaben sind.

7.

Wenn es sich um die Vorausberechnung der Ein- und Austritte handelt, so ist in den vorstehenden Gleichungen t' die unbekannte, zu bestimmende Gröfse. Um diese zu bestimmen werde ich zuerst t' von einer unbestimmten Zeit, die ich τ nennen will, abhängig machen. Es ist identisch

Man kann die Zeit T immer so wählen, dafs $P_0 = 0$ ist, man mufs nämlich zu diesem Zwecke für T diejenige Zeit wählen, in welcher $\alpha = a$ ist, oder mit andern Worten die Conjunctionszeit. Da aber die genaue Berechnung der Conjunctionszeit fast mehr Mühe macht, wie die Berechnung von P_0, und da es, abgesehen hiervon, vortheilhafter ist, für T eine in der Nähe der Conjunctionszeit liegende Zeit anzunehmen, welche so beschaffen ist, dafs die nöthigen Interpolationen aus den Mondephemeriden, die man benutzt, am einfachsten werden, so nehme ich an, dafs P_0 nicht Null ist. Ich werde aber zeigen, dafs man demungeachtet den vorstehenden Gleichungen die Form geben kann, die sie haben würden, wenn für T die Conjunctionszeit gewählt worden wäre. Ich führe die Hülfsgröfsen T' und U durch folgende Formeln ein,

$$\left.\begin{aligned} T' &= \frac{P_0}{p} \\ U &= Q_0 - qT' = Q_0 - \frac{q}{p}P_0 \end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots(14)$$

hiemit gehen die Formeln (13) in folgende über

$$\left.\begin{aligned} r\cos\delta\sin(\alpha-a) &= p(t+T'-T) \\ r(\sin\delta\cos d - \cos\delta\sin d\cos(\alpha-a)) &= q(t+T'-T)+U \end{aligned}\right\}(15)$$

welches die bezeichnete Form ist. Die Gröfse $T-T'$ ist in der That der Conjunctionszeit nahe gleich. Die Gröfsen T' und U, welche aus den Gleichungen (14) zu berechnen sind, sind in Folge der Gröfsen p und q, von welchen sie abhängen, veränderlich und Functionen der Zeit t; ihre Veränderung ist aber, gleich der jener Gröfsen, nur geringe.

Substituirt man nun die Gleichungen (15) in die Gleichungen (9), so hat man folgende zwei Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} u\sin\theta &= -p(t+T'-T) + \rho\cos\varphi\sin(\mu-a) \\ u\cos\theta &= U + q(t+T'-T) - \rho\sin\varphi\cos d + \rho\cos\varphi\sin d\cos(\mu-a) \end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots(16)$$

setzt man daher überdies

$$a' - a = a'$$

und führt die Gröfse t' in die Gleichungen (16) sowohl wie in die Gleichung (10) ein, so hat man, wenn man aufserdem

$$Z = r(\sin\delta\sin d + \cos\delta\cos d\cos(\alpha-a))$$

und $u = t\sec f + Z\operatorname{tg} f$ macht,

$$\left.\begin{aligned} u &= u' - \rho\sin\varphi\sin d\operatorname{tg} f - \rho\cos\varphi\cos d\cos(15t'+a')\operatorname{tg} f \\ u\sin\theta &= -p(t'-\lambda+T'-T) + \rho\cos\varphi\sin(15t'+a') \\ u\cos\theta &= U + q(t'-\lambda+T'-T) - \rho\sin\varphi\cos d + \rho\cos\varphi\sin d\cos(15t'+a') \end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots(17)$$

Digitized by Google

$$\sin(15t'+a') = \sin(15\tau+a') + \varkappa\cos\left(15\frac{t'+\tau}{2}+a'\right)(t'-\tau)$$

$$\cos(15t'+a') = \cos(15\tau+a') - \varkappa\sin\left(15\frac{t'+\tau}{2}+a'\right)(t'-\tau)$$

wenn man

$$\varkappa = 2\,\frac{\sin 15\frac{t'-\tau}{2}}{t'-\tau}$$

macht. Substituirt man diese Werthe von $\sin(15t'+a')$ und $\cos(15t'+a')$ in die beiden letzten Gleichungen (17), so lassen sich diese folgendermaafsen stellen:

$$u\sin\theta = -p(\tau-\lambda+T'-T) + \rho\cos\varphi\sin(15\tau+a') - \left[p-\varkappa\rho\cos\varphi\cos\left(15\frac{t'+\tau}{2}+a'\right)(t'-\tau)\right.$$

$$u\cos\theta = U+q(\tau-\lambda+T'-T) - \rho\sin\varphi\cos d + \rho\cos\varphi\sin d\cos(15\tau+a') + \left[q-\varkappa\rho\cos\varphi\sin d\sin\left(15\frac{t'+\tau}{2}+a'\right)\right](t'-\tau)$$

Setzt man nun

$$(18)\ldots\ldots\ldots\ldots\begin{cases} -p(\tau-\lambda+T'-T)+\rho\cos\varphi\sin(15\tau+a') = m\sin M \\ U+q(\tau-\lambda+T'-T)-\rho\sin\varphi\cos d+\rho\cos\varphi\sin d\cos(15\tau+a') = m\cos M \\ p-\varkappa\rho\cos\varphi\cos\left(15\frac{t'+\tau}{2}+a'\right) = n\sin N \\ q-\varkappa\rho\cos\varphi\sin d\sin\left(15\frac{t'+\tau}{2}+a'\right) = n\cos N \end{cases}$$

so entsteht

$$u\sin\theta = m\sin M - n\sin N(t'-\tau)$$

$$u\cos\theta = m\cos M + n\cos N(t'-\tau)$$

und hieraus durch Multiplicationen mit $\sin N$ und $\cos N$, und nachdem man $\theta+N=\psi$ gemacht hat,

$$(19),\ldots\ldots\begin{cases} \sin\psi = \frac{m}{u}\sin(M+N) \\ t' = \tau-\frac{m}{n}\cos(M+N)+\frac{u}{n}\cos\psi \\ \text{oder statt des letzteren} \\ t' = \tau+\frac{m\sin(M+N-\psi)}{n\sin\psi} \end{cases}$$

Dies ist mit weniger Abweichung die *Bessel*sche Auflösung. Die Abweichung von dieser besteht in der Ableitung, in der Art die Gröfsen p und q für verschiedene Zeiten zu berechnen, und in der Einführung der Gröfsen T', U und τ. Von der zuletzt genannten Gröfse werde ich unten einen eigenthümlichen Gebrauch machen. Die dritte Gleichung (19) gewährt eine kürzere Rechnung wie die zweite; sie darf aber nicht angewandt werden, wenn $\sin\varphi$ klein ist.

8.

Die Gröfse u ist, wie aus dem Ausdruck dafür ersichtlich ist, nur geringer Veränderung unterworfen; diese Veränderung vertritt die Stelle der Höhenvergröfserung der Halbmesser der Sonne und des Mondes. Man kann daher bei der Vorausberechnung einer Verfinsterung entweder die Glieder in u, welche von dem Beobachtungsorte abhängen, ganz weglassen, oder man kann sie durch Substitution eines genäherten Werthes von t', etwa der Zeit des Beobachtungsortes, welche der Conjunctionszeit entspricht, mit einer für diesen Zweck hinreichenden Genauigkeit berücksichtigen. Ich sehe daher u als gegeben an. Dies vorausgesetzt dienen die Gleichungen (19) zur Berechnung der Ein- und Austrittszeiten. Die erste dieser giebt $\sin\psi$, und da hierzu zwei Werthe von ψ gehören, deren Cosinusse entgegengesetzte Zeichen haben, so giebt die zweite oder dritte Gleichung (19) zwei Werthe von t', deren kleinerer die Ein- und deren gröfserer die Austrittszeit ist. Es gehört daher, wenn man N' so bestimmt, dafs n positiv ist, welches immer geschehen kann, der Werth von ψ, welchem ein negativer Cosinus zukommt, immer dem Anfang, und der, welchem ein positiver Cosinus zukommt, immer dem Ende der Verfinsterung an. Eben dasselbe findet bei einer totalen Verfinsterung für die inneren Berührungen statt, bei einer ringförmigen Verfinsterung hingegen findet für die inneren Berührungen das Entgegengesetzte statt.

Die Zeit τ ist ganz willkührlich und kann nach Belieben angenommen werden; da aber die unbekannte Zeit t' in der Gröfse $\varkappa$ sowohl wie in dem Bogen $15\frac{t'+\tau}{2}+a'$ enthalten ist, so wird die Rechnung indirect und die Aufgabe kann nur durch mehrere auf einander folgende Näherungen gelöst werden. Die Gleichungen (19) haben aber die Eigenschaft, dafs wenn nur in der ersten Annäherung nicht eine ganz beträchtlich von der Wahrheit abweichende Zeit substituirt worden ist, sie ungemein schnell zur Wahrheit convergiren.

Die Conjunctionszeit kann immer als ein genäherter Werth von t' angesehen und in der ersten Annäherung substituirt werden. Die Conjunctionszeit fällt aber oft aufserhalb der Zeit der Verfinsterung, und man kann daher im Allgemeinen nicht

Digitized by Google

hoffen, durch eine erste Annäherung, in welcher diese Zeit angewandt worden ist, die verlangten Zeiten so nahe richtig zu bekommen, dafs eine Verbesserung überflüssig wäre. Man mufs daher, wenn die beschriebene erste Annäherung vollendet ist, mit Zugrundelegung der dadurch erhaltenen Zeiten eine zweite Annäherung für den Anfang und das Ende der Verfinsterung besonders berechnen. Gewöhnlich erhält man somit die beiden verlangten Zeiten so genau wie nöthig. Setzt man in der ersten Annäherung, wie beschrieben,

$$\tau = \lambda + T' - T''$$

so hat man die folgenden Formeln für m, M, n und N zu berechnen

$$\begin{aligned} \rho \cos\varphi \sin(15\tau + a') &= m \sin M \\ U - \rho \sin\varphi \cos d + \rho \cos\varphi \sin d \cos(15\tau + a') &= m \cos M \\ p - x' \rho \cos\varphi \cos(15\tau + a') &= n \sin N \\ q - x' \rho \cos\varphi \sin d \sin(15\tau + a') &= n \cos N \end{aligned}$$

wo x' der Werth von x ist, welcher aus der Annahme $\tau = t'$ folgt, nemlich

$$x' = \frac{15\,(3600'')}{206265}, \quad \log x' = 9{,}41796$$

und somit durch die Gleichungen (19) die Ein- und Austrittszeiten.

Wenn man diese erste Annäherung berechnet hat, so kann man die ferneren Rechnungen auf zweierlei Arten durchführen. Man kann, einestheils den Werth von τ beibehalten, den man der ersten Annäherung zu Grunde gelegt hat, man kann aber auch anderntheils in jeder Annäherung für τ den Werth oder die Werthe von t' annehmen, welchen oder welche die vorhergehende Annäherung gegeben hat. Im ersten Falle bleiben, wenn man die kleinen Aenderungen, welche U und d während der Dauer der Verfinsterung erleiden, nicht berücksichtigt, m und M unverändert, n und N müssen aber alsdann in jeder Annäherung durch die Gleichungen (18) berechnet werden, in welche für x und $15\frac{t'+\tau}{2}$ diejenigen Werthe substituirt werden müssen, welche diese Gröfsen mit Zuziehung der in der vorhergehenden Annäherung gefundenen Werthe von t' haben. Im andern Falle ändern sich in jeder Annäherung nicht nur n und N sondern auch m und M; jene beiden Gröfsen müssen aber allemal durch diese Formeln

$$\begin{aligned} p - x' \rho \cos\varphi \cos(15\tau + a') &= n \sin N \\ q - x' \rho \cos\varphi \sin d \sin(15\tau + a') &= n \cos N \end{aligned}$$

berechnet werden.

Will man auf die Veränderlichkeit von p, q, etc. während der Dauer der Verfinsterung Rücksicht nehmen, so ändern sich schon dadurch bei beiden Rechnungsarten in jeder Annäherung m und M, und es scheint mir daher vortheilhafter in diesem Falle sich der letzteren Rechnungsart zu bedienen. Sieht man aber p, q, etc. als beständig an, und hat man eine Tafel zur Hand, welche die verschiedenen Werthe von x mit dem Argumente $t' - \tau$ giebt, so ist die erstere Art die vortheilhaftere. Eine solche Tafel hat *Bessel* bereits in Nr. 145 der Astr. Nachr. für Sternbedeckungen gegeben; für Sonnenfinsternisse sind die Werthe dieser Gröfse ein wenig anders, und ich füge deshalb ein Täfelchen bei, welches sich auf diese Erscheinungen bezieht. Ich habe nur vier Decimalen angesetzt, weil diese für Vorausberechnungen hinreichend sind.

$t' - \tau$. h	$\log x$.	$t' - \tau$. h	$\log x$.
0,0	9,4180	±2,0	9,4130
±0,1	9,4180	2,1	9,4125
0,2	9,4179	2,2	9,4120
0,3	9,4179	2,3	9,4114
0,4	9,4178	2,4	9,4108
0,5	9,4177	2,5	9,4102
0,6	9,4175	2,6	9,4096
0,7	9,4174	2,7	9,4089
0,8	9,4172	2,8	9,4082
0,9	9,4170	2,9	9,4075
1,0	9,4167	3,0	9,4068
1,1	9,4165	3,1	9,4060
1,2	9,4162	3,2	9,4052
1,3	9,4159	3,3	9,4044
1,4	9,4155	3,4	9,4035
1,5	9,4152	3,5	9,4027
1,6	9,4148	3,6	9,4018
1,7	9,4144	3,7	9,4009
1,8	9,4140	3,8	9,3999
1,9	9,4135	3,9	9,3989
2,0	9,4130	4,0	9,3979

Uebrigens wird, wenn man nach einer von den beiden hier auseinandergesetzten Methoden rechnet, die Tafel, welche *Encke* in seinem Jahrbuche Behufs der Vorausberechnung der Sonnenfinsternisse giebt, überflüssig. Will man die kleinen Veränderungen von p, q und d unberücksichtigt lassen, so genügt das einmalige Anführen dieser Gröfsen, und will man die Astronomen in den Stand setzen, mit wenig Mühe diese Veränderungen berücksichtigen zu können, so reicht ein Täfelchen von 3 bis 4 oder höchstens 6 Zeilen dazu hin. Ich habe in dieser Darstellung aus den oben angeführten Gründen u als constant angenommen; will man aber dessen Veränderung berücksichtigen, so läfst sich dieses durch jedesmalige Berechnung seines Werthes aus der ersten Gleichung (17) bei jeder Annäherung leicht bewerkstelligen.

9

Zur vollständigen Vorausberechnung einer Sonnenfinsternifs gehört noch die Angabe des Punktes des Sonnenrandes, wo die Berührung statt findet. Zu dem Zwecke müssen wir die geometrische Bedeutung einiger unserer Hülfsgröfsen kennen lernen. Man weifs aus der analytischen Geometrie, dafs in den Gleichungen (3) o der Cosinus des Winkels ist, den die Achse

Digitized by Google

der s' mit der Achse der $x_,'$, c' der Cosinus des Winkels, den die Achse der s' mit der Achse der $y_,'$ und c'' der Cosinus des Winkels, den die Achse der s' mit der Achse der $s_,'$ macht. Nun ist aber aus Art. 2

$$c = \cos d \sin\theta$$
$$c' = \cos d \cos\theta$$
$$c'' = \sin d$$

folglich ist θ der Winkel, den die Projection der Achse der s' auf der Ebene der $x_,'$ und $y_,'$ mit der Achse der $y_,'$ macht. Es wurde aber in dem Vorhergehenden die Lage der Achse der $s_,'$, mithin die der Ebene der $x_,'$ und $y_,'$, durch den Punkt bestimmt, dessen grade Aufsteigung a und dessen Abweichung d ist, mithin steht die Gesichtslinie vom Auge des Beobachters nach dem Punkte (a, d) der Himmelskugel senkrecht auf die Ebene der $x_,'$ und $y_,'$. Deshalb und weil die Achse der s' der Erdachse parallel angenommen worden ist, ist die Projection der Achse der s' auf der Himmelskugel der durch den Punkt (a, d) gehende Declinationskreis. Es wurde aber $x_,' = 0$ angenommen, hieraus folgt, dafs die Projection der Achse der $y_,'$ der durch den Mittelpunkt der Sonne und durch den Punkt (a, d) gehende gröfste Kreis ist; da ferner auch $x_, = 0$ gesetzt ward, so geht derselbe Kreis auch durch den Mittelpunkt des Mondes. Aus diesem Grunde liegt aber der verlangte Berührungspunkt auf diesem Kreise, und θ ist also der Winkel, den der durch den Berührungspunkt und durch den Punkt (a, d) gehende gröfste Kreis mit dem durch letzteren Punkt gehenden Declinationskreise macht. Da der Punkt (a, d) dem Mittelpunkte der Sonne sehr nahe liegt, so kann man annehmen, dafs θ der Winkel sey, den der durch den Berührungspunkt und durch den Mittelpunkt der Sonne gelegte gröfste Kreis mit dem durch den Mittelpunkt der Sonne gehenden Declinationskreise macht. Um zu erforschen, in welcher Richtung und von welchem Anfangspunkte an θ gezählt ist, wenden wir uns an die Gleichungen (9). Die erste dieser Gleichungen zeigt, dafs wenn u positiv ist, $\sin\theta$ vor der Conjunction positiv und nach derselben, obgleich das Zeichen nicht grade im Momente der geocentrischen Conjunction wechselt, negativ ist; die zweite Gleichung zeigt, dafs wenn u positiv ist $\cos\theta$ positiv ist, wenn $\delta > d$ und negativ wenn $\delta < d$, obgleich das Zeichen dieser Gröfse nicht grade wechselt wenn $\delta = d$. Wenn u negativ ist haben $\sin\theta$ und $\cos\theta$ das entgegengesetzte Zeichen in den genannten Fällen. Aus diesem allen folgt, dafs bei allen äussern Berührungen und bei einer totalen Verfinsterung auch bei den inneren Berührungen θ vom Nordpunkt des Sonnenrandes an in der Richtung von Norden nach Westen durch den ganzen Umkreis gezählt ist, und dafs bei einer ringförmigen Verfinsterung für die inneren Berührungen θ zwar in derselben Richtung gezählt ist, dafs aber alsdann der Südpunkt des Sonnenrandes sein Anfangspunkt ist. Wir haben aus dem Art. 6

$$\theta = \psi - N$$

und ψ ist durch die Gleichungen (19) völlig bestimmt. Denn die erste dieser giebt $\sin\psi$ vollständig, das heifst mit dem ihm zugehörigen Zeichen, und die Absicht des Rechners, ob die zu berechnende Zeit einem Eintritte oder einem Austritte angehören solle, bestimmt nach der im Art. 8 gegebenen Regel, das Zeichen von $\cos\psi$, wodurch also ψ völlig bestimmt ist. Man kann somit θ immer durch die vorstehende Gleichung berechnen.

10.

Wenn es sich darum handelt aus einer beobachteten Sonnenfinsternifs oder Sternbedeckung die Längenunterschiede der Beobachtungsörter zu finden, so ist t' gegeben und λ oder vielmehr $\lambda + T$, das ist die wahre Zeit des Beobachtungsortes, für welche $\alpha - a = \alpha_0 - a_0$ war, ist die unbekannte Gröfse. In diesem Falle ist die im Art. 7 eingeführte willkührliche Zeit τ überflüssig. Man setze

$$\left.\begin{aligned} \rho\cos\varphi\,\sin(15t'+a') &= m'\sin M' \\ U-\rho\sin\varphi\cos d+\rho\cos\varphi\sin d\cos(15t'+a') &= m'\cos M' \\ p &= n'\sin N \\ q &= n'\cos N \end{aligned}\right\} (20)^a$$

dann geben die Gleichungen (17) mit wenig Mühe

$$\left.\begin{aligned} u &= u'-\rho\sin\varphi\sin d\,tgf-\rho\cos\varphi\cos d\cos(15t'+a')tgf \\ \sin\psi' &= \frac{m'}{u}\sin(M'+N') \\ T_, &= t'+T'+\frac{m'}{n'}\cos(M'+N')-\frac{u}{n'}\cos\psi' \end{aligned}\right\} (20)$$

oder

$$T_, = t'+T'-\frac{m'\sin(M'+N'-\psi')}{n'\sin\psi'}$$

wo $T_,$ für $\lambda + T$ geschrieben ist, und wo im Allgemeinen für das Zeichen von $\cos\psi'$ die nemliche Regel gilt, die oben hinsichtlich $\cos\psi$ gegeben wurde. Es kann indefs hier eine Ausnahme statt finden; es kann beides für die Ein- und für die Austrittszeiten $\cos\psi'$ positiv seyn, und es kann für andere Oerter für diese beiden Zeiten $\cos\psi'$ negativ seyn, und bei jeder Sonnenfinsternifs so wie bei jeder Sternbedeckung ist dieses der Fall. Ich werde weiter unten den Theil der Erdoberfläche, wo dieses statt findet, zu berechnen lehren. Die zweite Gleichung für $T_,$ darf nicht angewandt werden, wenn $\sin\psi'$ sehr klein ist, oder mit andern Worten, wenn die Verfinsterung nahe central ist.

Giebt nun die Beobachtung an einem andern Orte $T_,'$ für $T_,$, so ist der Längenunterschied zwischen diesen beiden Oertern $T_,' - T_,$, und so ferner wenn an mehreren Oertern beobachtet worden ist. Kennt man im voraus den Längenunterschied zwischen dem Beobachtungsorte und dem Orte, für welchen die Mondstafeln oder Ephemeriden gelten, so genau

Digitized by Google

als erforderlich ist um die Hülfsgrößen der vorstehenden Gleichungen, welche von der eigenen Bewegung der Sonne und des Mondes abhängen, mit erforderlicher Schärfe berechnen zu können, so ist diese Aufgabe direct. Kennt man im Voraus diesen Längenunterschied weniger genau oder gar nicht, so kommt man durch Annäherungen zum Ziele, die man im Falle, wo der Längenunterschied gänzlich unbekannt ist, damit anfängt, dafs man die Werthe der Hülfsgrößen, welche für die Zeit $T-T'$ statt finden, substituirt.

11.

Zur vollständigen Längenberechnung gehört noch die Berechnung des Einflusses, welchen fehlerhafte Data auf die Zeit T, verursachen. *Bessel* hat am angeführten Orte auch diesen Einfluſs für Sternbedeckungen vollständig zu berücksichtigen gelehrt, und die Anwendung seiner Formeln auf die Sonnenfinsternisse und die andern in diese Cathegorie gehörigen Erscheinungen erfordert keinen größeren Zusatz, als dafs ihn jeder Rechner selbst wird entwickeln können. Da aber in den Gleichungen (20) die Hülfsgrößen nicht alle mit den *Bessel*schen Hülfsgrößen identisch sind, so muſs ich, um hier keine Lücke zu lassen, die Formeln zur Berechnung des genannten Einflusses ableiten. Ich nehme an, dafs α, δ, r, l und l' fehlerhaft seyen, und bezeichne deren Fehler durch dr, $d\delta$ u. s. w. Nun geben die Gleichungen (17) durch die Differentiation

$$\begin{aligned} du &= dl\,\sec f + l\,\frac{\sin f}{\cos^2 f}\,df + \left(Z - \rho\sin\Phi\sin d - \rho\cos\Phi\cos d\cos(15t'+a')\right)\frac{df}{\cos^2 f}\\ du\sin\theta + d\theta\, u\cos\theta &= -dp\,(t'+T''-T_1) + p\,dT_1 - p\,dT''\\ du\cos\theta - d\theta\, u\sin\theta &= dU + dq\,(t'+T''-T_1) - q\,dT_1 + q\,dT'' \end{aligned}$$

Eliminirt man aus den beiden letzten dieser Gleichungen $d\theta$, schreibt man $n'\sin N'$ für p, $n'\cos N'$ für q und $\psi'-N'$ für θ, so erhält man

$$dT_1 = \frac{\cos(\psi'-N')}{n'\cos\psi'}\,dU + (t'+T''-T_1)\,\frac{dq\cos(\psi'-N') - dp\sin(\psi'-N')}{n'\cos\psi'} + dT'' - \frac{du}{n'\cos\psi'}$$

Die Gleichungen (14) geben

$$\begin{aligned} dU &= dQ_0 + \frac{q}{p}\,dP_0 + \frac{qP_0}{p^2}\,dp - \frac{P_0}{p}\,dq\\ dT'' &= \frac{dP_0}{p} - \frac{P_0}{p^2}\,dp \end{aligned}$$

und aus den im Art. 6 für P_0 und Q_0 gegebenen Ausdrücken erhalten wir, wenn wir in den Coefficienten die kleinen von $\alpha-a$ und $\delta-d$ abhängigen Glieder vernachlässigen,

$$\begin{aligned} dP_0 &= P_0\,d\log r + r\cos\delta\,d\alpha\\ dQ_0 &= Q_0\,d\log r + r\,d\delta \end{aligned}$$

Wenn wir aber fortwährend in den Coefficienten die Glieder $\alpha-a$ und $\delta-d$ übergehen, so können wir p und q als die Differentialquotienten der Größen P_0 und Q_0 in Beziehung auf die Zeit ansehen, und wir haben daher, da wir für diesen Zweck auch die stündliche Bewegung von r übergehen können,

$$\begin{aligned} p &= r\cos\delta\,\frac{d(\alpha-\alpha')}{dt}\\ q &= r\,\frac{d(\delta-\delta')}{dt} \end{aligned}$$

und hieraus, wenn wir annehmen, dafs die Fehler $d\alpha$ und $d\delta$ sich während der Dauer der Verfinsterung nicht ändern,

$$dp = p\,d\log r; \quad dq = q\,d\log r$$

wo, so wie oben, $d\log r$ den Fehler des hyperbolischen Logarithmus von r bedeutet. Substituiren wir diese Werthe von dP_0, dQ_0, dp und dq in die obigen Ausdrücke für dU und dT'', so ergiebt sich

$$\begin{aligned} dU &= \frac{Q_0\sin N' - P_0\cos N'}{\sin N'}\,d\log r - r\cot g N'\cos\delta\,d\alpha + r\,d\delta\\ dT'' &= \frac{r\cos\delta}{n'\sin N'}\,d\alpha \end{aligned}$$

und hiemit durch den für dT_1 gefundenen Ausdruck

$$dT_1 = \left(\frac{Q_0\sin N' - P_0\cos N'}{\sin N'}\cdot\frac{\cos(\psi'-N')}{n'\cos\psi'} + t' + T'' - T_1\right)d\log r - r\,\frac{\sin(\psi'-N')}{n'\cos\psi'}\cos\delta\,d\alpha + r\,\frac{\cos(\psi'-N')}{n'\cos\psi'}\,d\delta - \frac{du}{n'\cos\psi'}$$

Die Gleichung (11) giebt aber, wenn wir die kleine Größe l in Beziehung auf l' vernachlässigen,

$$df\cos f = \pm\frac{dl'}{R}$$

und somit giebt die erste Gleichung dieses Artikels, wenn wir auch darin die unbedeutenden Glieder weglassen, und

$$Z_1 = Z - \rho\sin\Phi\sin d - \rho\cos\Phi\cos d\cos(15t'+a')$$

setzen,

$$du = dl \pm \frac{Z_1}{R}\,dl'$$

wo, wie immer, das obere Zeichen für äufsere und das untere Zeichen für innere Berührungen gilt.

Die vorstehende Gleichung für dT_1 besteht aus Gliedern zweierlei Gattung, nemlich aus Gliedern, die vom Beobachtungsorte abhängen und aus Gliedern, die von demselben unabhängig sind. Um diese Glieder von einander zu trennen muſs man $\sin(\psi'-N')$ und $\cos(\psi'-N')$ auflösen. Wenn dies geschehen ist, so setze man

Digitized by Google

$$\frac{Q_0 \sin N' - P_0 \cos N'}{n' \operatorname{tg} N'} d\log r + \frac{r \sin N' \cos\delta}{n'} d\alpha + \frac{r \cos N'}{n'} d\delta = \eta$$

$$\frac{Q_0 \sin N' - P_0 \cos N'}{n'} d\log r - \frac{r \cos N' \cos\delta}{n'} d\alpha + \frac{r \sin N'}{n'} d\delta = \zeta$$

dann wird mit Zuziehung des obigen Werthes von du,

$$dT_1 = \eta + \zeta \operatorname{tg}\psi' + (t' + T'' - T_1)\, d\log r - \frac{dl}{n' \cos\psi'} \mp \frac{Z_1}{R n' \cos\psi'} dl'$$

wo η alle Glieder enthält, die von dem Beobachtungsorte unabhängig sind. Die unbekannte Gröfse bei den Längenbestimmungen ist jetzt $T_1 + dT_1$ und die Fehler η, ζ, $d\log r$, dl und dl' der Rechnungselemente müssen, wenn man sie nicht gleich Null setzen kann, entweder durch die Beobachtungen der Sonnenfinsternifs an verschiedenen Orten, oder durch anderweitige Beobachtungen bestimmt werden. Die Gröfse η kann nie auf die erstgenannte Art bestimmt werden, wenn die Längen aller Beobachtungsörter unbekannt sind, sie äufsert aber auch keinen Einfluſs auf die Bestimmung der Längenunterschiede. Wenn aber die Länge Eines der Beobachtungsörter bekannt ist, so kann man sie bestimmen, wenn die Gröfsen ζ, $d\log r$ u. s. w. bestimmt worden sind, denn wir erhalten in diesem Falle durch die Rechnung

$$T_1 + dT_1 = (T_1) + \eta$$

wo (T_1) der berechnete numerische Werth von $T_1 + dT_1$ mit Weglassung der Gröfse η ist. Da nun T durch die Tafeln gegeben ist, und da $T_1 + dT_1 = \lambda + T$ ist, so haben wir

$$\eta = \lambda + T - (T_1)$$

in welcher Formel für λ die vorher bekannte Länge substituirt werden muſs. Hat man ζ und $dl r$ so wie η auf diese Art bestimmt, so geben die obigen Formeln

$$d\alpha = \frac{n' \sin N'}{r \cos\delta}\eta - \frac{n' \cos N'}{r \cos\delta}$$

$$d\delta = \frac{n' \cos N'}{r}\eta + \frac{n' \sin N'}{r}\zeta - \frac{Q_0 \sin N' - P_0 \cos N'}{r \sin N'} d\log r$$

Am häufigsten trifft es sich, daſs man $d\log r$, dl und dl' nicht mit Sicherheit durch die Beobachtungen einer Sonnenfinsternifs bestimmen kann, und in diesem Falle bleibt nichts weiter übrig als sie in diesen Formeln gleich Null zu machen. Diese Formeln sind mit den *Besselschen* identisch, obgleich sie eine etwas veränderte äufsere Gestalt haben.

12.

Es sind noch einige der Hülfsgröfsen weiter zu entwickeln. Für die Einheit der Entfernungen, welche in den vorstehenden Formeln willkührlich ist, nehme ich den Halbmesser des Erdäquators an. Nennt man nun die Aequatoreal-Horizontalparallaxe des Mondes π und die der Sonne π', so ist

$$r = \frac{1}{\sin\pi}; \quad r' = \frac{1}{\sin\pi'}$$

und ρ mufs in Theilen des Halbmessers des Erdäquators ausgedrückt werden. Hiemit haben wir nun

$$\frac{\cos\delta_n \sin(\alpha_n - a_n)}{\sin\pi_n} = P_n$$

und nach einer bekannten Umwandlung

$$\frac{\sin(\delta_n - d_n)\cos^2\tfrac{1}{2}(\alpha_n - a_n) + \sin(\delta_n + d_n)\sin^2\tfrac{1}{2}(\alpha_n - a_n)}{\sin\pi_n} = Q_n$$

und ebenso

$$\frac{\cos(\delta_n - d_n)\cos^2\tfrac{1}{2}(\alpha_n - a_n) - \cos(\delta_n + d_n)\sin^2\tfrac{1}{2}(\alpha_n - a_n)}{\sin\pi_n} = Z_n$$

In den Formeln des vorhergehenden Artikels mufs ebenfalls $\frac{1}{\sin\pi}$ für r gesetzt werden, und wir haben für diese Formeln aufserdem

$$d\log r = -d\log\sin\pi$$

Um π' zu berechnen braucht man die mittlere Horizontalparallaxe der Sonne und den Radiusvector derselben so wie ihn die Tafeln geben. Nennt man jene Π' und diesen R', so ist

$$\sin\pi' = \frac{\sin\Pi'}{R'}$$

Die Gleichungen (8) geben näherungsweise, aber für die strenge Berechnung in jedem Falle hinreichend genau

$$\alpha' - a = a' = \frac{\sin\Pi'}{R'\sin\pi}(\alpha - \alpha')$$

$$d = \delta' - \frac{\sin\Pi'}{R'\sin\pi}(\delta - \delta')$$

$$G = 1 - \frac{\sin\Pi'}{R'\sin\pi}$$

wenn man $G = R\sin\pi'$ macht. Durch die Auffindung und Einführung dieser Gröfsen ist es vorzüglich, daſs *Bessel* die genaue Berechnung der Sonnenfinsternisse auf einen bisher nicht gekannten Grad von Einfachheit gebracht hat. Die Gleichung (11) giebt jetzt

$$\sin f = \sin\pi' \frac{l + \lambda}{G}$$

Aber wenn man den Winkel, unter welchem der Halbmesser der Sonne in der mittleren Entfernung von der Erde gesehen wird, Δ' nennt, so ist

$$l' = \frac{\sin\Delta'}{\sin\Pi'}$$

und l bezeichnet ebenfalls das constante Verhältnifs des Mondhalbmessers zu seiner Parallaxe, somit wird

$$\sin f = \frac{l\sin\Pi' + \sin\Delta'}{R'G} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (21)$$

Digitized by Google

wo der Zähler eine constante Grösse ist. Es ist aus den besten Quellen

$$\Delta' = 15'\,59''788$$
$$l = 0{,}2725$$
$$\Pi' = 8''5776$$

und hiemit hat man nach *Bessels* Berechnung in Nr. 321 der Astr. Nachr. für die äufseren Berührungen

$$\log(l \sin\Pi' + \sin\Delta') = 7{,}6688050$$

und für die innern Berührungen

$$\log(l \sin\Pi' - \sin\Delta') = 7{,}6666896_n$$

Will man in die Formel für dT, auch R' und G statt R und $d\Delta'$ stat dl' einführen, so hat man

$$\frac{Z_1}{R}\,dl' = \frac{Z_1}{R'G}\,d\Delta'$$

Wenn h die Höhe des Beobachtungsortes über dem Meere, in Theilen des Halbmessers der Erde ausgedrückt, φ' dessen Polhöhe und c die Abplattung des Erdellipsoids bezeichnet, so wird

$$\rho\cos\varphi = (1+h)\frac{\cos\varphi'}{\sqrt{(\cos^2\varphi' + (1-c)^2\sin^2\varphi')}};$$
$$\rho\sin\varphi = (1+h)\frac{(1-c)^2\sin\varphi'}{\sqrt{(\cos^2\varphi' + (1-c)^2\sin^2\varphi')}}$$

Behufs der Vorausberechnungen kann man einige der vorstehenden Formeln abkürzen und setzen

$$P_0 = \frac{\alpha_0 - \alpha'_0}{\pi}\cos\delta \qquad p = \frac{\cos\delta}{\pi}\cdot\frac{d(\alpha-\alpha')}{dt}$$
$$Q_0 = \frac{\delta_0 - \delta'_0}{\pi} \qquad q = \frac{1}{\pi}\cdot\frac{d(\delta-\delta')}{dt}$$

wo $\frac{d(\alpha-\alpha')}{dt}$ und $\frac{d(\delta-\delta')}{dt}$ die stündliche relative Bewegung für die Zeit T in grader Aufsteigung und in Abweichung bedeuten

$$Z\lg f = \frac{f}{\pi}$$
$$a' = 0$$
$$d = \delta'.$$

13.

Die vorhergehenden Gleichungen lösen sehr leicht die Aufgaben, welche sich auf die Erscheinung einer Sonnenfinsternifs im Allgemeinen beziehen. Diese Aufgaben bestehen theils in Auffindung isodynamischer, theils in Auffindung isochronischer Linien auf der Erdoberfläche, und theils in Auffindung von Linien oder Punkten, welche gewissen Maximis oder Minimis entsprechen; auch kann man Linien zu finden aufgeben, welche mehrere dieser Eigenschaften in sich vereinigen. Ich stelle zuerst die Aufgabe:

1. Die Linie der centralen Verfinsterung auf der Erdoberfläche zu finden.

Nehmen wir die Gleichungen (17) wieder vor. Wenn wir in diese

$$p = n'\sin N'$$
$$q = n'\cos N'$$

setzen, so erhalten wir aus denselben durch Multiplicationen mit $\sin N'$ und $\cos N'$ die folgenden

$$u\sin(\theta+N') = U\sin N' - \rho\sin\varphi\cos d\sin N' + \rho\cos\varphi\cos N'\sin(15t'+a') + \rho\cos\varphi\sin d\sin N'\cos(15t'+a')$$
$$u\cos(\theta+N') = n'(t'-\lambda+T'-T) + U\cos N' - \rho\sin\varphi\cos d\cos N' - \rho\cos\varphi\sin N'\sin(15t'+a') + \rho\cos\varphi\sin d\cos N'\cos(15t'+a')$$

Setzt man ferner

$$\theta + N' = \psi'; \qquad \sin d\sin N' = g\sin G; \qquad \sin N' = k\sin K$$
$$\cos N' = g\cos G; \qquad \sin d\cos N' = k\cos K$$
$$G + a' = G'; \qquad K + a' = K'$$

so gehen die vorstehenden Formeln in folgende über:

$$\left.\begin{aligned} u\sin\psi' &= U\sin N' - \rho\sin\varphi\cos d\sin N' + g\rho\cos\varphi\sin(15t'+G') \\ u\cos\psi' &= n'(t'-\lambda+T'-T) + U\cos N' - \rho\sin\varphi\cos d\cos N' + k\rho\cos\varphi\cos(15t'+K') \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (22)$$

Während einer centralen Verfinsterung sind aber nothwendig die Umstände der Erscheinung eben so, wie sie seyn würden, wenn von zwei Körpern, deren Halbmesser unendlich klein sind, der eine den andern bedeckte. Wir haben also in diesem Falle $u = 0$.

Setzen wir nun

$$\cos d\sin N' = a\sin A$$
$$g\sin(15t'+G') = a\cos A$$

und führen wir die Bedingung $u = 0$ in die Gleichungen (22) ein, so erhalten wir

$$\left.\begin{aligned} \cos(\varphi+A) &= -\frac{U\sin N'}{a\rho} \\ \lambda &= t' + T' - T + \frac{U\cos N'}{n'} - \rho\sin\varphi\frac{\cos d\cos N'}{n'} + \rho\cos\varphi\frac{k}{n'}\cos(15t'+K') \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (23)$$

welche zusammen die Gleichung der verlangten Curve sind. Substituirt man irgend einen Werth des Stundenwinkels t', und berechnet damit die Hülfsgrössen a und A, so giebt die erste Gleichung (23) die Breite φ auf welcher unter dem Stundenwinkel t' die Verfinsterung central gesehen wird, und alsdann giebt die zweite Gleichung (23) die zur Breite φ gehörende

Digitized by Google

Länge λ, womit der Ort der Oberfläche der Erde völlig bestimmt ist. Die erste Gleichung (23) giebt zu jedem substituirten Werthe des Stundenwinkels zwei Werthe des Bogens $\varphi + A$ und somit auch zwei Werthe von φ, aber die Grenzen $-90°$ und $+90°$ dieses Bogens verursachen, dafs in der That jedem Stundenwinkel nur Eine Breite correspondirt. Substituirt man nach und nach alle Werthe des Stundenwinkels durch den ganzen Umkreis in die vorstehenden Formeln, so bekommt man eine Curve, die sich rings um die Erdoberfläche erstreckt und in sich selbst zurückgeht, denn die Gleichungen geben alle Punkte der Erdoberfläche, in welchen diese von der graden durch den Mittelpunkt der Sonne und des Mondes gehenden Linie geschnitten wird. Aber für einen Theil dieser Punkte ist die Sonne unter dem Horizonte und die centrale Verfinsterung wird also nicht auf allen Punkten unserer Curve gesehen. Um den Theil unserer Curve, auf welchem die centrale Verfinsterung in der That gesehen wird, von dem übrigen Theile abzusondern, wollen wir die beiden Oerter suchen, welche diese Erscheinung zuerst und zuletzt sehen.

Die Gleichungen (17) gehen für den Augenblick der centralen Verfinsterung, das ist wenn man $u = 0$ macht, in folgende über:

$$(24)\ldots\ldots\ldots\ldots\begin{cases} 0 = -p(t'-\lambda+T'-T) + \rho\cos\varphi\sin(15t'+a') \\ 0 = U+q(t'-\lambda+T'-T) - \rho\sin\varphi\cos d + \rho\cos\varphi\sin d\cos(15t'+a') \end{cases}$$

Sucht man hieraus das Maximum oder Minimum in Beziehung auf die absolute Zeit, das heifst in Beziehung auf die Zeit eines fest bestimmten Ortes, so mufs man t', φ und λ als veränderlich ansehen, und nach der Differentiation $dt' = d\lambda$ machen. Die Veränderungen von ρ und von den Hülfsgröfsen übergehe ich hiebei, weil sie unbedeutend sind. Die beschriebene Rechnung giebt

$$\begin{aligned} 0 &= -\rho\sin\varphi\sin(15t'+a')\,d\varphi + 15\rho\cos\varphi\cos(15t'+a')\,d\lambda \\ 0 &= -\rho\cos\varphi\cos d\,d\varphi - \rho\sin\varphi\sin d\cos(15t'+a')\,d\varphi - 15\rho\cos\varphi\sin d\sin(15t'+a')\,d\lambda \end{aligned}$$

und wenn man hieraus die Differentiale eliminirt, so erhält man

$$(25)\ldots\ldots 0 = \cos\varphi\cos d\cos(15t'+a') + \sin\varphi\sin d$$

als Bedingungsgleichung zwischen dem Stundenwinkel und der Breite der Oerter, welche die centrale Verfinsterung zuerst und zuletzt sehen. Diese Gleichung zeigt an, dafs für diese beiden Oerter der Punkt (a, d) im Horizonte liegt, woraus hervorgeht, dafs die durch den Mittelpunkt der Sonne und des Mondes gehende grade Linie die Erdoberfläche tangirt, und es läfst sich leicht einsehen, dafs dieses in der That die Bedingung der gröfsten und kleinsten absoluten Zeit der gesuchten Erscheinung seyn mufs.

Wir müssen jetzt den Winkel $15t'+a'$ durch Hülfe der Gleichung (25) aus den Gleichungen (24) eliminiren. Um dieses auf die einfachste Art zu bewerkstelligen, schreibe ich die Gleichungen (24) folgendermafsen:

$$(26)\ldots\ldots\begin{cases} 0 = -p(t'-\lambda+T'-T)+A \\ 0 = U+q(t'-\lambda+T'-T)-B \end{cases}$$

wo also

$$\begin{aligned} A &= \rho\cos\varphi\sin(15t'+a') \\ B &= \rho\sin\varphi\cos d - \rho\cos\varphi\sin d\cos(15t'+a') \end{aligned}$$

Sey ferner

$$C = \rho\sin\varphi\sin d + \rho\cos\varphi\cos d\cos(15t'+a')$$

Erhebt man diese drei Gleichungen ins Quadrat und addirt, so erhält man

$$A^2+B^2+C^2 = \rho^2$$

Also, da die Bedingungsgleichung (25) $C=0$ giebt,

$$A^2+B^2 = \rho^2$$

Hieraus folgt, dafs wir setzen können

$$\begin{aligned} A &= -\rho\cos H \\ B &= \rho\sin H \end{aligned}$$

wo H ein neuer Hülfswinkel ist. Hiemit, und nachdem man für p und q ihre Werthe, durch n' und N' ausgedrückt, substituirt hat, gehen die Gleichungen (26) in folgende über:

$$(27)\ldots\begin{cases} 0 = -n'\sin N'(t'-\lambda+T'-T) - \rho\cos H \\ 0 = U+n'\cos N'(t'-\lambda+T'-T) - \rho\sin H \end{cases}$$

woraus

$$\begin{aligned} 0 &= U\sin N' - \rho\cos(H-N') \\ 0 &= U\cos N' + n'(t'-\lambda+T'-T) - \rho\sin(H-N') \end{aligned}$$

sich ergiebt. Wir haben ferner aus dem doppelten Werthe von B

$$\sin H = \sin\varphi\cos d - \cos\varphi\sin d\cos(15t'+a')$$

woraus vermittelst (25) sich $15t'+a'$ leicht eliminiren läfst. Wir erhalten somit

$$\sin\varphi = \cos d\sin H$$

Für die Bestimmung des Stundenwinkels haben wir durch die Gleichung (25)

$$\operatorname{cotg}\varphi\cos(15t'+a') = -\operatorname{tg} d$$

und der doppelte Werth von A giebt

$$\cos\varphi\sin(15t'+a') = -\cos H$$

welche durch die vorhergehende Gleichung dividirt werden mufs. Sammeln wir nun die Gleichungen für die Bestimmung der in Frage stehenden zwei Punkte, so haben wir, wenn wir $H-N' = W$ machen,

$$(28)\ldots\begin{cases} \cos W = \dfrac{U}{\rho}\sin N' \\ \operatorname{cotg}\varphi\sin(15t'+a') = -\dfrac{\operatorname{cotg}(W+N')}{\cos d} \\ \operatorname{cotg}\varphi\cos(15t'+a') = -\operatorname{tg} d \\ \lambda = t'+T'-T+\dfrac{U}{n'}\cos N' - \dfrac{\rho}{n'}\sin W \end{cases}$$

Digitized by Google

Die erste dieser Gleichungen giebt, wenn sie nicht etwa unmöglich ist, in welchem Falle gar keine centrale Verfinsterung statt findet, zwei Werthe von W, somit geben die zweite und dritte Gleichung zwei Werthe von φ und t', wobei die Regel zu merken ist, dafs φ positiv ist, wenn $W+N'$ im ersten Halbkreise liegt, dafs aber φ negativ ist, wenn $W+N'$ im zweiten Halbkreise liegt. Die vierte Gleichung giebt endlich zu jedem der beiden Werthe von t' einen correspondirenden Werth von λ. Wir haben somit zwei Punkte der Erdoberfläche, und es gehört derjenige, für welchen $15t'+a'$ im zweiten Halbkreise liegt, der kleinsten Zeit oder dem Anfange, derjenige aber, für welchen $15t'+a'$ im ersten Halbkreise liegt, der gröfsten Zeit oder dem Ende der centralen Verfinsterung an, denn es ist an sich klar, dafs der Ort, welcher diese Erscheinung zuerst sieht, sie bei aufgehender, und der Ort, welcher sie zuletzt sieht, sie bei untergehender Sonne sieht.

Um nun die Curve zu berechnen, auf welcher in der That die centrale Verfinsterung sichtbar ist, fängt man damit an, dafs man vermittelst der Gleichungen (28) die beiden Endpunkte dieser Curve berechnet. Hierauf nimmt man eine beliebige Anzahl von Stundenwinkeln an, welche von dem eben gefundenen im zweiten Halbkreise liegenden Stundenwinkel ausgehend, sich bis zu dem eben gefundenen im ersten Halbkreise liegenden Stundenwinkel erstrecken. Rechnet man hiemit durch die Gleichungen (23) die Breiten und Längen, so hat man die Curve, auf welcher die centrale Verfinsterung in der That gesehen wird. Es ist übrigens leicht einzusehen, dafs diese Curve, von dem Punkte der kleinsten Zeit ausgehend, sich auf der Erdoberfläche von Westen nach Osten erstreckt.

Die erste Gleichung (28) zeigt an, dafs wenn

$$\frac{U}{\rho}\sin N' > 1 \text{ oder } < -1$$

keine centrale Verfinsterung statt findet. Die Gleichung aber

$$\frac{U}{\rho}\sin N' = 1 \text{ oder } = -1$$

giebt zu erkennen, dafs blofs an Einem Punkte der Erde diese Erscheinung statt findet, sie giebt mit andern Worten zu erkennen, dafs die, durch den Mittelpunkt der Sonne und des Mondes gehende grade Linie die Erdoberfläche tangirt, ohne sie zu schneiden. Aus der ersten Gleichung (23) folgt, dafs man die gröfste Breite, auf welcher die Verfinsterung central gesehen wird, erhält, wenn man den Stundenwinkel so annimmt, dafs $15t'+G' = 90°$ oder $= 270°$ wird.

2) Die Grenzcurven der Sichtbarkeit einer Sonnenfinsternifs auf der Erdoberfläche zu finden.

Der Schattenkegel, welcher vom Monde, indem dieser zwischen der Erde und der Sonne durchgeht, auf der Erde erzeugt wird, scheidet, während er auf dieser hinstreift, eine Zone ab, auf welcher allein die Verfinsterung gesehen wird, und es ist an sich klar, dafs an den Oertern, welche an der südlichen und nördlichen Grenze dieser, durch den Schattenkegel erzeugten Zone liegen, blofs eine äufsere Berührung der Ränder der Sonne und des Mondes gesehen wird. Wir müssen also, um die südliche und die nördliche Grenzcurve zu finden, die analytische Bedingung der blofsen Berührung der Ränder suchen. Wir haben aus der Gleichung (21) für äufsere Berührungen

$$\sin f = \frac{l\sin\Pi' + \sin\Delta'}{R'G}$$

und wenn wir in dieser Gleichung die wahren Werthe der darin vorkommenden Gröfsen substituiren, so können wir den Gleichungen (17) oder den Gleichungen (22), wenn sie auf einen bestimmten Ort angewandt werden, nur genügen, wenn wir die Ein- oder die Austrittszeit, darin substituiren. Substituiren wir hingegen in die vorstehende Gleichung für den mittleren Sonnenhalbmesser Δ' einen, von dem wahren Werthe dieser Gröfse abweichenden Werth, so können wir den Gleichungen (17) oder (22) durch Zeiten Genüge leisten, die keine Ein- oder Austrittszeiten sind. Betrachten wir nun die Sache umgekehrt, und substituiren wir in die genannten Gleichungen alle Zeitmomente, die zwischen der, einem gewissen Orte zukommenden, Ein- und Austrittszeit liegen, so können wir diesen Gleichungen immer dadurch Genüge leisten, dafs wir für Δ' einen von dem wahren Werthe abweichenden, passenden, und zwar kleineren Werthe substituiren. Die Zeit, für welche wir solchergestalt den kleinsten Werth von Δ' substituiren müssen, um den Gleichungen (17) oder (22) Genüge zu leisten, gehört nothwendig der gröfsten Phase an, die an dem vorbestimmten Orte gesehen wird. Das Minimum von Δ' bedingt daher, wenn diese Gröfse als veränderlich angesehen wird, die Zeit der gröfsten Phase, welche an einem vorbestimmten Orte gesehen wird, und der Werth, welchen Δ' in seinem Minimum hat, bedingt die Gröfse der gröfsten Phase. Dieses Minimum wollen wir zuerst suchen. Uebergehen wir hiebei die kleinen Veränderungen, welche während der Dauer der Verfinsterung die von der eigenen Bewegung der Sonne und des Mondes abhängigen Gröfsen erleiden, so zeigt die vorstehende Gleichung, dafs das Minimum von Δ' das Minimum von f nach sich zieht. Differentiiren wir daher die Gleichungen (17) in Beziehung auf f, u, θ und t' und setzen wir nach der Differentiation $df = 0$, so erhalten wir

$$\begin{aligned} du &= x'\rho\cos\varphi\cos d\sin(15t'+a')\,tg\,f \\ \sin\theta\,du + u\cos\theta\,d\theta &= -p\,dt' + x'\rho\cos\varphi\cos(15t'+a') \\ \cos\theta\,du - u\sin\theta\,d\theta &= q\,dt' - x'\rho\cos\varphi\sin(15t'+a') \end{aligned}$$

wo wie früher $x' = \frac{15(3600'')}{206265''}$ ist. Eliminiren wir aus diesen Gleichungen die Differentiale, so ergiebt sich

Digitized by Google

$$(29)\ldots\ldots\ldots\ldots\left\{\begin{array}{l} 0 = \{q - x'\rho\cos\varphi\sin d\sin(15t'+a')\}\cos\theta - \{p - x'\rho\cos\varphi\cos(15t'+a')\}\sin\theta \\ \qquad - x'\operatorname{tg} f\,\rho\cos\varphi\cos d\sin(15t'+a') \end{array}\right.$$

als Bedingungsgleichung für die Zeit der größten Phase. Wenn man also für einen gegebenen Ort der Erde dieser Gleichung und den Gleichungen (17) und (22) zugleich Genüge leistet, so erhält man die Zeit, in welcher an diesem Orte die größte Phase gesehen wird, und der Werth von f, den man, um diesen Gleichungen Genüge leisten zu können, hat anwenden müssen, steht mit der Größe der größten Phase in enger Beziehung. Hat man für f seinen wahren Werth substituiren müssen, so ist nothwendig die Größe der größten Phase Null, und es wird blofs eine äufsere Berührung der Ränder gesehen. Substituiren wir also von Anfang an den wahren Werth von f und sehen wir φ und λ als unbestimmt an, so geben die Gleichung (29) und die Gleichungen (17) oder statt deren (22) alle Oerter, welche blofs eine äufsere Berührung der Ränder sehen, und folglich die südliche und die nördliche Grenzcurve der Verfinsterung.

Lösen wir vermittelst der Gleichung $\theta = \psi' - N'\sin\theta$ und $\cos\theta$ in der Gleichung (29) auf, so findet man leicht, dafs sie sich vermittelst der im Art. 12 eingeführten Hülfswinkel in folgende verwandeln läfst:

$$0 = \left\{\frac{n'}{\varkappa} - \rho\cos\varphi\, k\sin(15t'+K')\right\}\cos\psi' + \rho\cos\varphi\, g\cos(15t'+G')\sin\psi' - \operatorname{tg} f\,\rho\cos\varphi\cos d\sin(15t'+a')$$

Zwischen dieser Gleichung und der ersten Gleichung (22) müssen wir, wenn wir eine directe Auflösung unserer Aufgabe erhalten wollen, den Winkel ψ' eliminiren, einfacher ist es aber bei der indirecten Auflösung, die in den bereits entwickelten Gleichungen enthalten ist, stehen zu bleiben. Ich substituire daher den Werth von u aus der ersten Gleichung (17) in die erste Gleichung (22), wodurch ich erhalte:

$$\begin{array}{l} \rho\cos\varphi\{g\sin(15t'+G') + \sin\psi'\operatorname{tg} f\cos d\cos(15t'+a')\} \\ \quad - \rho\sin\varphi\{\cos d\sin N' - \sin\psi'\operatorname{tg} f\sin d\} = u'\sin\psi' - U\sin N' \end{array}$$

Führen wir nun zur bequemeren Rechnung die Hülfsgrößen $c_{,}$, $\psi_{,}'$, a' und A' ein, so haben wir mit Zuziehung der zweiten Gleichung (22) die folgenden Formeln für die strenge Berechnung der südlichen und der nördlichen Grenzcurven.

$$(30)\ldots\ldots\left\{\begin{array}{rl} g\sin(15t'+G') + \sin\psi'\operatorname{tg} f\cos d\cos(15t'+a') &= a\cos A' \\ \cos d\sin N' - \sin\psi'\operatorname{tg} f\sin d &= a'\sin A' \\ \cos(\varphi+A') &= \dfrac{u'\sin\psi' - U\sin N'}{\rho a'} \\ \dfrac{n'}{\varkappa'} - \rho\cos\varphi\, k\sin(15t'+K') &= c\sin\psi_{,}' \\ -\rho\cos\varphi\, g\cos(15t'+G') &= c\cos\psi_{,}' \\ \sin(\psi'-\psi_{,}') &= -\dfrac{\operatorname{tg} f\,\rho\cos\varphi\cos d\sin(15t'+a')}{c} \\ u &= u' - \operatorname{tg} f\,\rho\sin\varphi\sin d - \operatorname{tg} f\,\rho\cos\varphi\cos d\cos(15t'+a') \\ \lambda = t' + T' - T + \dfrac{U\cos N'}{n'} - \rho\sin\varphi\dfrac{\cos d\cos N'}{n'} + \rho\cos\varphi\dfrac{k}{n'}\cos(15t'+K') - \dfrac{u}{n'}\cos\psi' & \end{array}\right.$$

Da während der größten Phase, also auch für die Oerter, welche blofs eine Berührung der Ränder sehen, $\sin\psi'$ sich nie beträchtlich von $+1$ oder -1 entfernen kann, so gewähren diese Formeln eine sehr schnelle Annäherung zum richtigen Resultate, wenn man in der ersten Annäherung $\sin\psi = 1$ oder beziehungsweise $= -1$ setzt. Hiemit geben die ersten drei Gleichungen (30) einen genäherten Werth von φ, substituirt man diesen in die zweiten drei Gleichungen (30), so erhält man einen genaueren Werth von ψ', welcher, wenn er in die ersten drei Gleichungen substituirt worden ist, einen genaueren Werth von φ giebt, und so fort, worauf man durch die beiden letzten Gleichungen (30) λ rechnet. Es ist aus dem Inhalt des Art. 9 leicht zu erkennen, dafs ψ' während der größten Phase im ersten Halbkreise liegt, wenn der Mittelpunkt des Mondes nördlich, und dafs ψ' im zweiten Halbkreise liegt, wenn der Mittelpunkt des Mondes südlich vor dem Mittelpunkte der Sonne vorbeigeht. Wir erhalten demnach die südlichen Grenzcurve, wenn wir in den vorstehenden Gleichungen anfänglich $\sin\psi' = 1$, und die nördliche Grenzcurve, wenn wir anfänglich $\sin\psi' = -1$ substituiren, und im Verlaufe der Rechnung den Bogen $\psi' - \psi_{,}'$, welcher durch seinen Sinus bestimmt wird, in demjenigen Quadranten annehmen, welcher dem anfänglich substituirten Werth von $\sin\psi'$ entspricht. Wir hätten die Transformationen in den vorstehenden Formeln etwas anders einrichten können. Wir hätten nemlich statt der Hülfsgrößen a' und A' die Größen a und A, die wir in der vorhergehenden Aufgabe gebraucht haben, anwenden können. Dadurch wäre in den Formeln keine weitere Veränderung erfolgt, als dafs in der Gleichung für $\cos(\varphi+A)$ die Größe u statt u' vorgekommen wäre, und da die Rechnung ohnehin indirect ist, so wäre hieraus kein Nachtheil erwachsen. Der Grund aber, weshalb ich die Größen a' und A' gewählt habe,

Digitized by Google

ist der, dafs $\sin\psi'$ fast nie oder vielleicht gar nie so beträchtlich von der positiven oder negativen Einheit abweicht, dafs es, wenn man nicht etwa die Resultate auf Secunden genau haben will, nöthig wäre, den genaueren Werth dieser Gröfse in der zweiten Annäherung in die Formeln für a' und A' zu substituiren. Man kann, wenn man die Resultate nur bis auf Eine Minute genau verlangt, und dies ist in der That immer mehr wie hinreichend, a' und A' unverändert so lassen, wie diese Gröfsen sich durch die erste Annäherung, wo $+1$ oder -1 für $\sin\psi'$ substituirt worden ist, ergeben haben. Wollte man sich aber erlauben, die kleinen von $tg\,f$ abhängigen Glieder zu übergehen, so würde der Fehler in der Breite bis auf mehr wie $\frac{1}{4}$ Grad gehen können, und würde man gar ψ' unbedingt $= 90°$ oder $= 270°$ annehmen, wie oft und vielleicht immer geschehen ist, so kann die Abweichung der sich so ergebenden Curve von der wahren Grenzcurve mehrere Grade betragen. Es kann aber nützlich werden, die Curven für $\psi' = 90°$ und $\psi' = 270°$ zu berechnen. Denn, wie leicht einzusehen, ist der Theil der Erdoberfläche, welcher zwischen der Curve, wo $\psi' = 90°$ und der südlichen Grenzcurve eingeschlossen ist, und der Theil der Erdoberfläche, welcher zwischen der Curve, wo $\psi' = 270°$ und der nördlichen Grenzcurve eingeschlossen ist, die Fläche der Erde, auf welcher bei dem Anfang und bei dem Ende der Verfinsterung $\cos\psi'$ dasselbe Zeichen hat. Es kann in Beziehung auf die zu den Gleichungen (20) gemachte Bemerkung, wenn man die Längen von Beobachtungsörtern, wo die Verfinsterung klein war, zu berechnen hat, nützlich seyn, diesen Theil der Erdoberfläche im Voraus zu kennen.

Substituirt man nun nach und nach in die Gleichungen (30) für t' alle Werthe durch den ganzen Umkreis, und setzt man dabei anfänglich einestheils $\sin\psi' = 1$ und anderntheils $\sin\psi' = -1$, so bekommt man (vorausgesetzt, dafs beide Curven reel werden) die südliche und die nördliche Grenzcurve der Verfinsterung. Diese beiden Curven scheiden eine Zone der Erdoberfläche von dem übrigen Theile derselben ab, auf welchem die Verfinsterung nicht gesehen wird. Aber auch auf der ganzen Fläche dieser Zone wird die Verfinsterung nicht gesehen, denn die Gleichungen (30) geben alle Punkte der Erdoberfläche, welche von der äufseren Begrenzung des Schattenkegels durchschnitten werden, und für einen Theil dieser Punkte, mithin auch für einen Theil unserer Curven, ist die Sonne nothwendig unter dem Horizonte. Der Bereich der Sichtbarkeit einer Verfinsterung wird also auch durch eine westliche und durch eine östliche Grenzcurve begrenzt.

Um die Gleichungen dieser Curven zu finden, bemerke ich, dafs da nach dem Vorhergehenden an der südlichen Grenzcurve, wo nur eine Berührung des nördlichen Sonnenrandes stattfindet, ψ' nahe $90°$ ist, und an der nördlichen Grenzcurve, wo nur eine Berührung des südlichen Sonnenrandes stattfindet, ψ' nahe $270°$ ist, zwischen diesen Grenzcurven für den Anfang und beziehungsweise für das Ende der Verfinsterung ψ' alle Werthe durch den ganzen Umkreis annehmen wird. Ferner bemerke ich, dafs der Zeitraum, in welchem der Schattenkegel die Erdoberfläche trifft, begrenzt ist. Wir finden daher die Gleichungen für die östliche und die westliche Grenzcurve, wenn wir die Oerter suchen, für welche bei willkührlich gelassenen ψ' die absolute Zeit des Anfangs oder des Endes der Verfinsterung ein Maximum oder ein Minimum ist. Da $\delta + N' = \psi'$ ist, und da N' als constant betrachtet wird, so bedingt ein willkührliches ψ' ein willkührliches δ. Wir müssen daher, um die verlangten Curven zu finden, die vollständigen Gleichungen (17), ohne auf die Veränderung von δ Rücksicht zu nehmen, nach λ, t' und φ differentiiren und nach der Differentiation $dt' = d\lambda$ machen. Da u von φ und t' abhängt, so ist diese Gröfse bei der gegenwärtigen Aufgabe veränderlich, und um diesen Umstand auf die einfachste Art berücksichtigen zu können, nehme ich die Gleichung

$$A^2 + B^2 + C^2 = \rho^2$$

die wir in der vorhergehenden Aufgabe fanden, vor. In dieser Gleichung ist

$$\left.\begin{aligned} A &= \rho\cos\varphi\sin(15t'+a') \\ B &= \rho\sin\varphi\cos d - \rho\cos\varphi\sin d\cos(15t'+a') \\ C &= \rho\sin\varphi\sin d + \rho\cos\varphi\cos d\cos(15t'+a') \end{aligned}\right\} \ldots\ldots (31)$$

Wir können nun der obigen Gleichung zufolge annehmen, dafs

$$\begin{aligned} A &= -\rho\cos V\cos H \\ B &= \rho\cos V\sin H \\ C &= \rho\sin V \end{aligned}$$

sey, wo V und H zwei Hülfswinkel sind, deren astronomische Bedeutung leicht zu erkennen ist, die aber anzuführen für unsern Zweck ganz überflüssig ist. Hiemit und wenn man für p und q ihre Werthe $n'\sin N'$ und $n'\cos N'$ substituirt, verwandeln sich die Gleichungen (17) in folgende:

$$\left.\begin{aligned} u &= u' - \rho\sin V\,tg\,f \\ u\sin\delta &= -n'\sin N'(t'-\lambda+T-T') - \rho\cos V\cos H \\ u\cos\delta &= U + n'\cos N'(t'-\lambda+T-T') - \rho\cos V\sin H \end{aligned}\right\} \ldots (32)$$

wo t', λ, V, H und u unsere veränderlichen Gröfsen sind. Nach der Differentiation haben wir also

$$\begin{aligned} du &= -\rho\cos V\,tg\,f\,dV \\ du\sin\delta &= \rho\sin V\cos H\,dV + \rho\cos V\sin H\,dH \\ du\cos\delta &= \rho\sin V\sin H\,dV - \rho\cos V\cos H\,dH \end{aligned}$$

Eliminiren wir erst du, so erhalten wir

$$\begin{aligned} (tg\,f\cos V\sin\delta + \sin V\cos H)\,dV &= -\cos V\sin H\,dH \\ (tg\,f\cos V\cos\delta + \sin V\sin H)\,dV &= \cos V\cos H\,dH \end{aligned}$$

Digitized by Google

Multipliciren wir die erste dieser Gleichungen mit $\cos H$, die zweite mit $\sin H$ und addiren wir sie, so ergiebt sich

$$(33)\ldots\ldots\ldots\ldots tg\,V = -tg\,f\sin(H+\theta)$$

welche die gesuchte Bedingungsgleichung ist. Da $\theta+N'=\psi'$ ist, so geben die Gleichungen (32) durch Multiplicationen mit $\sin N'$ und $\cos N'$, und wenn wir überdies $H-N'=W$ machen,

$$u\sin\psi' = U\sin N' - \rho\cos V\cos W$$
$$u\cos\psi' = U\cos N' + n'(t'-\lambda+T'-T) - \rho\cos V\sin W.$$

Multipliciren wir nun die dritte und zweite der Gleichungen (31) nach einander mit $\sin d$ und $\cos d$, so bekommen wir durch Addition und Subtraction statt deren die folgenden drei

$$\rho\cos\varphi\sin(15t'+a') = A$$
$$\rho\cos\varphi\cos(15t'+a') = C\cos d - B\sin d$$
$$\rho\sin\varphi = C\sin d + B\cos d$$

Setzen wir ferner $\frac{C}{B} = tg\,l$, so erhalten wir hieraus

$$cotg\,\varphi\,\sin(15t'+a') = \frac{A\cos l}{B\cos(d-l)}$$
$$cotg\,\varphi\,\cos(15t'+a') = -tg(d-l)$$

wo A, B und C vermittelst ihrer obigen Werthe durch V und W ausgedrückt werden müssen. Wir haben nun alle Gleichungen die für die Berechnung der östlichen und der westlichen Grenzcurve nöthig sind. Stellen wir sie zusammen, so ergiebt sich

$$(34)\ldots\ldots\begin{cases} tg\,V = -tg\,f\sin(W+\psi') \\ u = u' - \rho\sin V\,tg\,f \\ \cos W = \dfrac{U\sin N'}{\rho\cos V} - \dfrac{u\sin\psi'}{\rho\cos V} \\ tg\,l = \dfrac{tg\,V}{\sin(W+N')} \\ cotg\,\varphi\,\sin(15t'+a') = -\dfrac{\cos l\,cotg(W+N')}{\cos(d-l)} \\ cotg\,\varphi\,\cos(15t'+a') = -tg(d-l) \\ \lambda = t'+T'-T+\dfrac{U\cos N'}{n'} - \rho\dfrac{\cos V\sin W}{n'} - \dfrac{u}{n'}\cos\psi' \end{cases}$$

Diese Auflösung ist indirect, indem die ersten drei Gleichungen nur durch mehrere auf einander folgende Störungen berechnet werden können. Nachdem man einen willkührlichen Werth von ψ' angenommen hat, setzt man zuerst $V=0$, und berechnet durch die dritte Gleichung einen genäherten Werth von W, hiemit geben die beiden ersten Gleichungen genauere Werthe von V und u, mit welchen die Rechnung wiederholt werden muſs. Wenn man die Secunden in den Winkeln übergeht, so wird die Rechnung durch den Umstand direct, daſs V und $u-u'$ immer so klein sind, daſs sie alsdann gar keinen Einfluſs auf die Berechnung von W äuſsern. Hat man W, V und u gefunden, so geben die vier letzten Gleichungen φ und λ. Für das Zeichen von φ folgt aus den vorhergehenden Gleichungen die Regel, daſs, vorausgesetzt daſs man l immer im ersten oder im vierten Quadranten annimmt, φ positiv ist, wenn entweder $W+N'$ im ersten Halbkreise liegt und zugleich $d-l$ im ersten oder vierten Quadranten, oder wenn $W+N'$ im zweiten Halbkreise liegt und zugleich $d-l$ im zweiten oder dritten Quadranten, und daſs φ negativ ist, wenn entweder $W+N'$ im zweiten Halbkreise und zugleich $d-l$ im ersten oder vierten Quadranten liegt, oder wenn $W+N'$ im ersten Halbkreise und zugleich $d-l$ im zweiten oder dritten Quadranten liegt.

Man kann die dritte Gleichung auch so stellen

$$\sin\psi' = \frac{U\sin N'}{u} - \rho\frac{\cos V\cos W}{u}$$

Bei Anwendung dieser Gleichung substituirt man einen willkührlichen Werth von W, worauf man durch Annäherungen, die man damit anfängt, daſs man $V=0$ macht, ψ' und u erhält, worauf die vier letzten Gleichungen, wie vorher, φ und λ geben. In einem Theile der Curven ist es am zweckmäſsigsten, anfänglich ψ', in einem andern Theile derselben ist es am zweckmäſsigsten anfänglich W anzunehmen. Für jeden anfänglich substituirten Werth von ψ' oder W geben diese Gleichungen, da dem $\cos W$ in dem einen und dem $\sin\psi'$ in dem andern Falle zwei Bögen angehören, zwei Werthe von φ und λ und somit zwei Punkte der Erdoberfläche, wovon der eine der westlichen und der andere der östlichen Grenzcurve angehört; und zwar gehört der Punkt, für welchen $15t'+a'$ im ersten Halbkreise liegt, der östlichen, und der Punkt, für welchen $15t'+a'$ im zweiten Halbkreise liegt, der westlichen Grenzcurve an. Wenn u, U und N' so beschaffen ist, daſs jeder reelle Werth von ψ' einen reellen Werth von $\cos W$ giebt, so geben diese Gleichungen zwei von einander abgesonderte Curven, deren jede in sich selbst zurückkehrt. In diesem Falle ist sowohl die nördliche wie die südliche Grenzcurve reel, und jede dieser wird von jenen beiden berührt. Um diese vier Berührungspunkte zu finden, ist nichts weiter nöthig, als die Gleichung (29) mit den Gleichungen (34) zu verbinden. Führen wir zu dem Ende die Winkel V und W in die Gleichung (29) ein, so verwandelt sich diese in

Digitized by Google

$$0 = \left\{\frac{n'}{\varkappa'} + \rho \sin d \cos V \cos W - \rho \cos d \sin N' \sin V\right\} \cos\psi' - \left\{\rho \sin d \cos V \sin W - \rho \cos d \cos N' \sin V\right\} \sin\psi' + \rho\, tg f \cos d \cos V \cos(W+N')$$

woraus, wenn man

$$(35)\begin{cases} \frac{n'}{\varkappa'} + \rho \sin d \cos V \cos W - \rho \cos d \sin N' \sin V = c \sin\psi_1' \\ \rho \sin d \cos V \sin W - \rho \cos d \cos N' \sin V = c \cos\psi_1' \\ \text{setzt,} \\ \sin(\psi' - \psi_1') = \frac{\rho\, tg f \cos d \cos V \cos(W+N')}{c} \end{cases}$$

hervorgeht. Man substituirt nun, um die gemeinschaftlichen Punkte unserer Curven zu erhalten, zuerst $\psi' = 90°$ und $u = u'$ in die dritte Gleichung (34), mit den so erhaltenen beiden Werthen von W rechnet man aus den beiden ersten Gleichungen (34) V und u und somit aus den Gleichungen (35) einen genaueren Werth von ψ'; hiemit wiederholt man die Rechnung, wenn dieses nöthig seyn sollte. Wenn man die Secunden vernachlässigt, wird diese Rechnung sehr einfach, man kann alsdann in den Gleichungen (35) $V = 0$ setzen, und man bekommt alsdann gewöhnlich durch die erste Annäherung einen Werth für ψ', an welchem nichts zu verbessern nöthig ist. Rechnet man nun mit diesem Werthe von ψ' durch die Gleichungen (34) die zwei ihm entsprechenden Oerter, so hat man zwei Punkte der Erdoberfläche, wovon der eine der östlichen und der südlichen und der andere der westlichen und der südlichen Grenzcurve gemeinschaftlich ist. Führt man nun dieselbe Rechnung wieder durch, indem man anfänglich $\psi' = 270°$ in die dritte Gleichung (34) substituirt, so erhält man zwei andere Punkte der Erdoberfläche, wovon der eine der östlichen und der nördlichen, und der andere der westlichen und der nördlichen Grenzcurve gemeinschaftlich ist. Somit ist der ganze Theil der Erdoberfläche, auf welchem die Verfinsterung gesehen wird, zwischen vier Grenzcurven eingeschlossen, und ausserhalb dieser wird die Verfinsterung nicht gesehen. Um nun nur denjenigen Theil der nördlichen und der südlichen Curve zu erhalten, welcher wirkliche Grenzcurve ist, muss man in die Gleichungen (30) nur diejenigen Werthe des Stundenwinkels substituiren, welche zwischen den, den eben beschriebenen gemeinschaftlichen Punkten zukommenden Stundenwinkeln liegen, indem man von dem im zweiten Halbkreise liegenden Stundenwinkel durch 360° oder 0° zu dem im ersten Halbkreise liegenden Stundenwinkel übergeht.

Der ganze Umfang der so eben gefundenen östlichen und westlichen Grenzcurve bildet nicht die östliche und westliche Grenze der Verfinsterung, sondern von der westlichen Curve ist nur der Theil, welcher sich vom Berührungspunkte mit der südlichen Grenzcurve bis zum Berührungspunkte mit der nördlichen Grenzcurve erstreckt und in welchem ψ' den ersten und den vierten Quadranten durchläuft, also der Theil, auf welchem das Ende der Verfinsterung bei aufgehender Sonne gesehen wird, eigentliche Grenzcurve, und von der östlichen Curve ist nur der Theil, welcher sich von deren Berührungspunkte mit der südlichen Grenzcurve bis zum Berührungspunkte mit der nördlichen Grenzcurve erstreckt und in welchem ψ' den zweiten und den dritten Quadranten durchläuft, also der Theil, auf welchem der Anfang der Verfinsterung bei untergehender Sonne gesehen wird, eigentliche Grenzcurve. Die übrigen Theile dieser Curven fallen in den Bereich der Sichtbarkeit der Verfinsterung, sind aber auch merkwürdige Linien. Der Theil der westlichen Grenzcurve, welcher in den Bereich der Sichtbarkeit der Verfinsterung fällt, giebt die Oerter, welche den Anfang derselben bei aufgehender Sonne sehen, und der homologe Theil der östlichen Grenzcurve giebt die Oerter, welche das Ende der Verfinsterung bei untergehender Sonne sehen.

Auf diesen Theilen dieser Curven liegen zwei merkwürdige Punkte; nemlich auf der westlichen Curve der Ort, an welchem die Verfinsterung auf der Erde überhaupt anfängt, und auf der östlichen Curve der Punkt, wo die Verfinsterung auf der Erde überhaupt aufhört. Um diese Punkte zu finden müssen wir das Maximum und Minimum der Gleichungen (34) in Beziehung auf die absolute Zeit suchen. Differentiiren wir die erste, zweite, dritte und siebente derselben, und machen wir nach der Differentiation $dt' = d\lambda$, so erhalten wir

$$\begin{aligned} dV &= -tg f \cos^2 V \cos(W+\psi')(dW + d\psi') \\ du &= -\rho\, tg f \cos V\, dV \\ u\cos\psi' d\psi' + \sin\psi' du &= \rho \sin V \cos W\, dV + \rho \cos V \sin W\, dW \\ 0 &= \rho \sin V \sin W\, dV - \rho \cos V \cos W\, dW - \cos\psi' du + u \sin\psi' d\psi'. \end{aligned}$$

Eliminirt man zwischen diesen Gleichungen du und dV, so erhält man

$$\begin{aligned} 0 &= \left\{u\cos\psi' - \rho\, tg^2 f \cos^3 V \cos^2(W+\psi') \sin W\right\} d\psi' - \rho \cos V \left\{1 + tg^2 f \cos^2 V \cos^2(W+\psi')\right\} \sin W\, dW \\ 0 &= \left\{u\sin\psi' - \rho\, tg^2 f \cos^3 V \cos^2(W+\psi') \cos W\right\} d\psi' - \rho \cos V \left\{1 + tg^2 f \cos^2 V \cos^2(W+\psi')\right\} \cos W\, dW \end{aligned}$$

und hieraus

$$\frac{u\cos\psi' - \rho\, tg^2 f \cos^3 V \cos^2(W+\psi') \sin W}{u\sin\psi' - \rho\, tg^2 f \cos^3 V \cos^2(W+\psi') \cos W} = tg W$$

Digitized by Google

Diese Gleichung giebt

$$W+\psi' = 90° \quad \text{und} \quad W+\psi' = 270°$$

denn hiemit haben wir $\cos(W+\psi') = 0$, und alsdann aus der vorstehenden Gleichung $\operatorname{cotg}\psi' = \operatorname{tg} W$, welcher die angeführten Werthe von $W+\psi'$ ebenfalls Genüge leisten. Substituiren wir nun diese Werthe von $W+\psi'$ in die Gleichungen (34), so erhalten wir erstlich $V = \mp f$ und sodann

$$(35^a)\quad \begin{cases} u = u' \mp \rho \sin f \operatorname{tg} f \\ \sin\psi' = \dfrac{U \sin N'}{u \mp \rho \cos f} \\ \operatorname{tg} l = \dfrac{\operatorname{tg} f}{\cos(\psi' - N')} \\ \operatorname{cotg}\Phi \sin(15t'+a') = -\dfrac{\cos l \operatorname{tg}(\psi'-N')}{\cos(d+l)} \\ \operatorname{cotg}\Phi \cos(15t'+a') = -\operatorname{tg}(d+l) \\ \lambda = t' + T' - T + \dfrac{U\cos N'}{n'} - \dfrac{u \mp \rho\cos f}{n'}\cos\psi' \end{cases}$$

wobei zu bemerken ist, dafs bei Anwendung der oberen Zeichen Φ negativ ist, wenn entweder $\psi'-N'$ im zweiten oder dritten Quadranten und zugleich $d+l$ im ersten oder vierten Quadranten liegt, oder wenn $\psi'-N'$ im ersten oder vierten Quadranten und zugleich $d+l$ im zweiten oder dritten Quadranten liegt, dafs Φ hingegen positiv ist, wenn entweder $\psi'-N'$ im ersten oder vierten Quadranten und zugleich $d+l$ im ersten oder vierten Quadranten liegt, oder wenn $\psi'-N'$ sowohl wie $d+l$ im zweiten oder dritten Quadranten liegen. Bei Anwendung der unteren Zeichen ist die Regel für das Zeichen von Φ das Entgegengesetzte der eben gegebenen Regel; diese Regeln setzen aber voraus, dafs man immer l im ersten oder im vierten Quadranten annehme.

Diese Gleichungen geben uns, wenn man die oberen Zeichen anwendet, die beiden verlangten Oerter, und die Rechnung ist, wie man sieht, direct. Durch Anwendung der unteren Zeichen erhält man, wenn die südliche und die nördliche Grenzcurve beide reel sind, die beiden Oerter der Erde, an deren einem das Ende der Verfinsterung bei aufgehender Sonne unter allen zuletzt, und an deren anderem der Anfang der Verfinsterung bei untergehender Sonne unter allen zuerst gesehen wird. Wenn entweder die südliche oder die nördliche Grenzcurve imaginär ist, so werden diese beiden Punkte auch imaginär.

Die absolute Zeit, wann diese sowohl wie die übrigen in diesem Artikel abgehandelten Erscheinungen statt finden, erhält man aus den gefundenen Werthen von t' und λ durch die Gleichung

$$t = t' - \lambda.$$

Ich füge hinzu, dafs die Gleichungen (34), mithin die östliche und die westliche Grenzcurve die Oerter geben, an welchen der Anfang oder beziehungsweise das Ende der Verfinsterung in dem Augenblick gesehen wird wo der Punkt des Sonnenrandes, an welchem die Verfinsterung anfängt oder aufhört, im Horizonte liegt; es ist leicht einzusehen, dafs diese Oerter in der That die Grenze der Sichtbarkeit der Verfinsterung im Osten und Westen bilden müssen.

14.

Im Vorhergehenden habe ich angenommen, dafs beides, die südliche und die nördliche Grenzcurve, reel seyen, und dies ist möglich, denn der Halbmesser des Schattenkegels an der Erde ist immer kleiner, wie der Halbmesser dieser. Aber in den meisten Fällen wird entweder die südliche oder die nördliche Grenzcurve imaginär; es reicht alsdann der Schattenkegel über den einen Erdpol hinaus. In diesem Falle gelten die entwickelten Formeln alle noch, aber die östliche und die westliche Grenzcurve gestalten sich ganz anders, sie vereinigen sich in eine Curve, welche die Gestalt einer 8 annimmt, und also einen doppelten Punkt hat. Wir wollen diesen Fall etwas näher betrachten. Das Kennzeichen dafür können wir aus der dritten Gleichung (34) entnehmen, denn es mufs alsdann für gewisse Werthe von ψ' entweder

$$\frac{U\sin N' - u\sin\psi'}{\rho\cos V} > 1$$

oder

$$\frac{U\sin N' - u\sin\psi'}{\rho\cos V} < -1$$

seyn, so dafs ψ' nicht alle Werthe durch den ganzen Umkreis annehmen kann. Die beiden Grenzwerthe von ψ' werden alsdann entweder durch die Gleichung

$$\left.\begin{aligned} \sin\psi' &= \frac{U\sin N'}{u} - \frac{\rho\cos V}{u} \\ \text{oder durch die Gleichung} \\ \sin\psi' &= \frac{U\sin N'}{u} + \frac{\rho\cos V}{u} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (36)$$

gegeben.

Uebergehen wir die unbedeutende Variation von l, so giebt die vorletzte Gleichung (34) zu erkennen, dafs das Maximum der Breite, welche die östlich-westliche Grenzcurve, wie ich sie jetzt nennen werde, erreicht, eintritt wenn $\cos(15t'+a') = \mp 1$. Hiemit giebt die fünfte Gleichung (34) entweder $W+N' = 90°$ oder $W+N' = 270°$, woraus

$$\sin\psi' = \frac{U \mp \rho\cos V}{u}\sin N' \quad \ldots\ldots\ldots (37)$$

folgt. Das obere Zeichen kann nur statt finden, wenn U positiv, also wenn die nördliche Grenzcurve imaginär ist, und das untere Zeichen kann nur statt finden, wenn U negativ ist, also wenn die südliche Grenzcurve imaginär ist. Da aber in diesen Fällen U und Φ gleiches Zeichen haben müssen, so

Digitized by Google

haben wir im ersten Falle, wenn U und d gleiches Zeichen haben aus den Gleichungen (34)

$$\varphi = 90° - d + V$$
$$15t' + a' = 180°$$

und wenn U und d entgegengesetzte Zeichen haben,

$$\varphi = 90° + d - V$$
$$15t' + a' = 0.$$

Im zweiten Falle ergiebt sich, wenn U und d gleiche Zeichen haben,

$$\varphi = -90° - d - V$$
$$15t' + a' = 180°$$

und wenn U und d entgegengesetzte Zeichen haben.

$$\varphi = -90° + d + V$$
$$15t' + a' = 0.$$

Es reicht also in beiden Fällen unsere Curve bis an den Parallelkreis, für welchen der Punkt des Sonnenrandes, wo die Verfinsterung anfängt oder aufhört, in der Mitternacht oder beziehungsweise im Mittage im Horizonte steht, und da der obigen Breite und dem Stundenwinkel jedenfalls zwei Längen, vermöge der Gleichungen (34) angehören, so hat unsere Curve auf dem höchsten Parallel, den sie erreicht immer zwei Punkte. Wir müssen jetzt aber, um das Weitere zu erklären, zwei Fälle abgesondert betrachten,

a) Wenn U und d gleiche Zeichen haben.

Ich werde nun die beiden Punkte unserer Curve, welche dem Maximo der Breite correspondiren, A und B nennen, und werde annehmen, dafs A der Zeitfolge nach der frühere Punkt ist. Ein Bewohner des Punktes A sieht, nun den Anfang der Verfinsterung, indem die Sonne im Mitternachtspunkte und, wie überall auf unserer Curve, indem sie im Horizonte steht. Auf jedem Punkte also dieses Zweiges unserer Curve, welcher der Zeitfolge nach früher wie A ist, wird der Anfang der Verfinsterung bei aufgehender, und auf jedem Punkte, welcher später wie A ist, wird der Anfang der Verfinsterung bei untergehender Sonne gesehen. Im Punkte A fängt also, der Erklärung des vorigen Artikels zufolge, die östlich-westliche Grenzcurve an eigentliche Grenzcurve zu werden. Nach Verlauf eines gewissen Zeitraums (bei der Sonnenfinsternifs dieses Jahrs betrug er $1^h,2$) sieht ein Bewohner des Punkts B das Ende der Verfinsterung, während die Sonne im Mitternachtspunkte steht. An jedem Punkte dieses (andern) Zweiges der Curve, welcher einer frühern Zeit angehört wie B, wird das Ende der Verfinsterung bei untergehender, und an jedem Punkte, welcher einer späteren Zeit angehört wie B, wird das Ende bei aufgehender Sonne gesehen, im Punkte B fängt die östlich-westliche Grenzcurve also wieder an eigentliche Grenzcurve zu werden. Da nun aber B einer späteren Zeit angehört wie A, und da im Mitternachtspunkte in A Aufgang der Sonne in Untergang und in B Untergang in Aufgang übergeht, so folgt, dafs zwischen den Punkten A und B die Zweige unserer Curve, welche eigentliche Grenzcurven sind, einander schneiden. Es ist somit in diesem Falle der Theil der Erdoberfläche, welcher die Verfinsterung sieht, durch die östlich-westliche Grenzcurve, und durch die reelle südliche oder nördliche Grenzcurve völlig eingeschlossen. Denn es ist ohne Weiteres aus den vorhergehenden Formeln klar, dafs die östlich-westliche Grenzcurve immer mit der reellen südlichen oder nördlichen Grenzcurve zwei Punkte gemeinschaftlich hat, und zwar zwei von den vier Punkten, deren Berechnung durch die Gleichung (35) in Verbindung mit den Gleichungen (34) geführt wird.

Der Punkt, wo die beiden Zweige der östlich-westlichen Grenzcurve einander schneiden, hat das Eigenthümliche, dafs ein Bewohner desselben den Anfang der Verfinsterung bei untergehender, und das Ende derselben an dem darauf folgenden Morgen bei aufgehender Sonne sieht.

b) Wenn U und d ungleichnamig sind.

In diesem Falle gestaltet sich die Sache etwas anders. Ein Bewohner des Punktes A sieht den Anfang der Verfinsterung während die Sonne im Mittelpunkte und im Horizonte steht; vorher wurde an diesem Zweige der Curve der Anfang bei aufgehender Sonne gesehen, und nach diesem Punkte A wird auf diesem Zweige der Curve der Anfang bei untergehender Sonne gesehen, es fängt also, wie im vorigen Falle, im Punkte A der Zweig der östlich-westlichen Grenzcurve, dem dieser Punkt angehört, an, eigentliche Grenzcurve zu werden. Eben so findet man leicht, dafs bis hieher im Punkte B der Wechsel der Erscheinungen sich gleichfalls eben so gestaltet, wie im vorigen Falle. Aber es findet zwischen den beiden Fällen der wesentliche Unterschied statt, dafs in jenem Falle der Wechsel im Mitternachtspunkte, in diesem Falle aber derselbe im Mittagspunkte vor sich geht. Hieraus folgt, dafs in diesem Falle die beiden Zweige der östlich-westlichen Grenzcurve einander in einem Punkte schneiden, welcher den eigentlichen Grenzcurven nicht angehört. Während also in jenem Falle die eigentlichen Grenzcurven in einander geschoben sind und mithin eine geschlossene Grenze bilden, sind sie in diesem Falle auseinander gezogen, und lassen im Norden, wenn U positiv ist, und im Süden, wenn U negativ ist, ein Stück der Erdoberfläche ohne Begrenzung offen. Die eigentliche Grenzcurve in diesem Stück der Erdoberfläche ist aber weiter nichts wie der Theil des Parallelkreises, welcher die Punkte A und B, wo die eigentlichen Grenzcurven anfangen, mit einander verbindet, denn die Sonne scheint bis auf diesen Parallelkreis und kann über denselben nicht hinaus scheinen.

Digitized by Google

Der Durchschnittspunkt der beiden Zweige unserer Curve hat in diesem Falle das Eigenthümliche, dafs ein Bewohner desselben den Anfang der Verfinsterung bei aufgehender, und das Ende derselben an demselben Tage bei untergehender Sonne sieht.

Die Länge und Breite des Durchschnittspunktes findet man aus den Gleichungen (34), wenn man sie auf Anfang und Ende einer Verfinsterung, für welche φ und λ dieselben unbekannten Gröfsen bleiben, anwendet. Die Auflösung kann aber nur durch Näherungen bewerkstelligt werden, weil die Gleichungen in Beziehung auf den Stundenwinkel transcendent sind. Wenn man mehrere Punkte der östlich-westlichen Grenzcurve, die in der Nähe des Durchschnittspunktes liegen, durch Hülfe der Gleichungen (34) berechnet hat, so findet man die Länge und Breite des Durchschnittspunktes am leichtesten durch Interpolation.

3) Die Curve zu finden, die in irgend einem gegebenen Zeitmomente der Schattenkegel auf der Erde beschreibt.

Substituiren wir in die Gleichungen (32) für $t'-\lambda$ seinen Werth t, und für $n' \sin N'$ und $n' \cos N'$ ihre Werthe p und q, so erhalten wir

$$\begin{aligned} u &= u' - \rho \sin V \operatorname{tg} f \\ u \sin\theta &= -p(t+T'-T) - \rho \cos V \cos H \\ u \cos\theta &= U + q(t+T'-T) - \rho \cos V \sin H \end{aligned}$$

Setzen wir nun

$$\begin{aligned} p(t+T'-T) &= S \sin\Sigma \\ U + q(t+T'-T) &= S \cos\Sigma \end{aligned}$$

so haben wir

$$(38)\ldots\ldots \begin{cases} u \sin\theta &= -S\sin\Sigma - \rho \cos V \cos H \\ u \cos\theta &= S\cos\Sigma - \rho \cos V \sin H \end{cases}$$

Erheben wir diese Gleichungen ins Quadrat und addiren sie um θ zu eliminiren, so ergiebt sich nach einer leichten Umstellung

$$(39)\ldots\ldots \sin(H-\Sigma) = \frac{S^2 + \rho^2 \cos^2 V - (u' - \rho \operatorname{tg} f \sin V)^2}{2 S \rho \cos V}$$

welches die Gleichung unserer Curve ist, deren Coordinaten V und H sind. Für jeden Zeitpunkt t, den man innerhalb der durch die Gleichungen (35) mit Anwendung der oberen Zeichen gefundenen zwei Zeiten auswählt, giebt diese Gleichung zu jedem Werthe von V, den man in dieselbe substituirt, im Allgemeinen zwei Werthe von H, und somit die Coordinaten eines jeden Punktes unserer Curve. Aus V und H findet man durch die vierte, fünfte und sechste der Gleichungen (34), welche für unsern jetzigen Fall folgendermafsen geschrieben werden müssen:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg} l &= \frac{\operatorname{tg} V}{\sin H} \\ \operatorname{cotg}\varphi \sin(15\lambda + 15t + a') &= -\frac{\cos l \operatorname{cotg} H}{\cos(d-l)} \\ \operatorname{cotg}\varphi \cos(15\lambda + 15t + a') &= -\operatorname{tg}(d-l) \end{aligned}\right\} \ldots\ldots (40)$$

die Länge und Breite. Für die Erkennung des Zeichens von φ dient die Regel, die bei den Gleichungen (34) gegeben wurde. Die Gleichung (39) giebt alle Punkte der Erdoberfläche, welche zu gleicher Zeit vom Schattenkegel durchschnitten werden, sie giebt also auch diejenigen, welche in diesem Zeitpunkte von der Sonne nicht beschienen werden, und wo also in der Wirklichkeit die Curve nicht statt findet. Um den wirklich statt findenden Theil der Curve von dem übrigen Theile abzusondern, ist es nöthig, dafs die Grenzwerthe von V bestimmt werden. Die Gleichung

$$\sin\varphi \sin d + \cos\varphi \cos d \cos(15t' + a') = \sin V$$

zeigt an, dafs der Punkt (a, d), also auch nahe der Mittelpunkt der Sonne sich über dem Horizonte befindet, wenn $\sin V$ positiv, und unter dem Horizonte, wenn $\sin V$ negativ ist. Hieraus folgt beiläufig, dafs wir, um den wirklich statt findenden Theil unserer Curve zu erhalten, V im ersten Halbkreise annehmen müssen. Es ist aber an sich klar, dafs das genaue Minimum von V so bestimmt werden mufs, dafs der diesem Minimum entsprechende Punkt unserer Curve den Gleichungen für die östliche oder westliche Grenzcurve ebenfalls genügt. Wir haben also aus der vorhergehenden Aufgabe für das Minimum von V die Bedingungsgleichung

$$\operatorname{tg} V = -\operatorname{tg} f \left\{ \sin H \cos\theta + \cos H \sin\theta \right\}$$

Eliminirt man aus dieser Gleichung θ vermittelst der Gleichungen (38), so verwandelt sie sich in

$$\operatorname{tg} V = \frac{\operatorname{tg} f}{u} \left\{ \rho \cos V - S \sin(H-\Sigma) \right\} \ldots\ldots (41)$$

Die Berechnung des Minimums von V ist also indirect. Man substituirt erstlich $V = 0$ in die Gleichung (39), und mit dem so erhaltenen Werthe von $\sin(H-\Sigma)$ berechnet man durch die vorstehende Gleichung einen genäherten Werth von V, mit welchem die Rechnung, wo nöthig, wiederholt werden mufs. Wir haben somit das Minimum von V, und von diesem Minimum anfangend wächst V im ersten Halbkreise bis zu einem gewissen Maximum, von wo dieser Bogen wieder bis zum Minimum abnimmt. Um das Maximum, dessen V fähig ist, zu finden, sey $V_{,}$ irgend ein specieller Werth von V, und $H_{,}$ und $H_{,,}$ die zwei correspondirenden Werthe von H, so dafs die Substitution $V = V_{,}$ in die Gleichung (39) $H = H_{,}$ und $= H_{,,}$ giebt. Dies vorausgesetzt, findet man leicht, dafs die Substitution von $V = 180° - V_{,}$ in die Gleichung (39) nothwendig die Werthe $H = 180° + H_{,}$ und $= 180° + H_{,,}$ geben mufs. Substituirt man aber einestheils $V = V_{,}$ und $H = H_{,}$, und

Digitized by Google

andertheils $V = 180° - V_{,}$ und $H = 180° + H_{,}$ in die Gleichungen (40), so ergiebt sich leicht, dafs diese beiden Substitutionen den nemlichen Werth für φ und für λ geben, und eben so müssen die Substitutionen $V = V_{,}$, $H = H_{,,}$ und $V = 180° - V_{,}$, $H = 180° + H_{,,}$ ein und dasselbe Resultat geben. Hieraus folgern wir, dafs der Werth $V = V_{,}$ mit den ihm correspondirenden Werthen von H, und der Werth $V = 180° - V_{,}$ mit den ihm correspondirenden Werthen von H zwei nemlichen Punkten auf der Erdoberfläche angehört. Wir erhalten also alle Punkte des wirklich stattfindenden Theils unserer Curve, wenn wir V von dem durch die Gleichung (41) gegebenen Minimum bis zum Maximum $V = 90°$ wachsend annehmen.

Aber diese Grenzwerthe von V können in gewissen Fällen vermöge der Beschaffenheit der Gleichung (39) imaginär werden, denn es ist durch diese klar, dafs denjenigen Werthen von V, für welche die rechte Seite derselben nicht in den Grenzen ± 1 eingeschlossen ist, keine reellen Punkte unserer Curve genügen können. Setzen wir einestheils $\sin(H-\Sigma) = -1$, so erhalten wir

$$(42)\ldots\ldots\begin{cases} \cos(V \mp f) = \dfrac{\pm u' - S}{\rho \cos f} \\ \text{setzen wir } \sin(H-\Sigma) = +1, \text{ so ergiebt sich} \\ \cos(V \pm f) = \dfrac{\mp u' + S}{\rho \cos f} \end{cases}$$

und diese beiden Gleichungen geben die Grenzwerthe von V wenn jene Grenzwerthe imaginär werden. Die doppelten Zeichen der rechten Seite müssen allemal so gewählt werden, dafs der Cosinus der linken Seite positiv wird, und dieser Umstand bewirkt, dafs diese beiden Gleichungen, welche vier Grenzwerthe geben zu können scheinen, in der That nur höchstens zwei reelle Grenzwerthe, für den Theil unserer Curve, welcher wirklich statt findet, geben. Wenn beide diese Grenzwerthe reel sind, so ist der eine derselben das Maximum und der andere das Minimum von V, und unsere Curve ist alsdann eine in sich selbst zurückkehrende krumme Linie; in diesem Falle fallen die beiden vorher bestimmten Grenzwerthe von V weg. Wenn aber die vorstehenden Gleichungen nur einen reellen Grenzwerth von V geben, so ist dieser das Maximum, und das vorher bestimmte Maximum $V = 90°$ fällt weg, aber das durch die Gleichung (41) bestimmte Minimum von V findet statt.

Der Grenzwerth $V = 90°$ findet nur statt, wenn der Zähler der Gleichung (39) verschwindet, das ist, wenn für einen gewissen Werth von t

$$u' - \rho \operatorname{tg} f = \pm S$$

ist. In diesem Falle wird $\sin(H-\Sigma) = \frac{0}{0}$; betrachten wir aber die Gleichungen (40), so zeigt sich, dafs alsdann W aus denselben verschwindet, und dafs wir erhalten

$$\varphi = d$$
$$\lambda = -t - \frac{a'}{15}$$

Diese Gleichungen geben den Ort, welcher den Anfang oder das Ende der Verfinsterung sieht, während der Punkt (a, d) im Zenith steht. Die obigen Gleichungen zeigen, dafs die Möglichkeit dieser Erscheinung hauptsächlich von der Gröfse von U abhängt.

Die Grenzcurve, welche wir in dieser Aufgabe bestimmt haben, ist isodynamisch und isochronisch zugleich, sie giebt die Oerter, welche in einem und demselben Augenblick den Anfang oder beziehungsweise das Ende der Verfinsterung sehen. Die vorher bestimmten Grenzcurven sind blofs isodynamisch.

15.

Durch Hülfe der im Vorhergehenden entwickelten Gleichungen wird es uns leicht auf der Erdoberfläche, auf welcher die Verfinsterung gesehen wird, isodynamische und isochronische Curven verschiedener Gattung zu ziehen. Ich stelle zuerst die Aufgabe:

4) Die Curven zu ziehen, auf welchen eine gewisse vorbestimmte Phase als gröfste Phase gesehen wird.

Wir haben im Art. 11 den mittleren Halbmesser der Sonne Δ' genannt; wenn wir aber annehmen, dieser Halbmesser sey $x\Delta'$, wo x eine Zahl bedeutet die kleiner wie Eins ist, so ist leicht einzusehen, dafs an dem Orte, an welchem in der That während der gröfsten Phase der $\frac{1-x}{2}$te Theil des Sonnendurchmessers vom Monde bedeckt wird, eine äufsere Berührung der Ränder gesehen werden würde, und dafs an dem Orte, an welchem in der That der $\frac{1+x}{2}$te Theil des Sonnendurchmessers während der gröfsten Phase verdeckt wird, eine innere Berührung der Ränder gesehen werden würde. Setzen wir daher statt der Gleichung (21)

$$\sin f = \frac{l \sin \Pi' + \sin x\Delta'}{R' G} \ldots\ldots\ldots\ldots (43)$$

und rechnen wir mit diesem Werthe von f, nachdem darin für x ein bestimmter zwischen den Grenzen ∓ 1 liegender Werth substituirt worden ist, die Gröfse u', so erhalten wir durch die für die Auflösung der zweiten Aufgabe gegebenen Gleichungen, die der gröfsten Phase vom $\frac{1-x}{2}$ten Theile des Sonnendurchmessers entsprechenden Curven. Wir erhalten also, wenn alles reel ist, für jede Phase vier Curven, eine nördliche, eine südliche, eine östliche und eine westliche. Wenn aber eine der beiden ersten Curven imaginär wird, so erhalten wir statt der beiden letzten eine östlich-westliche Phasencurve. Wenn die nördliche oder die südliche Grenzcurve imaginär ist, so wird auch für einen Werth von x,

Digitized by Google

welcher nur sehr wenig kleiner wie Eins ist, die nördliche oder beziehungsweise die südliche Phasencurve imaginär werden, aber wenn eine centrale Verfinsterung auf der Erde überhaupt statt findet, so werden von einem gewissen Werthe von x an alle vier Phasencurven reel werden. Setzt man nach und nach in die obige Formel

$$\left.\begin{array}{l} x = \frac{5}{6} \\ = \frac{4}{6} \\ = \frac{3}{6} \\ = \frac{2}{6} \\ = \frac{1}{6} \\ = 0 \\ = -\frac{1}{6} \\ = -\frac{2}{6} \\ = -\frac{3}{6} \\ = -\frac{4}{6} \\ = -\frac{5}{6} \end{array}\right\} \begin{array}{l} \text{so erhält man die} \\ \text{Phasencurven für} \\ \text{die gröfste Phase} \\ \text{von} \end{array} \left\{\begin{array}{l} \frac{1}{12} \text{ des Sonnendurchmessers} \\ \frac{2}{12} \quad \text{———} \quad \text{———} \\ \frac{3}{12} \quad \text{———} \quad \text{———} \\ \frac{4}{12} \quad \text{———} \quad \text{———} \\ \frac{5}{12} \quad \text{———} \quad \text{———} \\ \frac{6}{12} \quad \text{———} \quad \text{———} \\ \frac{7}{12} \quad \text{———} \quad \text{———} \\ \frac{8}{12} \quad \text{———} \quad \text{———} \\ \frac{9}{12} \quad \text{———} \quad \text{———} \\ \frac{10}{12} \quad \text{———} \quad \text{———} \\ \frac{11}{12} \quad \text{———} \quad \text{———} \end{array}\right.$$

Die Substitution von $x = -1$ in die obige Formel giebt die Grenzcurven des Anfangs und des Endes der totalen oder der ringförmigen Verfinsterung, welche hier für die Phasencurve von $\frac{12}{12}$ des Sonnendurchmessers gerechnet werden.

5) Die Curve auf der Erdoberfläche zu ziehen, auf welcher eine vorbestimmte gröfste Phase in einem und demselben Zeitmomente gesehen wird.

Die Auflösung dieser Aufgabe ist in dem Vorigen ganz enthalten. Wenn wir nemlich den in der vorigen Aufgabe entwickelten Werth von f in die Gleichungen der dritten Aufgabe substituiren, so erhalten wir ohne Weiteres die Auflösung unserer Aufgabe.

6) Die Curve zu finden, auf welcher die gröfste Phase, welche statt findet, im Horizonte gesehen wird, auf welcher also nur entweder eine Abnahme oder eine Zunahme der Verfinsterung gesehen wird.

Auf den Curven, die wir bis jetzt berechnet haben, war die gröfste Phase allemal eine beständige gegebene Gröfse, in der gegenwärtigen Aufgabe hingegen ist die Gröfse der gröfsten Phase längs unserer Curve veränderlich; es izt daher jetzt f und mithin auch u, eine veränderliche und unbekannte Gröfse. Die Bedingungsgleichung für die gröfste Phase haben wir schon in der Auflösung der zweiten Aufgabe entwickelt, und eben daselbst auch durch die westliche und die östliche Grenzcurve die Gleichungen für den Anfang und das Ende der Verfinsterung, während der Punkt der Sonnenscheibe, wo die Erscheinung anfängt oder sich endigt im Horizonte liegt, gegeben. Wenn wir also in diesen Gleichungen ψ' und u, welche dort dem Anfang und beziehungsweise dem Ende der Verfinsterung angehören, dergestalt bestimmen, dafs sie der gröfsten Phase entsprechen, so haben wir die Auflösung unserer Aufgabe. Wir können demnach die Formeln sogleich hinschreiben.

$$(44)\ldots\ldots\left\{\begin{aligned}
\frac{n'}{x'} + \rho \sin d \cos V \cos W - \rho \cos d \sin N' \sin V &= c \sin \psi'_{,} \\
\rho \sin d \cos V \sin W - \rho \cos d \cos N' \sin V &= c \cos \psi'_{,} \\
\sin(\psi' - \psi'_{,}) &= \rho \frac{tg f \cos d \cos V \cos(W + N')}{c} \\
u &= \frac{U \sin N' - \rho \cos V \cos W}{\sin \psi'} \\
\sin f &= \frac{u \cos f - l}{Z - \rho \sin V} \\
tg V &= - tg f \sin(W + \psi') \\
tg l &= \frac{tg V}{\sin(W + N')} \\
cotg \varphi \sin(15 t' + a') &= - \frac{\cos l \, cotg(W + N')}{\cos(d - l)} \\
cotg \varphi \cos(15 t' + a') &= - tg(d - l) \\
\lambda &= t' + T' - T + \frac{U \cos N'}{n'} - \rho \frac{\cos V \sin W}{n'} - \frac{u}{n'} \cos \psi'
\end{aligned}\right.$$

Die Rechnung ist, strenge genommen, indirect, sie wird aber, wenn man die Secunden vernachlässigt, durch den Umstand direct, dafs V und f immer sehr klein sind und in einigen Formeln keine Wirkung äufsern. Man nimmt eine Reihe von Werthen von W an, am einfachsten dieselben, welche bei der Berechnung der östlichen und westlichen Grenzcurve gedient haben. Jeder dieser Werthe giebt, wenn er in die vorstehenden Formeln substituirt worden ist, Einen Werth von φ und λ, also Einen Punkt unserer Curve. Die ersten Gleichungen geben mit Uebergehung von V die Gröfsen c und $\psi'_{,}$, die dritte Formel giebt vorläufig $\psi' - \psi'_{,}$ entweder $= 0$ oder $= 180°$, und man wählt denjenigen dieser beiden Werthe, durch welchen bewirkt wird, dafs vermittelst der vierten Gleichung u positiv wird. Man wählt daher $\psi' - \psi'_{,}$ so, dafs ψ' im ersten Halbkreise zu liegen kommt, wenn $U \sin N > \rho \cos V \cos W$, und man wählt $\psi' - \psi'_{,}$ so, dafs ψ' im

Digitized by Google

zweiten Halbkreise zu liegen kommt, wenn $U \sin N < \rho \cos V \cos W$. Man erkennt hieraus leicht, dafs ψ' im ersten Halbkreise liegt, wenn der gesuchte Punkt unserer Curve südlich, und dafs ψ' im zweiten Halbkreise liegt, wenn dieser Punkt nördlich von der Curve der centralen Verfinsterung liegt. Hat man u gefunden, so berechnet man durch die folgenden Formeln f, V, l, t' und φ; durch Hülfe des gefundenen Werthes von f kann man den Werth von $\psi' - \psi_1'$, also auch ψ' berichtigen und sodann durch die letzte Formel λ rechnen. Unsere Curve erstreckt sich im Inneren der östlichen und der westlichen Grenzcurve, und ihre Grenzpunkte sind dieselben vier Berührungspunkte der südlichen, westlichen, nördlichen und östlichen Grenzcurven, die wir in der Auflösung der zweiten Aufgabe bestimmt haben. Wenn also die nördliche und die südliche Grenzcurve beide reel sind so besteht unsere Curve aus zwei von einander abgesonderten Theilen. Wenn aber die Eine, etwa die nördliche, Grenzcurve imaginär wird, so erstreckt sie sich von dem einen Berührungspunkte der östlich-westlichen Grenzcurve mit der südlichen Grenzcurve bis zum andern Berührungspunkte dieser beiden Curven. Sie erstreckt sich in diesem Falle gröfstentheils im Inneren der östlich-westlichen Grenzcurve, sie tritt aber in der Nähe des Punktes, wo sie ihre gröfste Breite hat, aus der östlich-westlichen Grenzcurve heraus, und bald darauf wieder in dieselbe hinein; sie durchschneidet also in der Nähe dieses Punktes die östlich-westliche Curve immer zweimal. Die gröfste Breite und der dazu gehörende Stundenwinkel hat in den vier möglichen Fällen die nemlichen Ausdrücke, die oben für die östlich-westliche Grenzcurve gegeben wurden, die diesem Punkte zugehörige Länge, weicht aber von den Längen der beiden homologen Punkte der östlich-westlichen Grenzcurve ab.

Unsere Curve hat noch eine wesentliche Eigenthümlichkeit, sie ist nicht stetig. Das Gesetz der Stetigkeit ist in jedem Zweige derselben in dem Punkte, wo die Verfinsterung central gesehen wird, unterbrochen. Für jeden dieser beiden Punkte geben die Gleichungen (44) zwei Werthe von φ und λ, indem man für diese Punkte (wo u Null ist) ψ' sowohl im ersten wie im zweiten Halbkreise annehmen kann. Man erhält somit für jeden dieser beiden Punkte zwei Oerter der Erdoberfläche die sehr nahe um die Gröfse des Monddurchmessers von einander entfernt sind. An dem einen dieser beiden Oerter knüpft sich in jedem Zweige unserer Curve der südliche, und an dem andern Orte der nördliche Theil derselben an, und in der Mitte zwischen diesen beiden Oertern liegt an dem einen Zweige unserer Curve der eine, und an dem andern Zweige der andere Grenzpunkt der Curve der centralen Verfinsterung, welche in der Auflösung der ersten Aufgabe bestimmt wurden. Die Ursache dieses Sprunges ist leicht zu erklären. Von dem einen, etwa dem südlichen Endpunkte unserer Curve an bis zu dem Punkte, welcher von dem Punkte der centralen Verfinsterung nur um ein unendlich kleines Theilchen entfernt liegt, liegen die Punkte der Sonnenscheibe, welche die gröfste Phase bestimmen, in einer stetigen Reihenfolge, von diesem Punkte aber bis zu dem Punkte, welcher um ein unendlich kleines Theilchen über den Punkt der centralen Verfinsterung hinaus liegt, überspringt der Punkt der Sonnenscheibe, welcher die gröfste Phase bestimmt, mit einemmale den Durchmesser des Mondes und von da an bis zur andern Grenze unserer Curve liegen wieder die Punkte der Sonnenscheibe, welche die gröfste Phase bestimmen, in einer stetigen Reihenfolge. Es mufs daher nothwendig auch in dem Punkte der centralen Verfinsterung die Stetigkeit unserer Curve unterbrochen werden.

Aus dem Werthe von f, den die fünfte der Gleichungen (44) giebt, erhalten wir die Gröfse der gröfsten Phase, die in jedem beliebigen Punkte unserer Curve stattfindet. Die Gleichung (43) giebt nemlich

$$\sin x\Delta' = R'G \sin f - l \sin \Pi'$$

hieraus bekommen wir unmittelbar $x\Delta'$, woraus vermittelst des bekannten Werthes von Δ' die Gröfse x folgt; hieraus bekommen wir zufolge der in der Auflösung der vierten Aufgabe gegebenen Erklärung die gröfste Phase $= 6\,(1-x)$ Zwölftheilen des Sonnendurchmessers. Statt dieser strengen Formeln kann man die Gröfse der gröfsten Phase durch folgende Näherungsformel berechnen, die leicht aus denselben abgeleitet werden kann.

$$\text{Gröfse der gröfsten Phase} = 6 - 6\,(u-l)\,\frac{\pi}{\Delta'}$$

7) Die Curve zu finden, auf welcher unter einem gegebenen Stundenwinkel die gröfste Phase, welche statt findet, gesehen wird.

Wie in der vorhergehenden Aufgabe, so ist auch hier f, und folglich auch u, längs unserer Curve veränderlich. Die Bedingungsgleichung für die gröfste Phase haben wir in der Auflösung der zweiten Aufgabe auch durch φ und t' ausgedrückt. Substituiren wir nun in dieser aufser dem gegebenen Werthe von t' einen beliebigen Werth von φ, so erhalten wir den Werth von ψ', welcher unter der Breite φ der gröfsten Phase zugehört. Die Hülfsgröfsen a' und A' der zweiten Aufgabe, oder statt deren die Hülfsgröfsen a und A, sind vermittelst des gegebenen, beständigen Werthes von t' auch gegeben, und somit ist, durch die dritte Gleichung (30) u bestimmt. Hiemit endlich, und mit dem angenommenen Werthe von φ und dem beständigen Werthe von t' giebt die letzte Gleichung (30) die Länge λ. Unsere Aufgabe wird also durch die Gleichungen der südlichen und der nördlichen Grenzcurve gelöst. Ich werde diese Gleichungen in der Ordnung wie sie jetzt angewandt werden müssen, hier hinschreiben und ziehe in der gegenwärtigen Aufgabe vor, die Hülfsgröfsen a und A statt a' und A' anzuwenden. Unsere Gleichungen sind also folgende:

Digitized by Google

$$(45)\quad\left\{\begin{aligned}
\frac{n'}{x'} - \rho\cos\varphi\ k\sin(15t'+K') &= c\sin\psi_{,}' \\
-\rho\cos\varphi\ g\cos(15t'+G') &= c\cos\psi_{,}' \\
\sin(\psi'-\psi_{,}') &= -\rho\frac{tg\,f\cos\varphi\cos d\sin(15t'+a')}{c} \\
g\sin(15t'+G') &= a\cos A \\
\cos d\sin N' &= a\sin A \\
u &= \frac{\rho a\cos(\varphi+A)+U\sin N'}{\sin\psi'} \\
\sin f &= \frac{u\cos f - l}{Z-\rho\sin\varphi\sin d-\rho\cos\varphi\cos d\cos(15t'+a')} \\
\lambda &= t'+T'-T+\frac{U\cos N'}{n'}-\rho\sin\varphi\frac{\cos d\cos N'}{n'}+\rho\cos\varphi\frac{k}{n'}\cos(15t'+K')-\frac{u}{n'}\cos\psi'
\end{aligned}\right.$$

Diese Auflösung ist der Strenge nach, wie die übrigen, indirect, weil man den Winkel f, von welchem $\psi'-\psi_{,}'$ abhängt, erst erhalten kann, nachdem man u gerechnet hat. Sie wird aber direct, wenn man die Secunden übergeht, weil man alsdann mit hinreichender Genauigkeit, in der Gleichung für u die Differenz $\psi'-\psi_{,}'$ vernachlässigen kann. Hier, wie in der vorhergehenden Aufgabe wird $\psi'-\psi_{,}'$ so genommen, dafs für alle Punkte unserer Curve die südlicher liegen, wie die Curve der centralen Verfinsterung ψ' im ersten Halbkreise, und für alle Punkte die nördlicher liegen, wie die Curve der centralen Verfinsterung ψ' im zweiten Halbkreise zu liegen kommt. Wenn beides, die nördliche und die südliche Grenzcurve, reel sind, so schliefst sich unsere Curve für diejenigen Werthe von t', welche innerhalb der Grenzwerthe von t' für die südliche und nördliche Grenzcurve liegen, mit ihren Endpunkten an diese beiden Curven an. Man mufs also in diesem Falle, um die ganze Curve zu erhalten, für φ nach und nach Werthe substituiren, welche zwischen den Punkten der südlichen und der nördlichen Grenzcurve, die dem Stundenwinkel t' entsprechen, liegen. Für die Werthe hingegen von t', welche aufserhalb jener Grenzwerthe liegen, schliefst unsere Curve sich mit dem einen Ende an die Curve der vorhergehenden Aufgabe an. Ist die eine, etwa die nördliche Grenzcurve imaginär, und haben zugleich U und d entgegengesetzte Zeichen, so schliefst sich unsere Curve immer mit dem einen Ende an die Curve der vorhergehenden Aufgabe an, mit dem andern Ende aber schliefst sie sich, je nachdem t' innerhalb oder aufserhalb der Grenzwerthe von t' für die südliche Grenzcurve liegt, an diese oder jene Curve an. Haben in diesem Falle U und d gleiches Zeichen, so endigt unsere Curve an dem einen ihrer Endpunkte in dem Erdpole, welcher alsdann immer innerhalb des Bereichs der Sichtbarkeit der Verfinsterung liegt. Die Fortsetzung der Curve über den Pol hinaus bildet alsdann die homologe Curve für den Stundenwinkel $t'+12^h$.

Die Endpunkte unserer Curve, welche die südliche oder die nördliche Grenzcurve schneiden, können unmittelbar aus den Gleichungen (30) für diese Grenzcurven berechnet werden, für die Berechnung der Endpunkte aber, welche die Curve der vorigen Aufgabe schneiden, bedürfen die dortigen Formeln einer kleinen Umwandlung, welche darin besteht, dafs man die beiden vorletzten Gleichungen (45) durch einander dividiren mufs. Wir erhalten demnach

$$\cot g(W+N') = \frac{\sin(d-l)\,tg(15t'+a')}{\cos l} \quad\ldots\ldots(46)$$

Hieraus berechnet man erst, durch Hülfe des gegebenen Stundenwinkels t' und indem man $l=0$ macht, einen genäherten Werth von W. Mit diesem führt man durch die Gleichungen (45) die Rechnung bis l fort, und somit bekommt man durch die vorstehende Formel einen genaueren Werth von W, womit man durch die Gleichungen (45) φ und λ berechnen kann. Sollte der so erhaltene Werth von W nicht für genau genug gehalten werden, so mufs die Berechnung von l, und alsdann die Berechnung von W vermittelst der vorstehenden Formel wiederholt werden.

Die Berechnung der Gröfse der Phase, welche in jedem beliebigen Punkte statt findet, wird durch die Formeln, die für diesen Zweck in der Auflösung der vorhergehenden Aufgabe abgeleitet wurden, bewerkstelligt.

16.

Es lassen sich über die Erscheinung einer Sonnenfinsternifs im Allgemeinen noch viele Aufgaben aufstellen, und den hier gelösten Aufgaben lassen sich noch mancherlei Bemerkungen hinzufügen. Ich habe mich aber, um diese Abhandlung nicht allzuweit auszudehnen, nur auf das Wesentlichste beschränkt, und werde hiemit über diesen Gegenstand schliefsen. Ich werde indefs eine Aufgabe, welche sich auf einen gegebenen Ort bezieht, hinzufügen, weil die Auflösung, die ich gefunden habe, etwas Merkliches darbietet.

Zu den bisher gelösten Aufgaben bemerke ich noch, dafs man, wenn man auf die Abplattung der Erde keine Rücksicht nehmen will, überall $\rho = 1$ setzen mufs. Will man die Ab-

Digitized by Google

plattung berücksichtigen, so kann dieses geschehen, aber die Auflösungen werden, in so fern die Breite der betreffenden Oerter gefunden werden muſs, auch in dieser Beziehung indirect. Man muſs in der ersten Annäherung $\rho = 1$ substituiren; nachdem man damit einen genäherten Werth von φ berechnet hat, berechnet man einen Werth von ρ, mit welchem man die Rechnung wiederholt. Vermittelst des genaueren Werthes von φ, den man nun erhält, kann man einen genaueren Werth von ρ berechnen und damit nochmals die Rechnung wiederholen, und so fort, bis man das genaue Resultat erhält.

17.

Ich stelle schlieſslich die Aufgabe:

7) Für einen gegebenen Ort auf der Erde die Zeit der gröfsten Phase und die Gröfse derselben zu finden.

Die Auflösung dieser Aufgabe könnten wir aus den Gleichungen (22) entnehmen, da aber die Gleichung, aus welcher die Zeit bestimmt werden muſs, transcendent ist, so wende ich mich lieber an die Gleichungen des Art. 7. Aus diesem Artikel nehme ich die folgenden Gleichungen:

$$\begin{aligned} u &= l \sec f + Z \operatorname{tg} f - \rho \sin\varphi \sin d \operatorname{tg} f - \rho \cos\varphi \cos d \operatorname{tg} f \cos(15\,t' + a') \\ u \sin\theta &= m \sin M - n \sin N (t' - \tau) \\ u \cos\theta &= m \cos M + n \cos N (t' - \tau) \end{aligned}$$

Wir haben in der Auflösung der zweiten Aufgabe erklärt, daſs wir, um die Zeit der gröfsten Phase zu erhalten, das Minimum von f in Beziehung auf t' suchen müssen. Nun ergiebt sich aus dem Art. 7, daſs m und M von t' unabhängig sind, daſs aber n und N die Gröfse t' enthalten; ich werde aber demungeachtet in der Differentiation der vorstehenden Gleichungen n und N als constant ansehen. Somit erhalten wir für das Minimum von f, oder für die Zeit der gröfsten Phase

$$\begin{aligned} du &= x' \rho \operatorname{tg} f \cos\varphi \cos d \sin(15\,t' + a')\, dt' \\ \sin\theta\, du + u \cos\theta\, d\theta &= -n \sin N\, dt' \\ \cos\theta\, du - u \sin\theta\, d\theta &= n \cos N\, dt' \end{aligned}$$

Wenn wir hieraus die Differentiale eliminiren, so erhalten wir, da $\theta + N = \psi$ ist,

$$(47) \ldots\ldots \cos\psi = \frac{x'}{n} \rho \operatorname{tg} f \cos\varphi \cos d \sin(15\,t' + a')$$

als Bedingungsgleichung für die gröfste Phase, welche mit den Gleichungen (19) und der vorstehenden Gleichung für u, also mit folgenden Gleichungen:

$$(48) \ldots\ldots \begin{cases} \sin f = \dfrac{u \cos f - l}{Z - \rho \sin\varphi \sin d - \rho \cos\varphi \cos d \cos(15\,t' + a')} \\ u = \dfrac{m \sin(M+N)}{\sin\psi} \\ t' = \tau - \dfrac{m}{n} \cos(M+N) + \dfrac{u}{n} \cos\psi \end{cases}$$

verbunden werden muſs. In dieser Rechnung haben wir absichtlich einen Fehler gemacht, indem wir n und N, welche Gröfsen Functionen von t' sind, als unveränderlich angesehen haben. Es ist aber an sich klar, daſs wir diesen Fehler dadurch unschädlich machen können, daſs wir über die willkührliche Zeit τ so verfügen, daſs $n \sin N$ und $n \cos N$ entweder Maxima oder Minima werden, oder daſs auf den Curven, deren Abscissen t' und deren Ordinaten beziehungsweise $n \sin N$ und und $n \cos N$ sind, zur Zeit der gröfsten Phase ein Wendepunkt statt findet, denn wenn einer dieser Fälle eintritt, so ist in der That die Variation von $n \sin N$ und $n \cos N$ gleich Null. Differentiren wir für diesen Zweck die Gleichungen (18), nachdem für a sein Werth in dieselben substituirt worden ist, so erhalten wir folgende Bedingungsgleichungen:

$$\begin{aligned} 0 &= 15 \sin 15 \frac{t'-\tau}{2} \sin\left(15 \frac{t'+\tau}{2} + a'\right)(t'-\tau) - 15 \cos 15 \frac{t'-\tau}{2} \cos\left(15 \frac{t'+\tau}{2} + a'\right)(t'-\tau) \\ &\quad + 2 \sin 15 \frac{t'-\tau}{2} \cos\left(15 \frac{t'+\tau}{2} + a'\right) \\ 0 &= 15 \sin 15 \frac{t'-\tau}{2} \cos\left(15 \frac{t'+\tau}{2} + a'\right)(t'-\tau) + 15 \cos 15 \frac{t'-\tau}{2} \sin\left(15 \frac{t'+\tau}{2} + a'\right)(t'-\tau) \\ &\quad - 2 \sin 15 \frac{t'-\tau}{2} \sin\left(15 \frac{t'+\tau}{2} + a'\right) \end{aligned}$$

und diesen Gleichungen wird durch die Annahme $\tau = t'$ Genüge geleistet. Die Gleichung $t' = \tau$ ist also in Verbindung mit dem Vorhergehenden die Auflösung unserer Aufgabe. Wir erhalten somit aus der dritten Gleichung (48) und der Gleichung (47)

$$m \cos(M+N) = x' \frac{u}{n} \rho \operatorname{tg} f \cos\varphi \cos d \sin(15\tau + a')$$

Digitized by Google

als eigentliche Bedingungsgleichung für die gröfste Phase und die Gleichungen (47) und (48) dienen, um durch mehrere auf einander folgende Näherungen der vorstehenden Gleichung Genüge leisten zu können. Die Werthe von $n \sin N$ und $n \cos N$, welche angewandt werden müssen, sind also die folgenden:

$$n \sin N = p - x' \rho \cos\Phi \cos(15\tau + a')$$
$$n \cos N = q - x \rho \cos\Phi \sin d \sin(15\tau + a')$$

und in die erste Gleichung (48), so wie in die Gleichung (47) mufs ebenfalls τ statt t' gesetzt werden. In der ersten Annäherung substituirt man für τ entweder die auf den Meridian des Ortes, für welchen man rechnet, reducirte Conjunctionszeit, oder, wenn man die Ein- und Austrittszeit schon berechnet hat, das arithmetische Mittel aus diesen Zeiten; hiebei setzt man $f = 0$, und also auch $\cos\psi = 0$, und rechnet dann durch die letzte Gleichung (48) t'. Dieser Werth von t' kommt dem wahren Werthe dieser Gröfse immer schon sehr nahe. Indem man nun für τ den so eben gefundenen Werth von t' annimmt, berechnet man in der zweiten Annäherung alle vier Gleichungen (47) und (48), wobei man für ψ den Halbkreis so wählt, dafs u positiv wird. Der so sich ergebende Werth von t', welcher in der dritten Annäherung für τ angenommen werden mufs, kommt dem wahren Werthe noch näher; diese Rechnung wird so lange wiederholt, bis man $t' = \tau$ findet, welches nach wenigen Annäherungen immer der Fall ist.

Aus f oder aus u findet man durch die in der Auflösung der sechsten Aufgabe entwickelten Formeln die Gröfse der gröfsten Phase, und wenn ψ im ersten Halbkreise angenommen werden mufste, so wird der nördliche, wenn aber ψ im zweiten Halbkreise angenommen werden mufste, so wird der südliche Theil der Sonnenscheibe vom Monde bedeckt.

18.

Um die hier entwickelten Formeln durch ein Beispiel zu erläutern, wähle ich die Sonnenfinsternifs von 1836 Mai 15. Die Sonnen- und Mondörter entnehme ich aus *Bessels* Rechnungen in Nr. 321 der Astr. Nachr. Statt der dort angeführten Pariser mittleren Zeiten führe ich aber in Gemäfsheit der hier entwickelten Formeln die entsprechenden Berliner wahren Zeiten an. Somit haben wir

W. Z. Berlin.	α	δ	π	α'	δ'	log R'
3h 3′ 56″	52° 13′ 48″225	+19° 22′ 40″300	54′ 24″118	52° 20′ 41″635	+18° 57′ 50″025	0,0050316
4 3 56	43 57,239	32 37,643	23,440	23 9,853	58 25,161	50353
5 3 56	53 14 9,192	42 29,722	22,768	25 38,085	59 0,226	50389
6 3 56	44 24,113	52 16,496	22,106	28 6,335	59 35,335	50426

und hieraus für die nemlichen Zeiten

a'	d	log G
— 1″1	+18° 57′ 46″162	9,9988703
+ 3,3	58 19,828	88701
+ 7,6	58 53,469	88699
+12,0	59 27,081	88696

Ich habe nun $T = 4^h\,3'\,56''$ angenommen, und somit durch die Formeln des Art. 6 berechnet:

$P_{-1} = -0{,}1197942$; $Q_{-1} = +0{,}4578004$
$P_0 = +0{,}3611606$; $Q_0 = +0{,}6309383$
$P_1 = +0{,}8421548$; $Q_1 = +0{,}8038004$
$P_2 = +1{,}3231590$; $Q_2 = +0{,}9763785$

und hieraus, so wie aus den übrigen betreffenden Gröfsen;

W. Z. Berlin.	p	q	T'	U	log Z
3h 3′ 56″	+0,4809548	+0,1731379	+0h7509240	+0,5009249	1,8006650
4 3 56	+0,4809794	+0,1730014	+0,7508858	+0,5010340	1,8007389
5 3 56	+0,4809942	+0,1728621	+0,7508626	+0,5011426	1,8007834
6 3 56	+0,4809992	+0,1727201	+0,7508546	+0,5012506	1,8007981

	äufsere Berühr.	innere Berühr.				
W. Z. Berlin.	log tg f	log tg f	log sin d	log cos d	log n'	N'
3h 3′ 56″	7,6649084	7,6627930n	9,5118227	9,9757670	9,7085650	70° 12′ 6″3
4 3 56	7,6649049	7,6627896n	9,5120289	9,9757426	9,7085453	70 13 1,4
5 3 56	7,6649015	7,6627862n	9,5122348	9,9757182	9,7085171	70 13 56 4
6 3 56	7,6648981	7,6627827n	9,5124406	9,9756939	9,7084804	70 14 51,0

	Für äufsere Berührungen.			Für innere Berührungen.		
W. Z. Berlin.	u'	log sin d tg f	log cos d tg f	u'	log sin d tg f	log cos d tg f
3h 3′ 56″	+0,5646310	7,17673	7,64069	—0,0182059	7,17462n	7,63857n
4 3 56	+0,5646784	7,17694	7,64066	—0,0182529	7,17482n	7,63853n
5 3 56	+0,5647060	7,17713	7,64063	—0,0182804	7,17502n	7,63851n
6 3 56	+0,5647136	7,17735	7,64060	—0,0182880	7,17523n	7,63848n

Digitized by Google

Diese sind also die vorbereitenden Gröfsen für die Längenbestimmungen aus den Beobachtungen dieser Sonnenfinsternifs; ich führe sie hier an, weil ich die Beobachtungen in Altona des Herrn Etatsraths *Schumacher* und die Beobachtungen in Tondern des Herrn *Petersen* berechnet habe. Das Resultat der Beobachtungen in Altona ist:

$T_1 = 3^h 50' 13''66$ aus dem Anfang
$= 3\ 50\ 14{,}80$ aus dem Ende.

Das Resultat aus den Beobachtungen in Tondern habe ich gefunden:

$T_1 = 3^h 45' 57''92$ aus dem Anfang der Verfinsterung.
$= 3\ 45\ 57{,}71$ ——— ——— des Ringes
$= 3\ 45\ 55{,}85$ aus dem Ende ———
$= 3\ 45\ 53{,}11$ ——— ——— der Verfinsterung.

In dieser Rechnung habe ich die Abplattung $\frac{1}{302{,}02}$ angenommen; die Differentialquotienten habe ich nicht berechnet. Nimmt man mit Weglassung des letzten in Tondern beobachteten, von Herrn *Petersen* in Nr. 311 der Astr. Nachr. als unsicher bezeichneten Moments, aus jeder Gruppe das Mittel, so ergiebt sich der Längenunterschied zwischen Altona und Tondern

$= 4' 17''11$

um welche Gröfse Tondern westlicher liegt.

19.

Als Data für die Vorausberechnung des Anfanges und des Endes dieser Sonnenfinsternifs haben wir aus dem Vorhergehenden die folgenden Zahlenwerthe

W. Z. Berlin.	u'	log tg f	log sin d	log cos d	p	q	T' — T	U
$3^h 3' 56''$	+0,5646	7,665	9,5118	9,9758	+0,4810	+0,1731	-3^h315	+0,5009
4 3 56	+0,5647	7,665	9,5120	9,9757	+0,4810	+0,1730	—3,315	+0,5010
5 3 56	+0,5647	7,665	9,5122	9,9757	+0,4810	+0,1729	—3,315	+0,5011
6 3 56	+0,5647	7,665	9,5124	9,9757	+0,4810	+0,1727	—3,315	+0,5013

Die angesetzte Anzahl von Decimalen ist für diesen Zweck hinreichend, weil 0^h001 nur 0'06 oder $3''6$ beträgt. Dieses Täfelchen zeigt aber, dafs die Veränderungen dieser Hülfsgröfsen so geringe sind, dafs für den Zweck der Vorausberechnung die Angabe derselben für Ein Zeitmoment hinreichend ist. Um dies zu zeigen, habe ich diese Zahlen angeführt, die jetzt nach der Erscheinung dieser Sonnenfinsternifs übrigens kein Interesse haben können. Ich werde kein Beispiel für die Vorausberechnung des Anfanges und des Endes geben, da diese Rechnung bekannt ist; statt dessen werde ich aber die Zeit und die Gröfse der gröfsten Phase nach der Auflösung der achten Aufgabe für den Seeberg berechnen.

Wir haben für den Seeberg

$\log \rho \sin \varphi = 9{,}8881$
$\log \rho \cos \varphi = 9{,}8004$
$\lambda = -10' 39'' = -0^h1775.$

Ich setze nun in der ersten Annäherung $\tau = \lambda - T' + T$, $f = 0$; $\cos \psi = 0$; und somit erhalten wir $\tau = 3^h137$ $M = 101° 1'$; $N = 70° 3'$; $M + N = 171° 4'$, $\log m = 9{,}6731$; $\log n = 9{,}5932$ und $t' = 4^h325$.

In der zweiten Annäherung ist nun $\tau = 4^h325$, und hiemit erhalten wir $M = 0° 44'$; $N = 73° 9'$; $M + N = 73° 53'$; $\log m = 8{,}7980$; $\log n = 9{,}6326$; $u = 0{,}0603$; $\log \sin f = 7{,}526n$; $\log \cos \psi = 7{,}044n$; $\sin \psi = +1$ und $t' = 4^h284$.

Hiemit kann man die Annäherungen schon als geendigt betrachten, und ich habe, um dies zu zeigen, eine dritte Annäherung berechnet. In dieser ist also $\tau = 4^h284$, und somit $M = 16° 40'$; $N = 73° 4'$; $M + N = 89° 44'$; $\log m = 8{,}7805$; $\log n = 9{,}6312$; $u = 0{,}0603$; $\log \sin f = 7{,}526n$; $\log \cos \psi = 7{,}044n$; $\sin \psi = +1$ und $t' = 4^h283$.

Die Zeit der gröfsten Phase, die wir in dieser dritten Annäherung erhalten haben, weicht, wie man sieht, nur um Eine Einheit in der letzten Stelle von dem Resultat der zweiten Annäherung ab, und u oder f, wovon die Gröfse der gröfsten Phase abhängt, sind durch die dritte Annäherung gar nicht verändert worden. Da nun im vorliegenden Falle $6\frac{\pi}{\Delta'} = 20{,}9$ ist, so haben wir durch die in der Auflösung der sechsten Aufgabe gegebene Näherungsformel die Gröfse der gröfsten Phase $= 10{,}44$ Zwölftheile des Sonnendurchmessers, sie findet statt $4^h 17'0$ Seeberger w. Z., und der nördliche Theil der Sonnenscheibe wird bedeckt.

In dieser Rechnung haben die in dem Nenner der ersten Gleichung (48) enthaltenen von dem Beobachtungsorte abhängigen Glieder, so wie das letzte Glied der dritten Gleichung (48) gar keinen Einfluss geäufsert. Das erstere wird immer der Fall seyn, wenn man mit Logarithmen von nur vier Decimalen rechnet, das andere Glied kann aber unter gewissen Umständen einen kleinen Einfluss äufsern.

Die Ein- und Austrittszeiten dieser Sonnenfinsternifs sind für den Seeberg 2^h902 und 5^h528, wovon das arithmetische Mittel 4^h215. Legt man dieses bei der Berechnung der Zeit der gröfsten Phase anfänglich zu Grunde, so hat man $\tau = 4^h215$ und hiemit $M = 42° 53'$, $N = 72° 54'$, $M + N = 115° 47'$ $\log m = 8{,}8244$, $\log n = 9{,}6286$, $u = 0{,}0601$, woraus $t' = 4^h283$ und die Gröfse der gröfsten Phase $= 10{,}44$, sogleich sich ergiebt, so dafs mit der ersten Annäherung schon die Rechnung als geendigt betrachtet werden kann.

Digitized by Google

20.

Ich gehe jetzt zu dem Beispiel der Aufgaben, die sich auf die Erscheinung einer Sonnenfinsternifs im Allgemeinen beziehen, über. Ich werde hierbei um mehrerer Einfachheit willen $\rho = 1$ setzen, das heifst ich werde die Abplattung der Erde übergehen, auch werde ich die kleinen Veränderungen der Hülfsgröfsen, welche von der eigenen Bewegung des Mondes und der Sonne abhängen, nicht berücksichtigen. Um diese Hülfsgröfsen in diesem Falle, wo deren Veränderungen übergangen werden, möglichst genau auszuwählen, mufs man diejenigen Werthe derselben auswählen, welche für die Mitte der ganzen Erscheinung auf der Erde gelten. Nun ist aber die Mitte der Zeit der ganzen Erscheinung sehr nahe die Zeit des Minimums der geocentrischen Entfernung der Mittelpunkte der Sonne und des Mondes, und diese erhält man durch folgende Formel

$$t_{,} = T - \frac{P_{,}}{n'} \sin N' - \frac{Q_{,}}{n'} \cos N'$$

wo $t_{,}$ die gesuchte Zeit ist. Die Substitution der oben gegebenen numerischen Werthe der Gröfsen der rechten Seite dieser Gleichung giebt

$$t_{,} = 2^{h}\,58'.$$

Für diese Zeit habe ich die Hülfsgröfsen alle in den folgenden Rechnungen ausgewählt.

Wir haben somit erstens für die Berechnung der Curve der centralen Verfinsterung

$$\frac{U}{\rho} \sin N' = +0{,}4713$$

$$15\,(T' - T + \frac{U}{n'} \cos N') = -44°75$$

$$\log 15\,\frac{\rho}{n'} = 1{,}4675$$

Hiemit geben die Gleichungen (28) $W = \pm 61°\,53'$ und somit für die westliche oder Anfangsgrenze der Curve der centralen Verfinsterung $15t' = 267°\,16'$; $\varphi = +7°\,53'$, $15\lambda = 248°\,24'$; $15\lambda' = 279°\,28'$, und für die östliche oder Endgrenze dieser Curve $15t' = 109°\,47'$; $\varphi = +44°\,34'$; $15\lambda = 39°\,10'$; $15\lambda' = 70°\,13'$. Hier verstehe ich unter $15\lambda'$ die östliche Länge von Ferro in Bogentheilen ausgedrückt, und werde im Folgenden nur diese Länge anführen, weil auf den Globen und Karten die Längen gewöhnlich von diesem Punkte an gerechnet sind. Die angeführten Stundenwinkel dienen uns nun als Grenzwerthe, um vermittelst der Gleichungen (23) nur den wirklich statt findenden Theil der Curve der centralen Verfinsterung zu erhalten. Die beständigen Hülfsgröfsen dieser Gleichungen sind für unser Beispiel:

$\log g = 9{,}6592$; $G' = 42°\,4'$; $\log \cos d \sin N' = 9{,}9493$;

$\log 15\,\frac{k}{n'} = 1{,}4440$; $K' = 83°20'$; $\log 15\,\frac{\cos d \cos N'}{n'} = 0{,}9731$;

$15(\lambda' - \lambda + T' - T + \frac{U}{n'} \cos N') = -13°70.$

Hiemit habe ich die folgenden Punkte dieser Curve berechnet.

Curve der centralen Verfinsterung.

$15t'$	φ	$15\lambda'$	$15t'$	φ	$15\lambda'$
267° 16′	+ 7° 53′	279° 28′	20°	+53° 13′	353° 56′
270	8 44	282 10	30	54 26	2 16
280	12 51	291 16	40	55 6	9 51
290	17 31	299 16	47 56	55 16	15 37
300	22 36	306 14	50	55 15	17 43
310	27 51	328 26	60	54 53	25 47
320	33 4	318 7	70	54 0	34 6
330	37 55	323 37	80	52 33	42 39
340	42 14	329 13	90	50 30	51 29
350	45 59	335 5	100	47 49	60 42
0	49 2	341 19	109 47	+44 34	70 13
10	51 27	347 52			

Dem Stundenwinkel 47° 56′ gehört das Maximum der Polhöhe an. Geben wir jetzt zu den Grenzcurven über. Wir hatten oben $\frac{U}{\rho} \sin N' = +0{,}4713$, da nun $u' = +0{,}5646$ ist, so ist $U \sin N' + u > 1$, und es ist daher die nördliche Grenzcurve imaginär. Die Grenzwerthe von ψ' werden somit, durch Hülfe der ersten Gleichung (36), worin $\cos V = 1$ und $u = u'$ gesetzt werden kann, folgende

$$\psi' = 249°\,28' \text{ und } = 290°\,32'$$

und da $U = +0{,}5009$ ist, so erhalten wir durch die Gleichung (37), wo im jetzigen Falle das obere Zeichen angewandt werden mufs, die Werthe von ψ', welche dem Maximo der Polhöhe auf der östlich-westlichen Grenzcurve entsprechen, wie folgt:

$$\psi' = 236°\,15' \text{ und } = 303°\,45'$$

Durch Hülfe der Gleichungen (35) habe ich die Werthe von ψ' für die beiden Punkte berechnet, in welchen die östlich-westliche Grenzcurve die südliche Grenzcurve berührt und gefunden

$$\psi' = 80°\,19' \text{ und } = 99°\,41'$$

Nach diesen Vorbereitungen habe ich die folgenden Punkte dieser Curve berechnet, denen ich einige Hülfsgröfsen hinzufüge, damit man sehe, welche Werthe diese annehmen. In dem einen Theile der Curve habe ich willkührliche Werthe von ψ', und in dem andern Theile derselben willkührliche Werthe von W fänglich angenommen.

Digitized by Google

Oestlich-westliche Grenzcurve.

ψ	V	W	15ℓ′	φ	15λ′	
249°28′	+14′9	0° 0′	228°19′	+63° 1′	220°26′	
248 22	14,2	— 5 0	235 15	59 18	230 13	
245 30	13,1	10 0	240 44	55 16	239 0	
241 10	11,5	15 0	245 12	51 3	247 5	
238 44	10,5	17 30	247 7	48 52	250 15	
236 15	9,4	19 48	248 45	46 51	254 11	
233 18	8,2	22 30	250 31	44 26	257 57	
230 27	6,8	25 0	252 1	42 12	261 13	
224 22	+ 4,0	30 0	254 43	37 19	267 32	
211 30	— 2,3	40 0	259 15	28 24	278 32	
197 42	8,5	50 0	263 3	19 0	287 37	
180	14,0	61 53	267 3	+ 7 47	295 47	
165	15,9	71 1	270 1	— 0 51	300 3	
162 28			270 29	2 14	300 33	*
150	15,0	79 6	272 40	8 30	302 8	
135	12,0	85 52	275 1	14 51	302 17	
120	7,8	91 0	276 54	19 40	300 49	
110	4,6	93 24	277 51	21 55	299 7	
99 41	— 1,3	94 53	278 28	23 16	296 47	
90	+ 1,5	95 21	278 42	23 42	294 13	
80 19	4,0	94 53	278 34	23 14	291 19	
70	6,3	93 24	278 2	21 50	287 57	
60	8,2	91 0	277 10	19 35	284 31	
45	10,4	85 52	275 23	14 44	279 15	
30	12,0	79 6	273 6	8 21	273 52	
15	13,2	71 1	270 28	— 0 42	268 31	
0	14,0	61 53	267 30	+ 7 56	263 7	
342 18	14,7	50 0	263 25	19 9	256 25	
328 30	15,1	40 0	259 33	28 30	250 35	
315 38	15,3	30 0	254 57	37 44	244 5	
309 33	15,5	25 0	252 12	42 16	240 24	A
306 42	15,5	22 30	250 40	44 30	238 19	
303 45	15,5	19 48	248 53	46 54	235 55	
301 16	15,5	17 30	247 15	48 55	233 46	
298 50	15,5	15 0	245 18	51 5	231 13	
294 30	15,4	10 0	240 48	55 18	225 20	
291 38	15,2	+ 5 0	235 16	59 18	218 1	
290 32	14,9	0 0	228 19	63 1	208 49	
291 38	14,2	5 0	219 28	66 18	197 6	
294 30	13,1	10 0	208 15	68 55	182 36	
298 50	11,5	15 0	194 38	70 39	165 20	
301 16	10,5	17 30	187 7	71 5	155 59	†
303 45	9,4	19 48	180 0	71 11	147 10	
306 42	8,2	22 30	171 44	70 50	136 51	
309 33	6,8	25 0	164 16	70 28	127 40	
315 38	+ 4,0	30 0	150 57	68 37	110 44	
328 30	— 2,3	40 0	131 30	62 33	84 49	
342 18	8,5	50 0	119 23	54 44	67 26	
0	14,0	61 53	110 5	44 28	53 56	
15	15,9	71 1	104 56	36 13	47 29	
17 32			104 13	34 54	46 45	*
30	15,0	79 6	101 12	28 46	44 20	
45	12,0	85 52	98 25	22 29	43 44	
60	7,8	91 0	96 26	17 42	45 7	
70	4,6	93 24	95 32	15 28	46 52	
80°19′	— 1′3	—94°53′	94°58′	+14° 5′	49°15′	
90	+ 1,5	95 21	94 46	13 40	51 52	
99 41	4,0	94 53	94 53	14 7	54 44	
110	6,3	93 24	95 22	15 32	58 3	
120	8,2	91 0	96 11	17 48	61 26	
135	10,4	85 52	98 2	22 37	66 46	
150	12,0	79 6	100 42	28 56	72 32	
165	13,2	71 1	104 23	36 25	78 57	B
180	14,0	61 53	109 30	44 41	86 29	
197 42	14,7	50 0	118 49	54 58	98 25	
211 30	15,1	40 0	131 4	62 44	112 88	
224 22	15,3	30 0	150 42	68 47	134 10	
230 27	15,5	25 0	164 9	70 37	148 33	
233 18	15,5	22 30	171 38	71 7	156 35	†
236 15	15,5	19 48	180 0	71 18	165 34	
238 44	15,5	16 30	187 8	71 10	173 13	
241 10	15,5	15 0	194 41	70 43	181 23	
245 30	15,4	10 0	208 19	68 58	196 23	
248 22	15,2	+ 5 0	219 30	66 19	209 21	
249 28	+14,9	0 0	228 19	+63 1	220 26	

Die mit * bezeichneten Punkte sind durch Hülfe der Formeln (35*) berechnet, und sind, der erste der Ort, wo die Verfinsterung auf der Erde überhaupt anfängt und der zweite der Punkt wo die Verfinsterung auf der Erde überhaupt aufhört. Der mit A bezeichnete Theil der Curve ist die eigentliche Grenzcurve, die sich von Westen nach Norden erstreckt, und der mit B bezeichnete Theil ist die eigentliche Grenzcurve, welche sich von Osten nach Norden erstreckt. Die übrigen Theile unserer Curve liegen in dem Bereich der Sichtbarkeit der Verfinsterung, sie begrenzen aber den Theil der Erdoberfläche, wo die Verfinsterung vollständig gesehen wird.

Man sieht aus diesem Täfelchen, dafs der Punkt, wo die beiden Zweige unserer Curve einander schneiden, sehr nahe an den mit + bezeichneten Oertern liegen mufs. Um diesen Punkt durch Interpolation zu finden, haben wir aus dem einen mit + bezeichneten Orte die in der Nähe desselben liegenden Punkte unserer Curve durch folgende Gleichungen

$$15\lambda' = 155°59' + 568'x$$
$$\varphi = +71\ 5' - 16'x$$

wo die höheren Potenzen der willkührlichen, kleinen Zahl x übergangen sind. Der andere mit + bezeichnete Ort giebt ebenso

$$15\lambda' = 156°35' - 490'.y$$
$$\varphi = +71\ 7 - 20'5.y$$

Da nun im Durchschnittspunkte Länge und Breite auf jedem Zweige der Curve einander gleich seyn müssen, so geben diese Gleichungen

$$0 = 36' - 490'.y - 568'.x$$
$$0 = 2' - 20'5.y + 16'.x$$

und hieraus findet man

$$x = -0{,}0124$$
$$y = +0{,}0879$$

Digitized by Google

Mit diesen Werthen geben die obigen Gleichungen übereinstimmend für den Durchschnittspunkt

$$15\lambda' = 155^\circ 52'$$
$$\varphi = +71\ 5$$

Für die Berechnung des Theils der südlichen Grenzcurve, welche wirklich stattfindet, dienen nun die obigen Stundenwinkel 278° 28′ und 94° 58′ als Grenzwerthe. Ich habe vermittelst der Gleichungen (30) die folgenden Punkte dieser Curve berechnet.

Südliche Grenzcurve.

$15t'$	ψ	φ	$15\lambda'$
278° 28′	99° 41′	— 23° 16′	296° 47′
280	100 1	22 42	298 25
290	102 29	18 27	308 31
300	105 1	13 34	317 36
310	107 25	8 12	325 34
320	109 22	— 2 40	332 24
330	110 34	+ 2 43	338 13
340	110 41	7 38	343 13
350	109 36	11 49	347 41
0	107 23	15 10	351 52
10	104 12	17 46	355 55
20	100 15	19 43	0 2
30	96 27	21 3	4 29
40	92 37	21 48	9 23
47 56	89 52	21 59	13 37
50	89 11	21 58	14 50
60	86 18	21 27	21 3
70	83 57	20 17	28 0
80	82 8	18 21	35 48
90	80 48	15 41	44 31
94 58	80 19	+ 14 5	49 15

Dem Stundenwinkel 47° 56′ gehört wieder das Maximum der Polhöhe an. Hiemit ist also die Grenze der Sichtbarkeit dieser Sonnenfinsternifs auf der Erde völlig gegeben. Man sieht hieraus, dafs während eine blofse Berührung der Ränder atattfindet, ψ' mehr wie 20° von 90°, abweichen kann.

Um den Theil der Erdoberfläche zu bestimmen, auf welchem beim Ein- und Austritte $\cos\psi'$ dasselbe Zeichen hat, habe ich die Curve für $\psi' = 90°$ berechnet. Man erhält diese, indem man zu den in der ersten Annäherung für die südliche Grenzcurve gefundenen Werthen von φ die Längen aus der letzten Gleichung (30), nachdem man darin $\cos\psi' = 0$ gesetzt hat, rechnet. Zu den folgenden Punkten dieser Curve gehören dieselben Stundenwinkel, die bei der südlichen Grenzcurve vorkommen, mit Ausnahme der Grenzwerthe. Diese sind hier die beiden Punkte der östlich-westlichen Grenzcurve, die zu $\psi' = 90°$ gehören.

Curve für $\psi' = 90°$.

φ	$15\lambda'$	φ	$15\lambda'$	φ	$15\lambda'$
—23° 42′	294° 13′	+ 5° 17′	337° 52′	+21° 59′	13° 38′
23 13	295 81	9 44	342 34	21 58	15 5
19 17	304 56	13 33	347 14	21 24	22 7
14 47	313 23	16 46	352 2	20 6	29 44
9 52	320 47	19 9	357 10	18 2	38 4
— 4 44	327 14	20 50	2 40	15 14	47 11
+ 0 23	332 50	21 46	8 37	+13 40	51 52

Die Erdoberfläche also, welche zwischen dieser Curve und der südlichen Grenzcurve, wozu an den Endpunkten noch zwei kleine Stückchen der östlich-westlichen Grenzcurve zu rechnen sind, eingeschlossen ist, enthält die in Rede stehenden Oerter.

Um das Resultat meiner Formeln für den Fall zu zeigen, wo alle vier Grenzcurven reel werden, habe ich die Phasencurven für die gröfste Phase von 6 Zwölftel berechnet. Wir haben in diesem Falle zufolge der vierten Aufgabe $x = 0$, und somit für diese Rechnung hinlänglich genau $f = 0$. Es wird also $u' = l$, und in den Gleichungen (34) wird $V = 0$, folglich auch $u' = u$. Die Gleichungen (35) geben nun

$$\psi' = 98° 58'$$

für den gemeinschaftlichen Punkt der südlichen und der westlichen Curve,

$$\psi' = 81° 2'$$

für den gemeinschaftlichen Punkt der südlichen und der östlichen Curve,

$$\psi' = 275° 40'$$

für den gemeinschaftlichen Punkt der nördlichen und der westlichen Curve, und

$$\psi' = 264° 20'$$

für den gemeinschaftlichen Punkt der nördlichen und der östlichen Curve. Somit habe ich die folgenden Punkte dieser vier Curven berechnet.

Westliche Phasencurve für 6 Zwölftel.

ψ'	W	$15t'$	φ	$15\lambda'$	
180°	—61° 49′	267° 15′	+ 7° 56′	287° 25′	
195	57 11	265 42	12 19	284 23	
210	52 34	264 6	16 40	280 38	
225	48 23	262 35	20 36	276 30	
240	44 59	261 17	23 46	272 20	
250	43 20	260 38	25 19	269 49	
260	42 17	260 13	26 18	267 40	
264 20′	42 3	260 8	26 30	266 52	
270	41 56	260 5	26 37	265 59	
275 40	42 3	260 8	26 30	265 17	
280	42 17	260 13	26 18	264 52	
290	43 20	260 38	25 19	264 20	
300	44 59	261 17	23 46	264 20	
315	48 23	262 35	20 36	265 11	
319 36		263 2	19 26	265 35	
330	52 34	264 6	16 40	266 46	
345	57 11	265 42	12 19	268 56	
0	61 49	267 15	7 56	271 25	A
15	66 22	268 45	+ 3 38	274 12	
30	70 25	270 4	— 0 12	277 5	
45	73 48	271 10	3 23	280 0	
60	76 23	272 0	5 50	282 48	
70	77 34	272 24	6 57	284 37	
80	78 17	272 39	7 38	286 18	
81 2	78 20	272 40	7 41	286 27	
90	78 32	272 44	7 52	287 47	
98 58	78 20	272 40	7 41	288 57	
100	78 17	272 39	7 38	289 5	
110	77 34	272 24	— 6 57	290 6	

Digitized by Google

ψ′	W	15t′	φ	15λ′
120	−76°23′	272° 0′	− 5°50′	290°48′
135	73 48	271 10	3 23	291 19
150	70 25	270 4	− 0 12	290 57
158°15′		269 22	+ 1 52	290 22
165	66 22	268 45	3 38	289 40
180	−61 49	267 15	+ 7 56	287 25

Oestliche Phasencurve für 6 Zwölftel.

ψ′	W	15t′	φ	15λ′	
0°	+61°49′	109°50′	+44°37′	62°16′	
15	66 22	107 6	40 33	58 47	
21 45′		106 4	38 50	37 40	*
30	70 25	104 56	36 51	56 39	
45	73 48	103 17	33 45	55 44	
60	76 23	102 6	31 22	55 52	
70	77 34	101 35	30 16	56 29	
80	78 17	101 16	29 37	57 26	
81 2	78 20	101 15	29 35	57 34	
90	78 32	101 10	29 23	58 41	
98 58	78 20	101 15	29 35	60 4	
100	78 17	101 16	29 37	60 13	
110	77 34	101 35	30 16	61 58	
120	76 23	102 6	31 22	63 52	
135	73 48	103 17	33 45	67 4	
150	70 25	104 56	36 51	70 31	
165	66 22	107 6	40 33	74 15	A
180	61 49	109 50	44 37	78 16	
195	57 11	113 2	48 42	82 24	
210	52 34	116 47	52 39	86 43	
220 24		119 34	55 8	89 37	*
225	48 23	120 48	56 8	90 49	
240	44 59	124 39	58 50	94 12	
250	43 20	126 42	60 5	95 36	
260	42 17	128 8	60 53	96 4	
264 20	42 3	128 29	61 5	95 55	
270	41 56	128 37	61 8	95 19	
275 40	42 3	128 29	61 5	94 20	
280	42 17	128 8	60 53	93 17	
290	43 20	126 42	60 5	90 7	
300	44 59	124 39	58 50	86 12	
315	48 23	120 48	56 8	79 29	
330	52 34	116 47	52 39	72 52	
345	57 11	113 2	48 42	66 56	
0	+61 49	109 50	+44 37	68 16	

Südliche Phasencurve für 6 Zwölftel.

15t′	ψ′	φ	15λ′
272°40′	98°58′	− 7°41′	288°57′
280	100 42	4 53	296 14
290	103 5	− 0 29	305 14
300	105 20	+ 4 26	313 8
310	107 32	9 39	319 59
320	108 24	14 55	325 56
330	108 43	19 56	331 16
340	108 2	24 28	336 14
350	106 25	28 24	341 6
0	104 2	31 41	346 2
10	101 11	34 18	351 13

15t′	ψ′	φ	15λ′
20°	98° 6′	+36°17′	356°42′
30	95 1	37 39	2 32
40	92 6	38 25	8 47
47 56′	90 0	38 37	14 0
50	89 28	38 36	15 26
60	87 9	38 9	22 34
70	85 9	37 7	30 20
80	83 29	35 25	38 14
90	82 9	33 3	46 56
101 15	81 2	+29 35	57 34

Nördliche Phasencurve für 6 Zwölftel.

260° 8′	275°40′	+26°30′	265°17′
270	277 21	30 13	274 25
280	278 47	35 3	282 24
290	279 44	40 29	289 25
300	280 1	46 16	295 46
310	279 40	51 59	301 51
320	278 47	57 24	308 4
330	277 27	62 6	314 43
340	276 8	65 52	321 58
350	274 53	68 54	329 43
0	273 48	71 9	337 55
10	272 50	72 47	346 26
20	271 59	73 56	355 13
30	271 14	74 43	4 10
40	270 32	75 7	13 13
47 56	270 0	75 13	20 25
50	269 52	75 12	22 22
60	269 13	75 0	31 34
70	268 34	74 27	40 47
80	267 54	73 32	49 58
90	267 12	72 11	59 17
100	266 28	70 17	68 32
110	265 43	67 48	77 59
120	264 57	64 30	87 32
128 29	264 20	+61 5	95 55

Die auf der westlichen und östlichen Phasencurve mit A bezeichneten Theile sind die eigentlichen Grenzcurven. Sie schliessen also in Verbindung mit der südlichen und der nördlichen Phasencurve ein Stück der Erdoberfläche ein, aufserhalb dessen nur eine gröfste Phase gesehen wird, welche kleiner wie 6 Zwölftel ist. Auf dem mit A bezeichneten Theile der westlichen Phasencurve wird bei aufgehender Sonne die Phase von 6 Zwölftel gesehen und die Verfinsterung ist im Abnehmen begriffen; auf dem mit A bezeichneten Theile der östlichen Phasencurve wird bei untergehender Sonne diese Phase gesehen, aber die Verfinsterung war vorher kleiner; sie ist im Zunehmen begriffen. Auf den unbezeichneten Theilen dieser beiden Curven findet die nemliche Erscheinung statt, aber für diese Punkte jener Curve ist die Verfinsterung im Zunehmen, und für diese Punkte dieser Curve ist sie im Abnehmen begriffen, so dafs auf diesen Theilen dieser Curven in der That eine gröfsere Phase wie 6 Zwölftel gesehen wird. Die mit * bezeichneten Punkte dieser Curven sind durch die Gleichungen (35°) berechnet. Sie geben die

Digitized by Google

Oerter der Erde, wo die obigen Erscheinungen zuerst oder beziehungsweise zuletzt gesehen werden.

Dieselben Werthe, welche dem Bogen W bei der Berechnung der östlich-westlichen Grenzcurve beigelegt wurden, werden mit Vortheil bei der Berechnung der Curve der sechsten Aufgabe angewandt. Es wird dadurch bewirkt, dafs ein Theil jener Rechnung bei dieser unverändert angewandt werden kann. Ich habe somit die folgenden Punkte dieser Curve erhalten.

Curve der gröfsten Phase im Horizonte.

W	f	V	ψ'	$15t'$	φ	$15\lambda'$	gr. Ph.
−94° 53′	+15′9	− 1′3	99° 41′	278° 25′	−23° 16′	296° 47′	0,0
93 24	14,5	1,6	99 39	277 54	21 53	296 10	0,4
91 0	12,2	1,8	99 34	277 0	19 38	295 3	1,4
85 52	7,2	1,7	99 22	275 11	14 48	292 42	3,2
79 6	+ 0,7	− 0,2	99 0	272 54	8 25	289 20	5,7
78 20	0,0	0,0	98 58	272 40	7 41	288 57	6,0
71 1	− 6,8	+ 3,1	98 27	270 19	− 0 45	285 1	8,6
61 53	−14,8	∓ 8,6	97 17	267 25	+ 7 54	279 36	11,7
			277 31	267 8	7 49	279 19	
50 0	− 5,4	− 3,9	276 37	263 7	19 2	271 20	8,1
42 3	0,0	0,0	275 40	260 8	26 30	265 17	6,0
40 0	+ 1,3	+ 1,0	275 24	259 18	28 25	263 39	5,5
30 0	6,7	6,0	274 8	254 45	37 40	254 54	3,4
25 0	8,8	8,2	273 27	252 3	42 12	249 59	2,6
22 30	9,8	9,3	273 7	250 32	44 27	247 22	2,2
19 48	10,8	10,3	272 45	248 46	46 51	244 21	1,9
17 30	11,4	11,0	272 25	247 9	48 52	241 41	1,6
15 0	12,1	11,8	272 4	245 13	51 3	238 36	1,4
10 0	13,1	13,0	271 22	240 44	55 16	231 46	1,0
5 0	13,7	13,7	270 41	235 13	59 17	223 54	0,7
0 0	14,0	14,0	269 58	228 18	63 1	214 37	0,7
+ 5 0	13,7	13,7	269 15	219 27	66 17	203 42	0,7
10 0	13,1	13,0	268 34	208 15	68 56	189 49	1,0
15 0	12,1	11,8	267 52	194 37	70 39	173 50	1,4
17 30	11,4	11,0	267 32	187 6	71 5	165 10	1,6
19 48	10,8	10,3	267 12	180 0	71 12	157 1	1,9
22 30	9,8	9,3	266 50	171 41	71 0	147 28	2,2
25 0	8,8	8,2	266 30	164 15	70 29	138 55	2,6
30 0	6,7	6,0	265 50	150 54	68 38	123 21	3,4
40 0	+ 1,3	+ 1,0	264 35	131 26	62 35	99 41	5,5
42 3	0,0	0,0	264 20	128 29	61 5	95 55	6,0
50 0	− 5,4	− 3,9	263 24	119 17	54 46	83 41	8,1
61 53	−14,8	∓ 8,6	262 31	109 59	44 30	70 24	11,7
			82 41	109 37	44 39	70 2	
71 1	− 6,8	+ 3,1	81 33	104 35	36 20	62 30	8,6
78 20	0,0	0,0	81 2	101 15	29 35	60 4	6,0
79 6	+ 0,7	− 0,2	81 0	100 55	28 52	57 5	5,7
85 52	7,2	1,7	80 37	98 14	22 33	53 19	3,2
91 0	12,2	1,8	80 26	96 21	17 43	50 54	1,4
93 24	14,5	1,6	80 20	95 30	15 28	49 52	0,4
+94 53	+15,9	− 1,3	80 19	94 58	+14 5	49 15	0,0

Die letzte Columne giebt die Gröfse der gröfsten Phase in Zwölftheilen des Sonnendurchmessers. Als Beispiel der siebenten Aufgabe habe ich berechnet:

Die Curve der gröfsten Phase im wahren Mittage.

φ	ψ'	$15\lambda'$	gr. Ph.	φ	ψ'	$15\lambda'$	gr. Ph.
+15° 10′	107° 36	351° 52′	0,0	+50° 0′	279° 10′	341° 6′	11,4
20	106 35	350 5	1,8	60	276 31	339 17	8,6
30	104 27	347 10	5,4	70	274 4	338 2	6,2
31 41	104 2	346 2	6,0	71 9	273 48	337 55	6,0
40	101 54	343 34	8,8	80	271 53	337 16	4,4
49 2		341 19	11,7	90	270 0	336 54	3,0

Digitized by Google

Die hier bei der Polhöhe 90° angeführte Länge ist so zu verstehen, dafs sie auf dieser Curve bei einer Polhöhe die unendlich wenig kleiner ist wie 90°, statt findet.

Als Beispiel zur dritten Aufgabe habe ich erstlich die Curve berechnet, welche der Schattenkegel auf der Erdoberfläche in dem Zeitmomente, wo die Verfinsterung an dem oben berechneten Orte im Mittage central gesehen wird, beschreibt; es ist leicht einzusehen, dafs dieses Zeitmoment die Conjunctionszeit seyn mufs. Wir haben somit $t + T' - T = 0$, und daher $\Sigma = 0$ und $S = U$. Nun giebt die erste Formel (42) für das Maximum

$$V = 86° 37'$$

und das Minimum wird vermittelst dieser Formeln imaginär. Wir haben daher durch die Gleichung (41) für das Minimum

$$V = +15'0$$

Somit habe ich folgende Punkte dieser Curve durch die Formeln der Auflösung der dritten Aufgabe berechnet:

Grenzcurve des Schattenkegels für die Conjunctionszeit.

V	H	φ	15λ′
0°15′0	68°30′	+61°48′	212°11′
2 30	68 26	63 14	215 56
5 0	67 58	64 23	221 7
7 30	67 14	65 1	226 28
10 0	66 16	65 22	233 19
12 30	65 2	65 9	239 57
15 0	63 33	64 25	246 30
20	60 10	61 53	258 27
25	56 20	58 18	268 25
30	52 3	53 56	276 33
35	47 40	49 23	283 22
40	42 54	44 36	289 19
45	37 59	39 54	294 43
50	32 50	35 22	299 51
55	27 32	31 8	304 52
60	21 53	27 15	309 52
65	15 50	23 48	314 56
70	9 4	20 53	320 8
75	0 56	18 32	325 29
80	359 12	16 48	331 3
84	330 17	15 55	335 54
86 37	270 0	15 35	341 19
84	209 43	15 55	346 44
80	190 48	16 48	351 35
75	179 4	18 32	357 9
70	170 56	20 53	2 30
65	164 10	23 48	7 42
60	158 7	27 15	12 46
55	152 28	31 8	17 46
50	147 10	35 22	22 47
45	142 1	39 54	27 55
40	137 6	44 36	33 19
35	132 20	49 23	39 16
30	127 57	+53 56	46 5
25°	123°40′	+58°18′	54° 3′
20	119 50	61 53	64 11
15	116 27	64 25	76 8
12 30′	114 58	65 9	82 41
10 0	113 44	65 22	89 19
7 30	112 46	65 1	96 10
5 0	112 2	64 23	101 31
2 30	111 34	63 14	106 42
0 15,0	111 30	+61 48	110 27

Um ferner ein Beispiel einer solchen Curve zu geben, welche ganz auf der von der Sonne beschienenen Fläche der Erde enthalten ist, habe ich die demselben Zeitmomente angehörende Curve der Phase von 6 Zwölftel berechnet. Hier haben wir $f = 0$, ferner wie oben $\Sigma = 0$ und $S = U$. Nun geben die Gleichungen (42) für das Maximum

$$V = 76° 47'$$

und für das Minimum

$$V = 39° 19'$$

und somit haben wir folgende Punkte dieser Curve:

Curve der Phase von 6 Zwölftel für die Conjunctionszeit.

V	H	φ	15λ′
39°19′	90° 0′	+69°39′	341°19′
39 30	87 32	69 21	335 55
40	84 22	68 25	329 31
41	80 44	66 35	323 30
43	76 13	63 18	318 30
45	72 47	60 18	316 21
50	66 22	53 42	315 31
55	61 39	48 2	317 17
60	58 24	43 10	320 15
65	57 4	39 3	324 8
70	58 57	35 38	328 47
74	66 16	33 27	333 40
76 47	90 0	32 11	341 19
74	113 44	33 27	348 58
70	121 3	35 38	353 51
65	122 56	39 3	358 30
60	121 36	43 10	2 23
55	118 21	48 2	5 21
50	113 38	53 42	7 7
45	107 13	60 18	6 17
43	103 47	63 18	4 8
41	99 16	66 35	359 8
40	95 38	68 25	353 7
39 30	92 28	69 21	346 43
39 19	90 0	+69 39	341 19

Um endlich zu zeigen, wie diese Curve unter anderen Verhältnissen beschaffen ist, habe ich die Grenzcurve des Schattenkegels für 0^h849 W.Z. Berlin, und die Curve der Phase von 6 Zwölftel für 4^h067 W. Z. Berlin berechnet. Ersteres Moment ist die Zeit der Anfangsgrenze der südlichen Grenzcurve, also die Zeit, wo der südlichste Punkt des Schatten-

Digitized by Google

kegels die Erde zu berühren anfängt, letzteres Moment ist die Zeit, wo der vorangehende Punkt des der Phase von 6 Zwölftel zukommenden Kegels im Begriff ist, die Oberfläche der Erde zu verlassen. Für die erstere Curve geben die Gleichungen (42) das Maximum

$$V = 51°\,8'$$

und die Gleichung (41) giebt das Minimum

$$V = -1'3$$

Für die andere Curve geben die Gleichungen (42) das Maximum und das Minimum

$$V = 62°\,56'$$
$$V = 0.$$

Grenzcurve des Schattenkegels für 0^h849 W. Z. Berlin.

V	H	φ	$15\lambda'$
— 0° 1'3	335° 19'	−23° 16'	296° 47'
+ 5 0	335 21	21 23	301 49
10	335 27	19 18	306 40
15	335 38	17 1	311 21
20	335 57	14 32	315 53
25	336 29	11 48	320 13
30	337 22	8 48	324 19
35	338 48	5 23	328 14
40	341 14	— 1 24	331 47
45	345 27	+ 3 33	335 1
47 30	348 57	6 44	336 26
50	355 4	11 20	337 32
51 8	3 34	16 51	337 26
50	12 4	22 6	335 36
47 30	18 11	26 3	332 44
45	21 41	28 29	329 55
40	25 54	31 42	324 14
35	28 20	33 39	318 18
30	29 46	34 41	312 13
25	30 39	35 3	306 4
20	31 11	34 50	299 56
15	31 30	34 9	293 55
10	31 41	33 4	288 3
+ 5	31 47	31 39	282 23
— 0 1,3	31 49	+29 54	276 53

Curve der Phase von 6 Zwölftel für 4^h067 W. Z. Berlin.

V	H	φ	$15\lambda'$
0°	119° 49'	+55° 8'	89° 37'
5	116 49	60 21	84 44
10	113 49	65 18	77 58
15	110 45	69 47	68 8
20	107 54	73 6	53 34
25	105 16	74 38	34 13
30	102 46	74 0	14 0
35	100 41	71 23	358 28
40	98 59	67 35	348 20
45	97 56	63 9	342 32
50	97 56	58 20	339 47
55	99 45	53 13	339 23
60	105 29	48 1	341 46
62 56'	119 49	41 31	347 38

V	H	φ	$15\lambda'$
60°	134° 9'	+38° 22'	356° 25'
55	139 53	38 0	3 53
50	141 41	38 44	10 21
45	141 41	40 7	16 34
40	140 39	41 56	22 50
35	138 57	44 3	29 18
30	136 52	46 15	36 8
25	134 22	48 36	43 26
20	131 44	50 45	51 22
15	128 53	52 40	60 0
10	125 49	54 15	69 27
5	122 49	55 6	79 24
0	119 49	+55 8	89 37

Durch diese Beispiele meine ich die Anwendung der Formeln dieser Abhandlung hinlänglich erläutert zu haben. Es kann jeder aus den berechneten Punkten dieser Curven sie leicht auf einem Globus construiren, und dadurch zur genaueren Kenntnifs ihrer Figur gelangen.

Hansen.

Zusatz.

In der vorstehenden Abhandlung habe ich unter andern gezeigt, dafs in der rein analytischen Behandlung der Theorie der Verfinsterungen die Wahl der Lage der Coordinaten vermittelst der Gleichungen $x_1 = x_1'$, $y_1 = y_1'$ und $x_1 = 0$ der wesentliche Punkt ist, auf dem die einfachste und strenge Auflösung dieser Aufgabe beruht. Diese Gleichungen, oder mit andern Worten, die diesen Gleichungen entsprechende Lage der Coordinaten bedingt unmittelbar die grade Aufsteigung und Abweichung des entfernteren Gestirns vom näheren aus gesehen, wodurch das Endresultat auf seine einfachste und für die Anwendung vortheilhafteste Gestalt gebracht wird. Man kann zwar hier, so wie in allen Fällen, auf viele verschiedene Arten das Endresultat ableiten, aber die Gleichungen $x_1 = x_1'$, $y_1 = y_1'$ und $x_1 = 0$ kann man nur durch Umwege oder durch Einmischung von geometrischen Betrachtungen vermeiden. Ich werde in den folgenden Zeilen zeigen, dafs das nemliche in der Parallaxenrechnung der nautischen Aufgabe der Distanzen statt findet, und dafs dieselben Gleichungen, welche in der Theorie der Verfinsterungen durch die Bedingungsgleichungen $x_1 = x_1'$, $y_1 = y_1'$, $x_1 = 0$ entstehen, von *Bessel* angewandt sind, um die Parallaxenrechnung in der Aufgabe der Längenbestimmungen durch Monddistanzen auszuführen. Nur sind in diesem Falle, weil die unbekannte Gröfse eine andere ist, diese Gleichungen anders aufgelöst.

Die genannten drei Bedingungsgleichungen führten in der vorstehenden Abhandlung auf folgende drei Grundgleichungen:

Digitized by Google

$$u = l \sec f + z, \operatorname{tg} f$$
$$u \sin\theta = -r\cos\delta\sin(\alpha-a) + \rho\cos\varphi\sin(\mu-a)$$
$$u\cos\theta = r\left(\sin\delta\cos d - \cos\delta\sin d\cos(\alpha-a)\right) - \rho\left(\sin\varphi\cos d - \cos\varphi\sin d\cos(\mu-a)\right)$$

wo

$$z_1 = r\left(\sin\delta\sin d + \cos\delta\cos d\cos(\alpha-a)\right) - \rho\left(\sin\varphi\sin d + \cos\varphi\cos d\cos(\mu-a)\right)$$

ist. Diese Gleichungen drücken überhaupt die, von der Oberfläche der Erde aus (ohne Rücksicht auf die Refraction) gesehene Entfernung der Mittelpunkte zweier Himmelskörper durch Gröfsen, die sich auf den Mittelpunkt der Erde beziehen, aus. Diese scheinbare Entfernung wurde im Art. 1 P genannt und als aus der Summe oder Differenz zweier Längen Δ und Δ' zusammengesetzt betrachtet, die in der Theorie der Verfinsterungen die scheinbaren Halbmesser bedeuten. In dieser Theorie waren, wenn man die Aufgabe der Bestimmung der gröfsten Phase ausnimmt, P sowohl wie Δ und Δ' immer gegebene Gröfsen und es waren theils die Zeit, theils die Länge und theils überhaupt die geographische Lage des Beobachtungsortes die unbekannte Gröfse. Im Problem der Distanzen hingegen, so wie es von *Bessel* durchgeführt worden ist, ist die scheinbare Distanz die unbekannte Gröfse, und die Zeit, so wie die geographische Lage des Beobachtungsortes sind gegebene Gröfsen. Der Bogen P ist also jetzt unsere unbekannte Gröfse, und da, wenn wir uns blofs an die unteren Zeichen der betreffenden Gleichungen halten, die Bögen Δ und Δ' durch nichts weiteres als durch die Gleichung

$$P = \Delta - \Delta'$$

bestimmt werden, so ist Eine derselben willkührlich und kann so bestimmt werden, dafs die Auflösung am einfachsten werde.

In den vorstehenden Formeln beziehen sich alle Gröfsen auf den Mittelpunkt der Erde, und es ist also namentlich φ die geocentrische Breite des Beobachtungsortes. Da aber weiter unten die Zenithdistanz des Punktes (a, d) erscheinen wird, und man für die Berechnung des Einflusses der Refraction auf die Distanz der Zenithdistanzen vom wahren und nicht vom geocentrischen Zenith bedarf, so ist es vortheilhaft, sogleich statt φ die Polhöhe φ' einzuführen. Nennt man den Halbmesser des Erdäquators a, die Abplattung c, und vernachlässigt man die Höhe des Beobachtungsortes über dem Meere, so ist

$$\rho\cos\varphi = a'\cos\varphi', \quad \rho\sin\varphi = a'\sin\varphi' - a'i$$

wo zur Abkürzung

$$a' = \frac{a}{\sqrt{\left(\cos^2\varphi' + (1-c)^2\sin^2\varphi'\right)}}, \quad i = (2c-c^2)\sin\varphi'$$

gesetzt ist. Die obigen Formeln gehen hiemit in folgende über

(A)
$$\begin{cases} u = l\sec f + z, \operatorname{tg} f \\ u\sin\theta = -r\cos\delta\sin(\alpha-a) + a'\cos\varphi'\sin(\mu-a) \\ u\cos\theta = r\left(\sin\delta\cos d - \cos\delta\sin d\cos(\alpha-a)\right) + a'i\cos d - a'\left(\sin\varphi'\cos d - \cos\varphi'\sin d\cos(\mu-a)\right) \\ z_1 = r\left(\sin\delta\sin d + \cos\delta\cos d\cos(\alpha-a)\right) + a'i\sin d - a'\left(\sin\varphi'\sin d + \cos\varphi'\cos d\cos(\mu-a)\right) \end{cases}$$

Setzt man nun

(B)
$$\begin{cases} r'\sin D\sin Q = r\cos\delta\sin(\alpha-a) \\ r'\sin D\cos Q = r\left(\sin\delta\cos d - \cos\delta\sin d\cos(\alpha-a)\right) + a'i\cos d \\ r'\cos D = r\left(\sin\delta\sin d + \cos\delta\cos d\cos(\alpha-a)\right) + a'i\sin d \\ \sin Z\sin q = \cos\varphi'\sin(\mu-a) \\ \sin Z\cos q = \sin\varphi'\cos d - \cos\varphi'\sin d\cos(\mu-a) \\ \cos Z = \sin\varphi'\sin d + \cos\varphi'\cos d\cos(\mu-a) \end{cases}$$

Dann gehen die Gleichungen (A) in folgende über:

$$u = l\sec f + z, \operatorname{tg} f$$
$$\frac{u}{r'}\sin\theta = -\sin D\sin Q + \frac{a'}{r'}\sin Z\sin q$$
$$\frac{u}{r'}\cos\theta = \sin D\cos Q - \frac{a'}{r'}\sin Z\cos q$$
$$\frac{z_1}{r'} = \cos D - \frac{a'}{r'}\cos Z$$

deren zweite und dritte man durch Multiplicationen mit $\sin Q$ und $\cos Q$ leicht in folgende verwandelt:

$$\frac{u}{r'}\sin(\vartheta+Q) = \frac{a'}{r'}\sin Z\sin(q-Q)$$
$$\frac{u}{r'}\cos(\vartheta+Q) = \sin D - \frac{a'}{r'}\sin Z\cos(q-Q)$$

Diese Gleichungen habe ich in der vorstehenden Abhandlung schon bei mehreren Aufgaben angewandt, nur wurde dort die rechte Seite derselben etwas anders ausgedrückt. Um nun im gegenwärtigen Falle die einfachste Auflösung zu erhalten, verfüge ich über die Bögen Δ und Δ' so, dafs

$$f = 0$$

Digitized by Google

wird. Hiemit haben wir $u = l$, oder, da im Art. 1 l für $r_1 \sin\Delta$ gesetzt wurde,

$$u = r_1 \sin\Delta$$

Hiemit und vermittelst der Gleichung $r_1^2 = u^2 + z_1^2$, die aus den Gleichungen $y_1 = u$ und $x_1 = 0$ folgt, ergiebt sich

$$z_1 = r_1 \cos\Delta.$$

Wir haben also, wenn wir $\frac{a'}{r'} = \sin\pi$, und $\frac{r_1}{r'} = a$, machen, für die Bestimmung der Gröfsen a_1, Δ und θ die drei folgenden Gleichungen:

$$\begin{aligned} a_1 \sin\Delta \sin(\theta + Q) &= \sin\pi \sin Z \sin(q - Q) \\ a_1 \sin\Delta \cos(\theta + Q) &= \sin D - \sin\pi \sin Z \cos(q - Q) \\ a_1 \cos\Delta &= \cos D - \sin\pi \cos Z \end{aligned}$$

wenn im Voraus die Gröfsen r', D, Q, Z und q aus den Gleichungen (B) berechnet worden sind.

Die Gleichung $f = 0$ giebt

$$l = l'$$

und hiemit

$$\sin\Delta' = \frac{r_1}{r_1'} \sin\Delta$$

woraus, wenn man r_1' durch die Gleichungen

$$r_1'^2 = u_1^2 + z_1'^2, \quad z_1' = z_1 + R, \quad u = r_1 \sin\Delta, \quad z_1 = r_1 \cos\Delta$$

eliminirt, sich ergiebt

$$\sin\Delta' = \frac{r_1}{\sqrt{(r_1^2 + R^2 + 2rR\cos\Delta)}} \sin\Delta$$

hat man hieraus Δ' berechnet, so ist die scheinbare Distanz des Mittelpunktes des Mondes von dem des zweiten Gestirnes

$$P = \Delta - \Delta'$$

Diese ist in den wesentlichen Theilen die *Besselsche* Auflösung der betreffenden Aufgabe, und man sieht hieraus, dafs, obgleich *Bessel* sich in seiner Ableitung, die zum Theil auf geometrischen Betrachtungen beruht, nicht der Gleichungen $x_1 = x_1'$, $y_1 = y_1'$, $x_1 = 0$ bedient hat, diese der Auflösung dennoch zu Grunde liegen, und dieselbe auf die einfachste Art aus den allgemeinen Gleichungen der Aufgabe herbei führen. Sie sind also auch in dieser Aufgabe der wesentliche Punkt der Auflösung, denn hätte man sie vermeiden wollen, so hätte man nur durch neue Transformationen, also durch Umwege zum Ziele gelangen können.

Hansen.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn Staatsraths *v. Struve* an den Herausgeber.

Dorpat, den $\frac{1. \text{ Nov.}}{20. \text{ Oct.}}$ 1837.

Mit den Operationen zwischen dem schwarzen und caspischen Meere ist es in diesem Sommer ganz vortrefflich gegangen. Die letzten Nachrichten waren vom August aus Mosdock. Damals war $\frac{4}{5}$ der Arbeit fertig und im October hofften sie das caspische Meer zu erreichen. Eine ausführlichere Nachricht habe ich so eben für das Bulletin scientifique der Akademie nach St. Petersburg gesandt, die Ihnen gewifs auch bald zukommen wird. Vielleicht finden Sie sie dann geeignet für die Astr. Nachr.

Feodoroff ist auch glücklich nach mehr als 5jährigem Aufenthalte in Sibirien zurückgekehrt. Ich sprach ihn schon in Petersburg und erwarte ihn in diesen Tagen in Dorpat. Das Resultat seiner Reise ist die astronomische Bestimmung von mehr als 50 Puncten, von denen 22 Hauptpuncte sind, deren Länge auf einer Reihe von Mondsculminationen beruhen, abgesehen von einigen gelegentlich beobachteten Sternbedeckungen. Die übrigen Puncte sind für die Länge chronometrisch mit den Hauptpuncten verbunden. Alle Polhöhen sind mit dem astronomischen Theodoliten bestimmt. Mehrere trigonometrische Operationen verbanden ausgezeichnete Bergspitzen und gaben deren Höhen, sowohl im Uralgebirge als im Altai. An 12 Puncten wurde mit *Gambeyschen* magnetischen Apparaten die Declination und Inclination der Magnetnadel beobachtet und aufserdem Intensitätsversuche gemacht. Ich werde ihnen wohl nächstens etwas ausführlicheres mittheilen über diese Reise.

Der Bau in Pulkowa rückt rasch vorwärts und wird mit einer Sorgfalt und Einsicht geführt, die nichts zu wünschen übrig läfst. Am Schlufs des Jahres 1838 wird alles bis auf einige Einzelnheiten, die sich auf die Aufstellung der Instrumente beziehen, fertig seyn, und mit dem 1. Jan. 1839 wird ohnfehlbar der jährliche Etat der Sternwarte in Wirksamkeit treten.

W. Struve.

Ueber die Verfinsterung auf der Erde überhaupt. Von Herrn Professor *Hansen*, Director der Sternwarte Seeberg. p. 33.
Auszug aus einem Schreiben Sr. Excellenz des Herrn wirklichen Staatsraths und Ritters *von Struve* an den Herausgeber. p. 103.

Altona 1837. December 7.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

No. 343.

Ueber den Doppelstern p Ophiuchi.

Von Herrn Geheimen-Rath und Ritter *Bessel*.

Der Stern p Ophiuchi gehört bekanntlich zu den Doppelsternen, welche eine fortschreitende Bewegung und zugleich eine Umlaufsbewegung, beide von ungewöhnlicher Schnelligkeit, zeigen. Die letztere änderte, zwischen den beiden äufsersten, etwa 25 Jahre voneinander entfernten Beobachtungen *Herschels* I, den Positionswinkel um 131°, und hat ihn jetzt, nach fernern 33 Jahren, wieder um 191° geändert. Es sind zwar noch andere Doppelsterne von gleich schneller, oder noch schnellerer Umlaufsbewegung bekannt geworden, allein p Ophiuchi zeigt sie bei einer so grofsen scheinbaren Entfernung der beiden, ihn zusammensetzenden Sterne, dafs man hoffen kann, diese nicht allein bis auf einen kleinen Winkel, sondern auch bis auf einen kleinen Theil ihrer Gröfse, durch die Beobachtungen zu bestimmen. Die Auszeichnung, welche dieser Stern hierin vor anderen besitzt, begründet die Erwartung, dafs Beobachtungen desselben, vergleichungsweise früh, zur Kenntnifs der Bahnen seiner beiden Sterne um ihren gemeinschaftlichen Schwerpunkt führen werden. Wenn indessen diese Kenntnifs nicht die roheste Annäherung bleiben soll, so werden die Beobachtungen den höchsten Grad von Genauigkeit besitzen müssen, welche die Mittel der gegenwärtigen Zeit ihnen geben können; denn auch in dem gegenwärtigen Falle, dem günstigsten unter den bis jetzt bekannten, sollen die sieben Elemente der Bahn aus einer Bewegung erkannt werden, welche in dem engen Raume weniger Secunden vor sich geht. Die bis jetzt vorhandenen Beobachtungen sind gröfstentheils weit entfernt, eine solche Genauigkeit zu besitzen; auch sind sie erst seit 20 Jahren so häufig geworden, dafs man hoffen kann, durch ihre Zahl zu ersetzen, was ihnen an Genauigkeit abgeht. Soll die Zeit des Gelingens der Versuche, die Bahnen der beiden Sterne von p Ophiuchi zu bestimmen, so schnell als möglich herbeigeführt werden, so müssen die Astronomen, die mit genügenden Mefsapparaten ausgerüstet sind, nicht nur häufige Beobachtungen dieses Doppelsterns machen, sondern sich auch bemühen, ihnen eine Sicherheit im Ganzen zu geben, welche die einzelnen wirklich so genau macht, als ihre zufälligen, in den Unterschieden zwischen mehreren, nahe gleichzeitigen, sichtbaren Fehler sie erscheinen lassen. Ich beabsichtige gegenwärtig, einen Beitrag zu den Beobachtungen des Doppelsterns p Ophiuchi zu liefern, und zugleich die Beobachtungsart der Doppelsterne mit dem, von mir angewandten grofsen Heliometer, näher zu erörtern, als bisher geschehen ist.

1.

Die Beobachtungen von 38 Doppelsternen, welche ich in den Abhandlungen der Berliner Akademie der Wissenschaften für 1833 bekannt gemacht habe, und von welchen sich auch in Nr. 240 dieser Zeitschrift eine Nachricht befindet, beruhen, bis auf einige Ausnahmen, auf Messungen der vierfachen Entfernung der Sterne. Obgleich ich diese Beobachtungsart schon früher beschrieben habe, so erlaube ich mir doch, hier, des Folgenden wegen, darauf zurückzukommen.

Während eine der Objectivhälften des Heliometers (I) willkührlich gestellt ist, wird ihr die andere (II) so weit genähert, und das Heliometer so um die Axe des Fernrohrs gedrehet, dafs die beiden in demselben erscheinenden Bilder eines Doppelsterns, vier in gleichen Entfernungen und in gerader Linie liegende einzelne Sterne darstellen; nach der Ablesung der Angaben der Schraube (II) und des Positionskreises, wird die Objectivhälfte (II) fortbewegt, bis die beiden Bilder, nachdem sie sich einander gedeckt haben, wieder so erscheinen wie vorher; dieses kann durch alleinige Bewegung der Objectivhälfte (II) erlangt werden, wenn ihr optischer Mittelpunkt sich in einer geraden Linie bewegt, in welcher auch der optische Mittelpunkt der Objectivhälfte (I) liegt; ist dieses aber nicht der Fall, oder sind, mit anderen Worten, die beiden Objectivhälften nicht vollkommen centrirt, so liegen die vier Sterne, die nach der Bewegung der Objectivhälfte (II) wieder gesehen werden, nicht mehr in gerader Linie, sondern müssen, durch eine Drehung des Heliometers um die Axe des Fernrohrs, in dieselbe gebracht werden. Die durch die Schraube (II) gemessene Bewegung der Objectivhälfte (II), durch den Cosinus des halben Unterschiedes beider Ablesungen des Positionskreises dividirt, ist die vierfache Entfernung der beiden Sterne; die halbe Summe der beiden Ablesungen des Positionskreises, vom Indexfehler desselben befreit, ist der Positionswinkel. Nach der Beendigung einer vollständigen Beobachtung dieser Art pflege ich sie einigemal zu wiederholen, indem ich bei jeder Wiederho-

Digitized by Google

lung von der Stellung ausgehe, welche die Objectivhälfte (II) am Ende der vorigen Beobachtung erlangt hat, also die Schraube von (I) benutze, um durch ihre Drehung die zu beobachtende Erscheinung hervorzubringen. Dieses ist die gewöhnliche Beobachtungsart der Doppelsterne; ich werde jetzt alle Beobachtungen von p Ophiuchi mittheilen, welche ich auf diese Art gemacht habe:

		Entfern.	Positionsw.	Zahl.
1830 Mai 16	1830,37	5″,49	136° 2′	2
18	0,38	5,41	134 28	2
24	0,39	5,40	135 38	4
Juni 6	0,43	5,50	136 33	2
7	0,43	5,45	136 19	3
8	0,44	5,44	135 57	3
11	0,44	5,48	136 26	4
16	0,46	5,50	135 21	5
Sept. 2	0,67	5,52	136 2	5
20	0,72	5,61	135 23	4
1831 Mai 19	1,38	5,62	133 0	4
22	1,39	5,76	133 14	4
23	1,39	5,65	134 10	4
24	1,40	5,69	134 35	4
Juli 21	1,55	5,70	134 4	5
Oct. 9	1,77	5,70	134 27	5
10	1,77	5,76	133 56	4
1832 Juli 10	2,52	5,68	134 3	5
13	2,53	5,73	133 11	5
Oct. 13	2,78	5,83	132 53	5
18	2,80	5,83	132 36	5
19	2,80	5,90	132 12	5
1834 Juni 23	4,48	6,11	129 50	5
25	4,48	6,05	130 23	5
Juli 3	4,50	6,13	130 35	5
8	4,52	6,14	131 14	5
Sept. 19	4,72	6,18	131 18	5
Oct. 5	4,76	6,13	131 42	5
12	4,78	6,15	130 17	5
1836 Juni 23	6,48	6,28	128 6	5
Juli 4	6,51	6,36	129 56	5
7	6,52	6,38	130 23	5
13	6,53	6,36	130 11	5
21	6,55	6,34	129 9	5
1837 Juni 14	7,45	6,49	128 48	5
17	7,46	6,50	128 44	5
28	7,49	6,28	128 39	5
Juli 6	7,51	6,51	129 9	5
20	7,55	6,39	128 44	5
Aug. 3	7,59	6,46	129 15	5
6	7,60	6,44	129 1	5
18	7,63	6,50	127 55	5
20	7,63	6,56	128 3	5
28	7,66	6,49	127 23	5
Sept. 8	7,69	6,49	128 15	5
9	7,69	6,46	128 7	5
11	7,70	6,34	127 55	5
20	7,72	6,47	127 50	5
Oct. 2	7,75	6,48	128 4	5
3	7,76	6,44	127 40	5

Diese Beobachtungen sind, bis zum Jahre 1832 incl. schon an dem angeführten Orte bekannt gemacht, werden aber hier wiederholt, damit man den Ueberblick über alle erhalte. Vereinigt man die in jedem der früheren Jahre gemachten, in ein arithmetisches Mittel, die im letzten Jahre gemachten aber in zwei arithmetische Mittel, so erhält man:

1830,50	5″474	135°49′	34
1831,53	5,679	133 57	30
1832,69	5,794	132 59	25
1834,61	6,127	130 47	35
1836,52	6,344	129 33	25
1837,52	6,439	128 54	35
1837,69	6,470	127 55	45

2.

Struve hat, in seinem grofsen Werke über die Messungen der Doppelsterne, seine Beobachtungen von p Ophiuchi gleichfalls in arithmetische Mittel zusammengezogen. Davon werde ich die hier anführen, welche, der Zeit nach, mit den meinigen nahe zusammentreffen und daher mit diesen verglichen werden können:

1830,84	5″310	135°45′	2 Tage.
1831,68	5,410	134 42	5 ——
1832,75	5,553	133 58	3 ——
1834,47	5,852	131 9	4 ——
1835,60	6,108	130 46	5 ——

Diese Beobachtungen stimmen in der Zunahme der Entfernung und in der Abnahme des Positionswinkels, welche sie andeuten, nahe mit den vorher angeführten überein, allein sie ergeben die Entfernung immer kleiner und den Positionswinkel immer gröfser; die Unterschiede sind im Mittel, etwa $= -0''23$ und $= +41'$. Dafs ein Unterschied der gemessenen Entfernungen sich nicht etwa bei diesem Sterne allein, sondern bei den Doppelsternen im Allgemeinen findet, geht aus der Vergleichung hervor, welche zwischen den Königsberger und Dorpater Messungen von 37 Doppelsternen, in Nr. 240 der Astr. Nachr., und auch in der Einleitung des *Struve*schen Werkes (P. CXL) gemacht worden ist: die Dorpater Entfernungen sind im Allgemeinen kleiner als die Königsberger, und *Struve* bemerkt darüber, dafs sich ein gewisses Gesetz in den Unterschieden zu zeigen scheint, nach welchen sie für ganz kleine Entfernungen, so wie auch wieder für Entfernungen von 20″ und darüber, fast verschwinden, und bei der Entfernung von 6″ ihr, etwa 0″27 betragendes Maximum erreichen. So klein diese Unterschiede an sich sind, so läfst ihr Vorkommen bei so vielen Sternen und die nahe Uebereinstimmung der einzelnen Beobachtungen untereinander, doch nicht bezweifeln, dafs sie aus einer bestimmten Ursache hervorgehen, deren Folge ist, dafs entweder in Königsberg immer zu grofs, oder in Dorpat immer zu klein gemessen wird. Dafs der bestän-

Digitized by Google

dige Unterschied zwischen den, an beiden Orten beobachteten Positionswinkeln von p Ophiuchi, sich bei allen Doppelsternen, und stets in demselben Sinne zeigen sollte, ist weder zu erwarten, noch wird es durch die Vergleichung der 37 Doppelsterne angedeutet. Ich werde aber unten auf die Positionswinkel zurückkommen und darüber etwas mittheilen, was, wenn auch vielleicht nicht beständige, doch gröfsere zufällige Fehler der einzelnen Beobachtungen hat erzeugen können, als der Kraft des in Königsberg angewandten Apparates angemessen erscheinen.

Wenn man an dem Stattfinden eines beständigen Unterschiedes der von *Struve* und von mir gemessenen Entfernungen der Doppelsterne nicht zweifeln kann, so kann man auch nicht zweifeln, dafs wenigstens einer der beiderseitigen Apparate, den dadurch erlangten Resultaten nicht alle die Genauigkeit giebt, welche die Kleinheit der zufälligen Beobachtungsfehler erwarten läfst. So klein der Unterschied ist, so kann man ihn dennoch nicht für unerheblich halten; denn die Auffindung seiner Ursache wird entweder eine Vervollkommnung der Beobachtungsmethode der kleinen Entfernungen ergeben, oder, wenn der Fehler sich von dem einen Apparate unzertrennlich zeigen sollte, zur vorzugsweisen Benutzung des anderen auffordern. In Beziehung auf die Doppelsterne ist der Unterschied gleichfalls nicht unerheblich, da er, trotz seiner Kleinheit, ein nicht unbedeutendes Verhältnifs zu den kleinen Gröfsen besitzt, bei welchen er sich zeigt, und welche der eigentliche Gegenstand der Beobachtungen sind.

Dieses ist auch die Ansicht gewesen, welche *Struve* verfolgt hat, indem er der Ursache des Unterschiedes weiter nachgespürt hat. Er hat weifse Punkte auf schwarzem Grunde, in bekannten Entfernungen von einander und von dem Fernrohre angebracht, und sich durch die Messung der Winkel zwischen ihnen überzeugt, dafs das Fadenmicrometer seines Fernrohrs diese Winkel richtig angiebt. Die unmittelbare Prüfung der Richtigkeit der Angaben des Fadenmikrometers, welche man hierdurch erhält, ist ohne Zweifel wünschenswerth, indem sie eine der Möglichkeiten beseitigt, durch deren Verfolgung man die Erklärung des Fehlers zu versuchen geneigt seyn könnte. Allein die Beobachtung des Winkels zwischen zwei festen Punkten wird durch das Fadenmikrometer durch ein so einfaches Verfahren ergeben, dafs ich glaube, die Möglichkeit eines beständigen Fehlers derselben zu den unwahrscheinlicheren zählen zu müssen, wenn ich auch damit nicht läugnen will, dafs ich, trotz dieser Ansicht, nicht unterlassen haben würde, dieselbe Prüfung vorzunehmen, wenn ich von demselben Apparate einen ausgedehnten Gebrauch gemacht hätte und später ein Zweifel hervorgetreten wäre. Das von *Struve* angewandte Verfahren bei der Messung der Entfernung zweier festen Punkte ist nämlich folgendes: man drehet das Mikrometer zuerst so um die Axe des Fernrohrs, dafs die gerade Linie zwischen beiden Punkten senkrecht auf seinen beiden Fäden steht, dann bringt man einen, mitten zwischen beiden zu messenden Punkten befindlichen dritten Punkt unter den festen Faden, den beweglichen aber zuerst auf den einen, dann auf den andern Punkt und liest die Angaben der Schraube ab. Der Unterschied zwischen beiden Ablesungen ist die doppelte Entfernung jedes der äufseren Punkte von dem mittleren. Vorausgesetzt, dafs man die Schraube beidemale in einer Richtung gedrehet hat, glaube ich nicht, dafs die Messung durch etwas anderes, als durch Unvollkommenheit des Sehens im Fernrohr und durch Unregelmäfsigkeiten der Schraube unrichtig gemacht werden kann; diese Ursachen können zufällige, übrigens bei dem schönen Dorpater Apparate nur kleine, nicht aber beständige Fehler erzeugen. Dieses ist auch das Ergebnifs von *Struve's* unmittelbaren Versuchen, welche also auch den leisesten Zweifel an der Richtigkeit des Mikrometers selbst verscheuchen.

Dagegen macht *Struve* eine Bemerkung, welche einen Zweifel an der Richtigkeit der Messungen mit dem Königsberger Heliometer erzeugt. Er erinnert, dafs, indem die im 1sten § beschriebene Beobachtungsart auf der, durch Augenmaafs erlangten Vergleichung des zweiten Zwischenraumes zwischen den vier, sich im Fernrohre zeigenden Sternen, mit den beiden äufseren Zwischenräumen beruhet, und die letzteren nicht, wie der zweite, beiderseits durch zwei Sterne eingeschlossen sind, bezweifelt werden kann, ob das Augenmaafs ein, durch diese Verschiedenheit nicht beeinträchtigtes Urtheil ablege. Ich erkenne diese Bemerkung vollkommen an, und würde, wenn ich selbst sie gemacht hätte, auch vor dem Anfange der Beobachtungen der Doppelsterne nicht unterlassen haben, unmittelbare Prüfungen anzustellen, aus welchen sich hätte ergeben müssen, ob wirklich ein Einflufs der angegebenen Ursache vorhanden ist, oder nicht. Solche Prüfungen habe ich jetzt vorgenommen und werde ihr Ergebnifs in den beiden folgenden Paragraphen mittheilen. Vorher aber werde ich den Grund angeben, welcher mich veranlafst hat, meine Messungen auf die Vergleichung des mittleren Zwischenraumes mit den beiden äufseren zu gründen. Ich hätte nämlich jenen auch mit einem der äufseren vergleichen und den anderen absichtlich ganz übersehen können; denn es ist gar nicht schwierig, dem vierten Sterne, vielleicht mit der Ausnahme sehr naher Doppelsterne, die Aufmerksamkeit ganz zu entziehen und sich eben so wenig dadurch stören zu lassen, als wenn er gar nicht vorhanden wäre. Dafs ich nicht diese Beobachtungsart, sondern die andere, welche von der *Struve*schen Bemerkung getroffen wird, vorgezogen habe, geschah, weil bekanntlich die Entfernung zweier Punkte desto kleiner beurtheilt wird, je näher sie bei dem Scheitelpunkte stehen, welches falsche

Digitized by Google

Urtheil sowohl bei dem Sehen im Fernrohre, als bei dem mit bloßen Augen stattfinden kann und dann in der Beurtheilung der Gleichheit zweier Entfernungen, mit Ausnahme des Falles, daß sie in horizontaler Richtung liegen, einen Fehler erzeugen muß. Um diesen Fehler zu vermeiden, verglich ich den mittleren Zwischenraum mit den beiden äußeren. Allein seitdem mir der Zweifel gegen diese Beobachtungsart bekannt geworden ist, habe ich die Beobachtungen von p Ophiuchi, vom 18ten August 1837 an, so gemacht, daß ich immer nur den Zwischenraum zwischen beiden Bildern des kleinen Sterns, durch das zwischen ihnen liegende Bild des größeren, in zwei gleiche Hälften getheilt und das zweite Bild des letzteren gar nicht berücksichtigt habe. Bemerkbaren Einfluß auf die Messung der Entfernung hat diese Aenderung aber nicht hervorgebracht, wie die Vergleichung der beiden letzten arithmetischen Mittel im vorigen § zeigt. Ich glaube überzeugt zu seyn, daß mich das übersehene Bild des größeren Sterns, bei diesen Beobachtungen, bei welchem ich es nicht beachten wollte, wirklich nicht im mindesten gestört hat und bin daher geneigt, in der Uebereinstimmung der nach beiden Methoden erhaltenen Resultate einen Grund der Annahme zu finden, daß es auch die Richtigkeit der Beurtheilung der Entfernungen nicht stört, wenn man es nicht übersehen will.

3.

Die Natur des Heliometers bringt es mit sich, daß man größere Entfernungen mit derselben Sicherheit messen kann, mit welcher kleine gemessen werden. Hieraus kann man Vortheil ziehen, wenn es darauf ankömmt, unmittelbar zu prüfen, ob die Messung einer kleinen Entfernung richtig, oder mit einem; aus einer unbekannten Ursache hervorgehenden, immer wiederkehrenden Fehler behaftet ist: man kann nämlich die kleine Entfernung aus dem Unterschiede zweier größeren ableiten und dadurch den etwanigen beständigen Fehler der Messung der ersteren ganz umgehen. Sowohl dieser Prüfung wegen, als auch um eine neue, von den angeführten Beobachtungen und der dabei angewandten Methode ganz unabhängige Bestimmung der Entfernung der beiden Sterne von p Ophiuchi zu erlangen, habe ich eine zweite Beobachtungsart angewandt, welche ich jetzt mittheilen werde.

Ich suchte einen Stern in der Nähe des Doppelsterns, und näherungsweise in der Richtung seiner beiden Sterne, in der Absicht, die Entfernungen beider Sterne des Doppelsterns von ihm zu messen und von ihrem Unterschiede auf die Entfernung derselben zu schließen. Ein solcher Stern (*a*) der 7.8ten Größe findet sich in der Entfernung 45′ 12″ und im Positionswinkel 116° 49′, also, wenn man für den Positionswinkel des Doppelsterns das letzte der im 1sten § erhaltenen Resultate annimmt, 11° 6′ aus der Richtung desselben ausweichend. Die eine Objectivhälfte des Heliometers wurde etwa um die Hälfte der Entfernung rechts, die andere eben so weit links gestellt, wodurch ein Bild von *a* in die Nähe eines Bildes des Doppelsterns gebracht wurde; dann wurde, durch Drehung des Heliometers und durch Drehung der Schraube der zweiten Objectivhälfte, das Bild von *a* in die Richtungslinie des Doppelsterns und in dieselbe Entfernung von seinem Hauptsterne gebracht, in welcher der Gefährte auf der anderen Seite stand, so daß die drei Bilder einen dreifachen Stern in gerader Linie und beiderseits gleichen Entfernungen, darstellten; nach der Ablesung der Angabe der Schraube der Objectivhälfte II wurde sie weiter vorwärts gedrehet und auch das ganze Heliometer so um die Axe des Fernrohrs bewegt, daß sich wieder ein dreifacher Stern, wie vorher, nun aber in der Ordnung *p*, Comes, *a* zeigte. Der Unterschied der vorigen Ablesung von der jetzigen war die Projection der dreifachen Entfernung des Doppelsterns auf die ihn mit *a* verbindende Linie. Um die Beobachtung zu wiederholen, wurde die Schraube der Objectivhälfte I und das Heliometer selbst gedrehet, so daß die erste Erscheinung wieder hervorgebracht wurde; dann die Objectivhälfte II u. s. w., um die zweite hervorzubringen. Auf diese Art wurden an jedem Tage 5 Beobachtungen der dreifachen Projection der Entfernung gemacht, nach deren Beendigung die Objectivhälften auf die entgegengesetzten Seiten der Axe des Fernrohrs gebracht und nun wieder zu fünfmaliger Wiederholung der Beobachtung angewandt wurden. Ich habe im Jahre 1837 10 Reihen solcher Sätze von 10 Beobachtungen gemacht, und werde die daraus hervorgegangenen 100 einzelnen Bestimmungen der dreifachen Projection der Entfernung jetzt anführen:

Aug. 3	Aug 6	Aug. 7	Aug. 16	Aug. 18	Aug. 20	Aug. 28	Aug. 30	Sept. 4	Sept 8
R	R	R	R	R	R	R	R	R	R
0,371	0,350	0,362	0,368	0,360	0,360	0,368	0,369	0,360	0,359
0,363	0,358	0,358	0,346	0,360	0,364	0,366	0,362	0,358	0,357
0,366	0,366	0,360	0,360	0,352	0,355	0,360	0,370	0,357	0,371
0,353	0,365	0,370	0,359	0,351	0,352	0,362	0,362	0,365	0,360
0,371	0,358	0,360	0,364	0,356	0,368	0,358	0,370	0,359	0,361
0,371	0,362	0,357	0,372	0,363	0,380	0,366	0,365	0,359	0,362
0,354	0,360	0,362	0,360	0,347	0,361	0,353	0,361	0,368	0,368
0,350	0,358	0,350	0,350	0,345	0,364	0,364	0,360	0,360	0,369
0,378	0,353	0,370	0,356	0,355	0,360	0,355	0,365	0,350	0,365
0,370	0,356	0,370	0,347	0,355	0,365	0,349	0,347	0,350	0,365

Digitized by Google

Das arithmetische Mittel hieraus ist = 0ˢ,36062 und sein mittlerer Fehler = ± 0ˢ,000716. Die Projection der Entfernung des Doppelsterns auf die ihn mit dem Sterne *a* verbindende Linie ist also:

= 0ˢ,12021; m. F. = ± 0ˢ,000239

und die Entfernung selbst, in Secunden ausgedrückt:

1837,63.... = 6″482; m. F. = ± 0″0129.

Ich bemerke bei diesem Resultate, dafs die 4 ersten Beobachtungsreihen bei sehr unruhiger Luft gemacht worden sind, so wie sie bei grofser, damals stattfindender Wärme gewöhnlich ist; später wurde es kühler und die Luft ruhiger; allein ich zweifle nicht, dafs Beobachtungen dieser Art noch beträchtlich besser übereinstimmen werden, wenn sie bei ganz ruhiger Luft (die hier freilich selten ist) gemacht werden können.

4.

Ich habe noch eine dritte Beobachtungsart angewandt, um der Entfernung des Doppelsterns noch sicherer zu werden. Diese beruhet, wie die vorige, auf der Vergleichung desselben mit dem Sterne *a*, ist aber dadurch von jener verschieden, dafs das Bild dieses Sterns nicht in Entfernungen von dem Hauptsterne und dem Gefährten, welche der Entfernung des Doppelsterns gleich sind, gebracht, sondern im Zusammenfallen mit beiden beobachtet wurde. Diese Beobachtungsart giebt also die einfache Projection der Entfernung des Doppelsterns auf die ihn mit *a* verbindende Linie. Es versteht sich, dafs die Bilder der Sterne nicht unmittelbar zur Deckung gebracht wurden, sondern dafs ich das Stattfinden derselben durch kleine Drehungen des Heliometers um die Axe des Fernrohrs beurtheilte, welche den Bildern kleine Bewegungen gaben, deren Annäherung und Entfernung in einer Linie man weit genauer beobachten kann als ihre Deckung selbst. Auch diese Beobachtungsart habe ich an 10 Tagen, an jedem 10mal, angewandt und dadurch Folgendes erhalten:

Juli 28	Juli 29	Sept. 11	Sept. 14	Sept. 20	Sept. 21	Sept. 24	Sept. 25	Oct. 2	Oct. 3
s	s	s	s	s	s	s	s	s	s
0,121	0,120	0,115	0,117	0,122	0,122	0,123	0,121	0,111	0,121
0,123	0,120	0,121	0,125	0,115	0,111	0,124	0,112	0,118	0,115
0,116	0,120	0,119	0,118	0,121	0,116	0,114	0,119	0,124	0,123
0,121	0,122	0,112	0'112	0,114	0,126	0,118	0,120	0,120	0,122
0,116	0,121	0,121	0,126	0,123	0,124	0,124	0,121	0,125	0,119
0,126	0,122	0,117	0,120	0,121	0,120	0,120	0,117	0,119	0,119
0,116	0,125	0,117	0,110	0,120	0,115	0,109	0,120	0,116	0,118
0,125	0,121	0,124	0,127	0,125	0,117	0,116	0,123	0,122	0,117
0,111	0,125	0,119	0,116	0,119	0,133	0,117	0,116	0,118	0,119
0,115	0,115	0,124	0,120	0,117	0,113	0,121	0,126	0,117	0,124

Diesen Beobachtungen zufolge ist die Projection der Entfernung des Doppelsterns auf die ihn mit dem Sterne *a* verbindende Linie:

0ˢ,11945; m. F. = ± 0ˢ,000434

und die Entfernung selbst, in Secunden ausgedrückt;

1837,70....6″442; m. F. = ± 0″0234.

5.

Reducirt man alle im Jahr 1837 gemessenen Entfernungen auf 1837,69, indem man die jährliche Aenderung = + 0″12 annimmt, und trennt man die bis zum 6ten August, nach der gewöhnlichen Beobachtungsart gemachten, von den späteren, bei welchen die im 2ten § angezeigte Aenderung derselben stattfand, so erhält man folgende Zusammenstellung:

1ste Beobachtungsart	6″459	m. F. = ± 0″0250	140	einfache Entfernungen.
2te ——— ———	6,470	± 0,0220	180	——— ———
3te ——— ———	6,489	± 0,0129	300	——— ———
	6,441	± 0,0234	100	——— ———

Die beiden letzten dieser Resultate, welche mir entscheidend zu seyn scheinen, vereinigen sich mit dem zweiten, um die Annahme eines beständigen Fehlers des ersten so unwahrscheinlich erscheinen zu lassen, als etwas durch Beobachtungen gemacht werden kann. Ich glaube wirklich, dafs die Richtigkeit der Beobachtungsart, welche diesem zum Grunde liegt, keine strengere Prüfung als die gegenwärtige, erfahren konnte, und zweifle also nicht länger, dafs der, wenn auch mit Recht befürchtete, Einfluſs der beiden äufseren Zwischenräume auf die Beurtheilung des mittleren Zwischenraumes, nicht wirklich vorhanden ist.

Für den Doppelstern p Ophiuchi wird hierdurch eine Bestimmung der Entfernung gewonnen, deren Genauigkeit, bei den gegenwärtig vorhandenen Beobachtungsmitteln, schwer wird übertroffen werden können, nämlich:

1837,69... 6″474; m. F. = ± 0″00935;

der Ursache des Unterschiedes zwischen den Dorpater und Königsberger Messungen der Entfernungen der Doppelsterne aber, kommt man durch diese Untersuchung nur in sofern näher, als daraus hervorgeht, wo sie nicht zu suchen ist.

Ich glaube jetzt, zu der Aufklärung dieses Gegenstandes beigetragen zu haben, was ich von meiner Seite dazu beitragen

Digitized by Google

und die Entfernungen des 2ten und 4ten Bildes von ihr

$$\frac{d}{r}(-e\sin u+2k\cos u)+\frac{ei}{r}$$

und ..... $\frac{d}{r}(-e\sin u+2k\cos u)-\frac{ei}{r}$

Die befolgte Beobachtungsart fordert also: 1) dafs die beiden letzten Ausdrücke von gleicher Gröfse, aber entgegengesetzten Zeichen seyen, und 2) dafs $\frac{1}{2}[\alpha'\beta'+\gamma'\delta']=\beta'\gamma'$ sey. Durch diese Bedingungen erhält man die Gleichungen:

$$0 = e\sin u-2k\cos u$$
$$0 = ee-2d(e\cos u+2k\sin u)+2k(2k+i)$$

welche

$$tang\,u = \frac{2k}{e}$$

$$2d = \frac{e}{\cos u}+\frac{2ki}{e}\cos u = \frac{e}{\cos u}+i\sin u$$

ergeben. Die Beobachtung, welche ich hier verfolgt habe, ist die erste Hälfte einer vollständigen; die andere Hälfte derselben wird auf genau gleiche Art erlangt; nachdem der optische Mittelpunkt der einen Objectivhälfte vor dem der anderen vorüber bewegt worden ist. Für diese zweite Hälfte verwandeln sich k und i in $-k$ und $-i$, also auch u in $-u$; der Ausdruck von d bleibt ungeändert. Indem man das Mittel der beiden abgelesenen Positionswinkel annimmt, erhält man also die Richtung des Doppelsterns richtig; allein die Division der abgelesenen Entfernung, durch den Cosinus des halben Unterschiedes der beiden Ablesungen des Positionswinkels, giebt immer eine zu kleine Entfernung, falls nicht entweder k oder i verschwinden, welches der Fall ist, wenn einer der Sterne sehr klein ist, oder beide von gleicher Helligkeit sind. Die noch hinzuzufügende Verbesserung kann man nicht berechnen, da man i nicht kennt; auf die Erfindung seiner Gröfse für Sternenpaare von allen Helligkeitsverschiedenheiten auszugehen, halte ich zwar nicht für unmöglich, aber für unausführbar. Jedenfalls ist die Gröfse, um welche die befolgte Beobachtungsart die Entfernungen zu klein ergiebt, unter der Grenze, bis zu welcher man die Genauigkeit der Messung zu treiben hoffen kann.

Ich hätte noch eine andere Beobachtungsart wählen, nämlich den Positionswinkel so beobachten können, dafs der 2te Stern auf die gerade Linie zwischen dem 1sten und 3ten, und die Entfernung so, dafs er in die Mitte dieser Linie gelegt worden wäre. Diese Beobachtungsart beruhet auf den beiden Gleichungen:

$$x'-x = x''-x'$$
$$y'-y = y''-y'$$

oder, wenn man die obigen Ausdrücke dieser Gröfsen setzt, auf

$$d\cos u = e-d\cos u$$
$$-d\sin u+i = d\sin u-2k-i$$

Diese Gleichungen ergeben:

$$tang\,u = \frac{2(k+i)}{e}$$

$$2d = \frac{e}{\cos u}$$

woraus hervorgeht, dafs der Unterschied des in beiden Hälften einer vollständigen Beobachtung gesehenen Positionswinkels zwar gröfser ist, als bei der vorigen Beobachtungsart, jedoch auf das Mittel aus beiden keinen Einfluſs behält, und dafs die Entfernung, durch die Division mit dem Cosinus des halben Unterschiedes, vollständig gefunden wird.

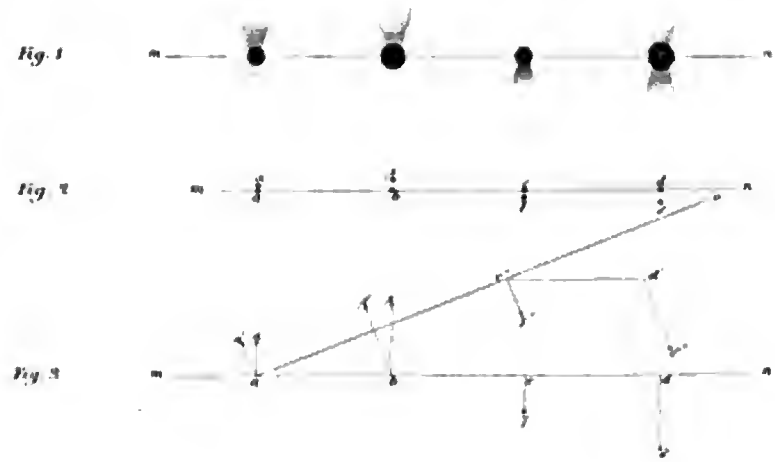
Den Grund, welcher mich veranlafst hat, der ersten Beobachtungsart, insofern es sich um die Messung der Entfernung handelt, den Vorzug zu geben, habe ich im 2ten § angegeben; auch in Beziehung auf den Positionswinkel glaube ich sie, der gröfseren Länge der Linie wegen, deren Richtung das Auge auffafst, vorziehen zu müssen. In dieser Beziehung fürchte ich aber, mich geirrt und den beobachteten Positionswinkel dadurch geschadet zu haben. Wenigstens ist mir die zweite Beobachtungsart der Positionswinkel, welche ich, dem 2ten § zufolge, bei meinen letzten Beobachtungen von p Ophiuchi befolgt habe, so viel leichter geworden, als die erste, dafs ich sie auch für sicherer zu halten geneigt bin. Auch scheint dieses durch die Uebereinstimmung der dadurch erhaltenen, im 1sten § angeführten Resultate, bestätigt zu werden. Dafs das Mittel aus diesen letzten Beobachtungen, dem aus den frühern des Jahres 1837 gezogenen, etwa 47′ gröfseren, vorzuziehen ist, bezweifele ich nicht; wenn auch der Beobachtungsart kein Vorzug eingeräumt werden soll, so besitzen die späteren Beobachtungen ihn doch sicher in der weit günstigeren Beschaffenheit der Luft, welche, wie ich schon oben angeführt habe, nach der Mitte des Augusts eintrat. Für Sternenpaare von gleicher Helligkeit sind beide Beobachtungsarten nicht voneinander unterschieden.

Bessel.

Ueber den Doppelstern p Ophiuchi. Von Herrn Geheimenrath und Ritter *Bessel*. p. 105.

Altona 1837. December 28. (Hiebei eine Kupfertafel.)

Digitized by Google



In N° 949 der Astron. Nachr.

Digitized by Google

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 344.

Eine Bemerkung über die Aufstellungsart beweglicher Instrumente.

Von Herrn Geheimen-Rath und Ritter *Bessel*.

Unter den Instrumenten der hiesigen Sternwarte befindet sich ein, von Herrn *Repsold*, dem Sohne, verfertigtes Passageninstrument von 20 Zoll Brennweite, welches ich für ein vortreffliches Instrument halte. Dieses Urtheil beruhet nicht nur auf dem schönsten Ebenmaafse, der meisterhaften Ausführung und der sorgfältigen Verbindung aller einzelnen Theile des Instruments, sondern auch auf Resultaten, welche ich dadurch in Fällen erhalten habe, in welchen die Erlangung einer beträchtlichen Sicherheit die Aufgabe war. Den ersten dieser Gründe würde ich nur durch genaue Zeichnung und Beschreibung des Instruments anschaulich machen können; über den anderen aber kann ich das Urtheil feststellen, indem ich die Zenithdistanzen von 8 Sternen anführe, welche ich an den beiden äufsersten Punkten der hier ausgeführten Gradmessung, mit diesem Instrumente, durch seine, auf den Meridian senkrechte Aufstellung erhalten habe. Ich führe sie, auf 1833 reducirt, hier an:

	Trunz.	Memel.	Pothöhenunterschied.	Abw. vom Mittel.
β Draconis	t° 47′ 30″861	3° 18′ 0″484	1° 30′ 29″623	+ 0″643
γ ———	2 42 30,270	4 12 58,909	28,639	— 0,341
XVIII. 170	2 10 41,985	3 41 11,128	29,143	+ 0,163
$\varkappa$ Cygni...	1 9 24,727	2 39 53,601	28,874	— 0,106
7 ——....	2 14 13,625	3 44 41,932	28,307	— 0,673
i ——....	2 50 35,174	4 21 4,354	29,180	+ 0,200
θ ——....	4 22 56,546	5 53 25,428	28,882	— 0,098
ψ ——....	2 13 18,144	3 43 47,337	29,193	+ 0,213
	Mittel		1 30 28,980	

Die Beobachtungen, worauf diese Bestimmungen beruhen, sind in Trunz in den heiteren Nächten, welche zwischen den 24sten Juli und 11ten Aug. 1832 fielen, in Memel zwischen dem 15ten und 30sten Juli 1834, gemacht worden; das Buch über die Gradmessung, welches jetzt unter der Presse ist, wird die Beobachtungen selbst enthalten.

Indessen mufste man, bei der Anwendung des Instruments, auf die Bequemlichkeit Verzicht leisten, seinen Collimationsfehler, durch Umlegung unmittelbar zu bestimmen, oder zu berichtigen. Denn die Umlegung liefs sich, auch mit der gröfsten Vorsicht, nicht bewerkstelligen, ohne dafs man Gefahr lief, das Azimuth der Axe dadurch zu verändern. Versuche dieser Art, bei welchen das Instrument auf ein festes Zeichen gerichtet, dann umgelegt und wieder umgelegt wurde, zeigten gewöhnlich, dafs es nicht genau, sondern nur mehr oder weniger näherungsweise, zu dem Zeichen zurückkam. Aber beliebige Drehungen des Fernrohrs um seine Axe änderten ihre Lage nicht, wie das Zeichen und die Wasserwage eben so oft zeigten, als man den Versuch wiederholte. Durch diese Bemerkungen war die Anwendungsart des Instruments bestimmt: man mufste die Beobachtungen so anordnen, dafs die Voraussetzung, die Axe habe vor und nach einer Umlegung eine gleiche Lage, nicht in ihr Resultat überging. Die Befreiung von dieser Voraussetzung wurde, bei den angeführten Anwendungen, durch errichtete, bei Nacht erleuchtete Zeichen erlangt, auf welche man den mittleren Faden, nach jeder Umlegung neu einstellte, unbekümmert darum, ob die Ursache einer wahrgenommenen Abweichung von dem Zeichen ein Collimationsfehler, oder eine Veränderung des Azimuths der Axe, während der Umlegung, sey. Die Absehenslinie des Fernrohrs schnitt also, im Horizonte, stets denselben Punkt und die Nivellirung der Axe brachte hervor, dafs sie sich, bei der Drehung um dieselbe, in einem Kreise der Himmelskugel bewegte, welcher sich, falls ein Collimationsfehler vorhanden war, in beiden Lagen der Axe gleich weit, aber nach entgegengesetzten Seiten, von dem Verticalkreise des Zeichens entfernte. Dafs das Mittel aus zwei Beobachtungen eines Sterns, in entgegengesetzten Lagen der Axe gemacht, eben so frei von dem Einflusse eines Collimationsfehlers wurde, als wenn sie mit dem von demselben befreieten Instrumente gemacht worden wären, auch dafs durch ihre Vergleichung der Collimationsfehler bestimmt wurde, leuchtet ein. Der Einfluss der Veränderlichkeit des Azimuths, während der Umlegung, war also vollkommen, und ohne Nachtheil für die Resultate, vermieden. So lange man den Grund der Veränderlichkeit nicht auffinden und wegschaffen konnte, mufste man ihren Einfluss *vermeiden*; wenn man dieses nicht vernachlässigte, gab sie gar keinen Grund, die durch das Instrument erlangten Resultate für weniger zuverlässig zu halten, als sie ohne die Veränderlichkeit gewesen seyn würden.

Da diese Vermeidung keine Schwierigkeit hat, auch ihre Nothwendigkeit nicht erst durch nachtheilige Erfahrungen erkannt werden durfte, sondern schon bekannt war, so hielt ich das Instrument für geeignet, auch den Zeitbestimmungen zum Grunde gelegt zu werden, welche meine im Jahre 1835 in Berlin zu machenden Pendelversuche erforderten. Herr Prof. *Encke*, der sich nicht nur zu diesen Zeitbestimmungen bereit erklärte,

Digitized by Google

sondern sie auch mit einem Fleifse ausführte, von welchem meine Abhandlung über die Pendellänge von Berlin und das Astron. Jahrbuch für 1839 den Beweis liefern, nahm, da die eben fertig werdende neue Sternwarte noch keine feste Instrumente besafs, das Anerbieten meines Instruments an und benutzte es auch während eines Monats, worauf er es, da er mit seinen Leistungen wenig zufrieden war, gegen ein kleineres, aber das Azimuth, während der Umlegung nicht merklich veränderndes Instrument von *Ertel* vertauschte. Uebrigens war die Veränderlichkeit des Azimuths der Axe des Repsoldschen Instruments während der Umlegung, bei seiner Aufstellung, auf der Berliner Sternwarte eben sowohl vorhanden, als sie in Trunz und Memel vorhanden gewesen war.

Als ich das Instrument hieher zurück erhielt, sollte es zu einer Reihe von Beobachtungen derselben Sterne benutzt werden, welche ich in Trunz und Memel beobachtet hatte. Um den Grund der Unbequemlichkeit aufzufinden, welche sein Gebrauch, durch die oft erwähnte Veränderlichkeit besafs, zerlegte ich es in seine einzelnen Theile und untersuchte jeden derselben möglichst aufmerksam, fand aber keinen, der mir einen Zweifel gegen die Festigkeit des Instruments selbst hätte beibringen können. Ich setzte es daher mit der Ueberzeugung wieder zusammen, dafs der gesuchte Grund aufser dem Instrumente liegen müsse. Indem ich nun aufser dem Instrumente suchte, fand ich das Mittel gegen das Uebel. Die Mittheilung derselben ist eine der Veranlassungen dieses Aufsatzes. Ich halte sie für nicht überflüssig, da wenigstens ich lange vergebens gesucht habe.

Dieses Mittel besteht darin, dafs ich die drei Fufsplatten, auf welchen das Instrument steht, lose auf den Pfeiler legte, während ich sie vorher darauf festgekittet hatte. Sobald dieses geschehen war, war die Veränderlichkeit während der Umlegung verschwunden, und man konnte jetzt auch diejenigen Anwendungen des Instruments machen, welche auf der Voraussetzung der Unveränderlichkeit während der Umlegung, beruhen. Die Beobachtungen, welche diese neue Untersuchung des Instrumentes veranlafsten und die Auffindung des Fehlers herbeiführten, konnten nicht besser gerathen, als die früheren gerathen waren; denn bei allen war der Fehler gleich vollständig vermieden. Sie wurden von Herrn Major *Baeyer* gemacht und es ergaben sich daraus die Zenithdistanzen, auf 1833 und auf den Meridiankreis der Sternwarte reducirt, folgendermafsen:

	Z. D.	Polhöhenunterschied. Trunz.	Memel.
β Draconis..	2°17′ 9″922	− 0°29′ 39″061	+ 1°0′ 50″562
γ ——— .	3 12 9,191	38,921	49,718
XVIII. 170	2 40 21,519	39,534	49,609
ϰ Cygni....	1 39 3,614	38,887	49,987
7 ——....	2 43 52,119	38,494	49,813
i ——....	3 20 14,279	39,105	50,075
θ ——....	4 52 35,598	39,062	49,830
ψ ——....	2 42 57,365	39,221	49,972
Mittel	.....	− 0 29 39,034	+ 1 0 49,946

Um die Art, wie das Festkitten der Fufsplatten des Instruments eine Veränderlichkeit erzeugen konnte, zu erläutern, mufs ich etwas von seiner Einrichtung sagen. Es steht auf 3 Fufsschrauben von Messing, deren, in einer Neigung von 45° gegen ihre Axe abgedrehete kegelförmige Spitzen, in ähnlich geformte Löcher der Unterlegeplatten passen. Diese sind gleichfalls von Messing und ruhen nicht, wie bei den Münchner Instrumenten und vielen anderen auf drei Spitzen, sondern auf ihrer ebenen Grundfläche selbst. Die Absicht der Anbringung der 3 Spitzen scheint die Eindrückung derselben in das Holz, worauf man die Theodoliten oft aufstellt, zu seyn; ihre Weglassung wird dadurch gerechtfertigt, dafs ein Passageninstrument auf einer Grundfläche von Stein stehen soll. Indem ich die untere Fläche der Unterlegeplatten mit Kitt bestrich und sie so auf den Stein aufdrückte, beabsichtigte ich, sie gegen horizontale Verschiebungen zu schützen. Man bemerkt leicht, dafs diese Befestigung so geschehen mufs, dafs die Axen der Fufsschrauben mit den Axen der kegelförmigen Löcher zusammenfallen; denn wenn dieses nicht der Fall ist, so stehen die Schrauben nicht sowohl in den Löchern, als sie die, im 45ten Grade gegen den Horizont geneigte Fläche derselben nur an einem Punkte berühren. Ich glaubte für diese Centrirung hinreichend zu sorgen, indem ich das Instrument aufstellte, während der Kitt noch weich war und nun seine Verhärtung abwartete. Allein dieses Mittel ist entweder nicht hinreichend gewesen, oder die Veränderungen der Wärme haben seinen Erfolg später vernichtet, oder die Drehung der Fufsschrauben nach der Verhärtung des Kittes, hat eine Excentricität erzeugt; die Ursache mag eine von diesen, oder eine andere seyn, die Wirkung des Festkittens der Fufsplatten war aber dieselbe, die erwartet werden konnte, wenn die Füfse des Instruments nicht in den kegelförmigen Löchern standen, sondern an ihre Seitenflächen nur angelehnt waren. Das Abheben und Wiederauflegen des Fernrohrs, so wie auch die kleinen Erschütterungen, womit dieses wohl immer verbunden ist, konnten hinreichen, die unsicher stehenden Füfse in Bewegung zu bringen. Vielleicht ist diese Bewegung weniger zu fürchten, wenn die Füfse weniger stumpfe Kegel sind und wenn sie Spitzen von Stahl haben, welcher sich ohne Zweifel in das Messing der Unterlegeplatten eindrückt. Liegen dagegen die Unterlegeplatten lose auf der Ebene des Steins, so ist nicht zu bezweifeln, dafs sie ihren Ort, den Aenderungen der Entfernung der Füfse gemäfs, jedesmal verändern und nie eine Excentricität erhalten werden; das Gewicht des darauf stehenden Instruments ist aber hinreichend, sie vor denjenigen zufälligen Verschiebungen zu schützen, welche die Behandlung des Instruments während der Beobachtungen zu fürchten Veranlassung geben könnte.

Herr Professor *Encke* erklärt sich, in dem Astronom. Jahrbuche 1839 S. 268—269 über diesen Gegenstand, auf eine

Digitized by Google

Art, welche auf den höchst ausgezeichneten Künstler, der das Instrument verfertigt hat, einen Schatten wirft. Mein gegenwärtiger Aufsatz wird ihn davon befreien, indem er zeigt, dafs nicht „mangelhafte Festigkeit des Instruments an sich" sondern eine äufsere Ursache, die Veränderlichkeit der Aufstellung erzeugte.

Mir selbst wird bei dieser Gelegenheit eine weit härter klingende Beschuldigung aufgebürdet: ich soll eine Erklärung der an dem Apparate bemerkten Veränderlichkeit gegeben haben, welche nichts Geringeres als „einen innern Widerspruch" enthalte. Ob die Erklärung, welche man in diesem Aufsatze kennen gelernt hat, und welche ich Herrn Professor *Encke* schon früher mitgetheilt hatte, wahrscheinlich oder unwahrscheinlich ist, darüber steht Jedem, dem sie vorgelegt wird, das eigene Urtheil zu; aber als unvernünftig darf man sie nicht bezeichnen, ohne ihren inneren Widerspruch nachzuweisen. Herr Professor *Encke* hat dieses, auch sogar die Mittheilung der von ihm so bezeichneten Erklärung unterlassen, so dafs der Leser seiner Aeufserung darüber nicht im Stande ist zu beurtheilen, ob diese die Erklärung selbst trifft oder die Art, wie er sie verstanden hat. Da sie gegenwärtig vorliegt, so mag Jeder, nach seiner eigenen Ansicht, errathen, wodurch der Angriff, den ich jetzt zurückweise, hervorgerufen sein kann; ob durch den Glauben: die Aufhebung der Befestigung eines Theiles könne nicht zur Befestigung des Ganzen gereichen, oder durch irgend etwas von ähnlicher Art. In der Hoffnung, Herr Professor *Encke* werde ähnliche Angriffe, in der Folge, als unangemessen erkennen, vermeide ich jede weitere Beleuchtung des gegenwärtigen.

Bessel.

Ueber ein auf der Dorpater Sternwarte befindliches, mit einem Vertikalkreise versehenes tragbares Durchgangsinstrument aus der mechanischen Werkstäte von *Repsold* in Hamburg.

Von Sr. Excellenz dem Herrn Staatsrath und Ritter *v. Struve.*

Im Jahre 1835 erhielt ich aus der mechanischen Werkstäte der Herren Gebrüder *Repsold* in Hamburg ein tragbares Durchgangsinstrument eigenthümlicher Bauart, welches für die astronomischen Beobachtungen der russischen Gradmessung bestimmt ist. Die Idee dieses Instruments war von mir den Künstlern mitgetheilt und wurde darauf von Herrn *Adolf Repsold* durchgearbeitet. Nach dem von ihm entworfenen und bis zu gegenseitiger Uebereinkunft besprochenen Plane wurde das Instrument zur Ausführung gebracht.

Der Zweck des Instruments war ein gedoppelter. Es sollte erstlich Durchgangsinstrument sein und namentlich zur Beobachtung der Zenithdistanzen nahe beim Scheitel durchgehender Sterne durch Aufstellung im ersten Vertical dienen. Für diesen Zweck mufs das Instrument so gebaut seyn, dafs die Wasserwage in jeder Richtung des Fernrohres auf der Achse stehen bleibt, um in jedem Augenblick die wirkliche Neigung der Achse erkennen zu lassen. Das Fernrohr wurde daher an das eine Ende der horizontalen Achse versetzt und durch ein ans andere Ende angebrachtes Gegengewicht aufgewogen. Bei dieser Einrichtung liefs sich die Micrometerbewegung um die horizontale Achse in die Mitte derselben versetzen, und jede Torsion der Achse, so wie jede Durchbiegung ist vermieden, wenn die Achse frei auf den Lagern liegt und nicht durch einen aufsitzenden Alhidadenkreis mit den Lagerstätten in Verbindung steht. Das Instrument sollte zweitens zur Beobachtung aller Zenithdistanzen von 0 bis 90° eingerichtet seyn, um vorzugsweise in der Nähe der Meridianebene angewandt zu werden, und mufste daher mit einem der Gesichtslinie parallelen eingetheilten Vertikalkreise und der Vorrichtung zur Ablesung der Theilung versehen seyn. Bei beiden Zwecken war Bewegung und Ablesung im Azimute zur Einrichtung erforderlich.

In dem auf 3 Schrauben ruhenden eingetheilten Horizontalkreise dreht sich eine ringsum aufliegende Scheibe durch eine Schraube ohne Ende, welche aber auch ausgelöst werden kann, um eine raschere Drehung zu gestatten. Diese Scheibe führt die beiden Nonien der Azimutaltheilung, die 5″ angeben, und trägt die beiden Stützen, auf welchen die Lager des Obertheils angebracht sind. Dieser Obertheil besteht nun aus der Horizontalachse mit dem Fernrohr an dem einen und dem Gegengewichte an dem andern Ende, beide aufserhalb der Stützen, und aus zwei Vertikalkreisen von gleicher Masse, welche innerhalb der Stützen symmetrisch auf der Achse sitzen. Der Druck dieses Obertheils auf den Lagern wird durch Frictionsrollen vermindert, welche von der untern Scheibe aus durch eingeschlossene Spiralfedern angedrückt werden. Von den beiden Lagern hat dasjenige, auf welchem immer das Fernrohrende der Achse ruht, die erforderliche feine vertikale Verstellung und trägt aufserdem zwei Indices, durch welche auf dem nähern Aufsuchekreise die Zenithdistanzen eingestellt werden.

Digitized by Google

Mit dem andern Lager ist der mikroskopische Ableseapparat für den Kreis, der die Haupttheilung trägt, verbunden. Dieser Apparat besteht aus einem aus Röhren verbundenen quadratischen Rahmen, in dessen Winkelpunkten die Mikroskope angebracht sind. Er hat zwei Verstellungen; eine, um die Mikroskope nahezu concentrisch zu machen, welche einmal angewandt nicht wieder gebraucht wird, und eine zweite, wodurch ihm eine kleine drehende Bewegung gegeben werden kann, um die gleiche Stellung der Mikroskope gegen die Scheitellinie vermittelst der Wasserwagen zu gewinnen. Der Wasserwagen sind zwei an die horizontalen Röhren des Rahmen angebracht, die obere kann auf stählernen Ringen umgestellt werden, die untere ist fest. An beiden sind die nöthigen Verbesserungsschrauben. Es ist zu bemerken, dafs die horizontale Hauptachse des Obertheils durch den Mikroskopenapparat ganz frei durchgeht, indem letzterer auf einem mit der Achse concentrischen festen Cylinder sitzt, der ans Lager angeschraubt ist. Um den Limbus in einer constanten Entfernung von den Mikroskopen zu erhalten, wird die Achse durch eine Feder immer gegen das eine Lager angezogen. Der Kreis, auf den die Mikroskope gerichtet sind, hat zwei Theilungen, die eine äufsere feinere von 4 zu 4 Minuten, welche unter den Mikroskopen gesehen wird, und eine innere stärkere, an welcher durch einen Index, welcher von einer der senkrechten Röhren des Mikroskopenapparats ausgeht, die Ablesung von 4 zu 4 Minuten geschieht. Erstere nenne ich die Haupttheilung, diese die Hülfstheilung. Der Azimutalkreis und die beiden Vertikalkreise haben nahezu 14 Pariser Zoll Durchmesser. Das Fernrohr hat 2 Zoll Oeffnung und 24 Zoll Focallänge. Die Vergröfserung des gebrochenen Okulars ist eine 40fache, etwas zu schwach an einem solchen Fernrohre, das eine 60 oder 80fache vertragen kann. Im Focus befinden sich 9 Verticalfaden, die 8 Intervalle, jedes von 9 Zeitsecunden, bilden. Aufser den beiden nahen Horizontalfaden von 12 Bogensecunden Entfernung im Lichten, zwischen welchen bei Messung der Zenithdistanzen eingestellt wird, ist noch ein dritter in 75 Bogensecunden Abstand vorhanden. In der Mitte zwischen diesem und dem nächsten der beiden andern werden die Durchgänge der Gestirne durch die Verticalfaden im ersten Vertikale beobachtet.

Wenn die Versetzung des Fernrohrs ans Ende der Achse für den Gebrauch im ersten Vertikal den wesentlichen Vortheil gewährt, dafs die Neigungen der Achse sicherer erkannt werden, so kann sie aber auch eine Biegung erzeugen, wodurch der Winkel zwischen der Gesichtslinie und der Umdrehungsachse sich bei verschiedener Neigung gegen den Horizont um ein kleines ändert. Auf die Messung der Zenithdistanzen durch den Vertikalkreis hat diese Biegung keinen Einfluss. Aber auch bei der Anwendung als Durchgangsinstrument wird diese Biegung durch den Gebrauch in entgegengesetzten Lagen gänzlich eliminirt. Die Veränderung der Lage des Instruments geschieht übrigens nicht durch Umlegung der Achse in den Lagern, sondern durch Drehung um 180° im Azimute.

Es ist mir bisher noch nicht die Mufse geworden, die Leistungen des Instruments bei der Aufstellung im ersten Vertikale aus der Erfahrung zu beurtheilen. Dagegen habe ich kürzlich Untersuchungen an demselben und Beobachtungen angestellt, um zu erfahren, was es als Vertikalwinkelmesser leistet. Ich glaube, dafs eine Nachricht hierüber den Astronomen eine angenehme sein wird, da so viel ich weifs von *Repsold*schen Instrumenten in dieser Hinsicht nur wenig bekannt geworden ist. Dafs die *Repsold*schen Instrumente, was die Genauigkeit der Ausführung in andern Rücksichten betrifft, einen hohen Grad der Vollendung besitzen, ist anerkannt; aber wenig Kreistheilungen sind bisher von diesen Künstlern ausgeführt worden oder in Anwendung gebracht.

Der mittlere Radius der Haupttheilung des Vertikalkreises ist 6 Zoll 8 Linien = 80 Linien Pariser Maafs. Der Limbus ist unmittelbar von 4′ zu 4′ getheilt, so dafs auf der Peripherie 5400 Theilstriche sind, jeder von dem nächsten um 0,093 oder nahezu $\frac{1}{11}$ Linie abstehend. Die Striche sind alle von gleicher Länge, da wegen der Hülfstheilung keine Unterscheidung nöthig ist, und so fein, dafs das unbewaffnete Auge sie kaum zu erkennen vermag. Die zur Ablesung dienenden Mikroskope vergröfsern sehr stark, nehmlich linearisch fast 120mal. Die Mikrometer derselben führen 2 parallele Spinnefäden, die im Lichten 13 Bogensecunden von einander abstehen. Die Striche der Theilung werden in die Mitte der Parallelfäden gefafst, eine Beobachtung, die bei der starken Vergröfserung der höchsten Schärfe fähig ist, wenn man die hellen Räume auf beiden Seiten des Strichs vergleicht. Ein Umgang der Mikrometerschraube entspricht fast genau einer Bogenminute, und die 60 Theile der Scheibe sind daher sehr nahezu Secunden, deren Zehntel noch abgelesen werden. Kreisförmige Illuminatoren aus weifsem Papiere von 2¼ Zoll Durchmesser, auf die Objectivfassung geklebt, befördern bei Tag und bei Nacht die Erleuchtung hinreichend, und bei einiger Uebung geschieht die Ablesung eben so rasch als sicher.

Die Sicherheit der Ablesung d. h. der Einstellung des Mikrometers auf den einzelnen Strich hängt von der Schärfe des Strichs, von der Aufmerksamkeit des Beobachters und von der Beleuchtung ab. Die Schärfe der Striche ist selbst unter der ausgezeichneten Vergröfserung dieser Mikroskope, eine so ausserordentliche, dafs sie nichts zu wünschen übrig läfst. Durch wiederholte Einstellung auf denselben Strich läfst sich nun die Sicherheit der Ablesung ermitteln. Eine sehr sorgfältige Untersuchung, wo an 131 verschiedenen Strichen bei Tage jedesmal nach einander 2 Einstellungen gemacht wurden, gab folgende Abweichungen dieser Einstellungen unter einander:

Digitized by Google

22mal	den	Unterschied		0″0
20	—	—	———	0,1
24	—	—	———	0,2
22	—	—	———	0,3
13	—	—	———	0.4
13	—	—	———	0,5
8	—	—	———	0,6
3	—	—	———	0,7
1	—	—	———	0.8
3	—	—	———	0,9
2	—	—	———	1,0

Hieraus ergiebt sich der wahrscheinliche Fehler einer einmaligen Einstellung 0″177. Bei Nacht ist der Ablesefehler etwas gröfser. Aus 48 Einstellungen fand ich denselben 0″287. Diesen 0″177 und 0″287 entsprechen linearische Gröfsen von $\frac{1}{1300}$ und $\frac{1}{2000}$ Linie. Es folgt für das Mittel aus 4 Mikroskopen der wahrscheinliche Fehler der Ablesung = 0″088 und 0″143, insofern er von der Schärfe des Sehens abhängig ist. Die eigentliche Genauigkeit der Ablesung hängt aber überdies noch von der Zuverlässigkeit ab, mit welcher die Schraube das Intervall von 4 Minuten zu theilen im Stande ist, wovon weiter unten.

Die Betrachtung der Theilungsstriche an verschiedenen Stellen des Limbus läfst bei der Kraft der Mikroskope leicht erkennen, dafs die Breite der Striche nicht ganz gleich ist. Die feinsten Striche sind zwischen 270° und 0° des Limbus; allmählig werden sie etwas stärker, aber sehr unbedeutend, nur erst von 180° bis 270° ist die gröfsere Breite leicht erkennbar. Die feinsten Striche fand ich kaum 4 Secunden breit, oder kaum 0,00155 = $\frac{1}{645}$ Linie, bei 180° war die Breite noch kleiner als 5″, stieg aber nun gegen 270° bis auf 6″6 war $\frac{1}{300}$ Linie. Die Schärfe der Striche blieb aber immer dieselbe. Die Zunahme der Breite der Theilstriche kann nur einer allmählichen, zuletzt rascheren Abstumpfung des für die Theilung gebrauchten Messers zugeschrieben werden, und es ist klar, dafs die Theilung mit 270° 0′ angefangen und mit 269° 56′ geendet wurde. Jeder Zweifel hierüber fällt weg, wenn man die ersten und die letzten Striche mit einander vergleicht, indem die Breiten derselben sich ohngefähr wie 3 : 5 verhalten *).

*) Eine interessante Vergleichung gewährt hier der Meridiankreis von *Reichenbach*, den unsere Sternwarte besitzt. Auf allen in der Münchener Anstalt von *Reichenbach* und nachher von *Ertel* getheilten Instrumenten ist der Strich 340° 0′ der erste, der gezogen wird, nach einer Anordnung des Herrn *von Reichenbach*, die sich auf die Gewohnheit bezog, dafs man bei Repetitionskreisen häufig mit der Einstellung des ersten Verniers bei Null begann. Dieses Verfahren ist bis auf die neueste Zeit unabänderlich befolgt worden und spricht sich auch an unserm Meridiankreise deutlich aus, indem unter dem Mikroskope betrachtet die Striche vor 340° entschieden etwas breiter sind, als die nach 340°, und der Unterschied gerade bei den benachbarten Strichen 339° 57′ und 340° 0′ am auffallendsten ist, indem sich die Breite der Striche hier wie 3 : 4 verhält. Uebrigens sind die Striche auf unserm Meridiankreise wenigstens linearisch 3mal so breit, als die auf dem *Repsold*schen Kreise, wie es für die Ablesung mit Vernieren unter verhältnifsmäfsig schwachen Loupen erforderlich ist, und der Unterschied der Breiten des ersten und letzten Strichs linearisch ist an beiden Instrumenten nicht sehr verschieden, am *Repsold*schen wohl etwas geringer, aber wegen der Feinheit der Striche auffallender.

Bei der Untersuchung einer von der Theilmaschine abgetragenen Theilung ist es wichtig zu wissen, mit welchem Striche begonnen ist. Findet nehmlich im Laufe der Theilung eine allmählige Veränderung in der Lage der einzelnen Theile des Apparats statt, namentlich des Einstellungsmikroskops und des Messers oder des Limbus der Theilmaschine gegen den des zu theilenden Kreises, so wird sie sich im Intervalle zwischen dem letzten und dem zuerst gezogenen Striche aussprechen. In diesem Falle wird das Gesetz der Continuität mit dem letzten Striche aufhören, und in dem letzten Intervalle ein Sprung sein. Auf diesen Sprung mufs bei der Untersuchung und Bestimmung der Theilungsfehler gehörige Rücksicht genommen werden. Es seien für unsern Kreis $-^2I$, $-^1I$, I', I^2 die Intervalle, welche mit den Strichen 269° 48′, 52′, 56′, 270° 0′, 4′ anheben, so ergab die Messung derselben an derselben Stelle der Mikrometerschraube des ersten Mikroskops durch doppelte Einstellung:

$-^2I$	=	238′1	K	=	240′15
$-^1I$	=	237,85		=	240,0
I'	=	237,65		=	239,7
I^2	=	237,05		=	240,25
Mittel I	=	237′66	Mittel K	=	240′02

und hiemit $K = I + 2'36$ mit dem Gewichte $\frac{4.4}{4+4} = 2{,}0$.

Um mich zu überzeugen, dafs dieser Unterschied nicht ein zufälliger sei, mafs ich nun an 12 um nahezu 30° von einander abstehenden Stellen ein beliebiges Intervall jedesmal wieder aus gedoppelten Einstellungen, wie folgt:

			Abweichungen.
bei 270°	der Theilung I	= 238′0	+ 0′06
300	— ———	237,75	— 0,19
330	— ———	237,9	— 0,04
0	— ———	238,1	+ 0,16
30	— ———	238,55	+ 0,61
60	— ———	237,7	— 0,24
90	— ———	237,9	— 0,04
120	— ———	237,7	— 0,24
150	— ———	237,8	— 0,14
180	— ———	237,85	— 0,09
210	— ———	238,15	+ 0,21
240	— ———	237,9	— 0,04

Im Mittel aus 12 Beob. I = 237′94
5 Beobb. vorher u. nachher gaben K = 240′13

und hieraus: $K = I + 2'19$ mit d. Gew. $\frac{12.5}{12+5} = 3{,}5$.

Ich setzte diese Vergleichungen noch weiter fort, indem ich I

Digitized by Google

nach und nach an 36 um 10° verschiedenen Stellen mafs und damit wiederhohlte Messungen von K verband. Der Raumersparnifs wegen stelle ich hier nur die Resultate aller Messungen her:

1) In der Nähe von 270°:	$I = 237^t66$ (4 Beobb.);	$K = 240^t02$ (4 Beobb.);	$K = I + 2^t36$ mit dem Gewicht 2,0
2) An 12 Stellen der Peripherie:	$I = 237,94$ (12 Beobb.):	$K = 240,13$ (5 Beobb.);	$K = I + 2,19$ ——— ——— 3,5
3) An 8 Stellen von 270°—340°:	$I = 237,33$ (8 Beobb.);	$K = 240,02$ (4 Beobb.);	$K = I + 2,69$ ——— ——— 2,7
4) An 6 Stellen von 350°—40°:	$I = 237,32$ (6 Beobb.);	$K = 240,09$ (6 Beobb.);	$K = I + 2,77$ ——— ——— 3,0
5) An 7 Stellen von 50°—110:	$I = 237,71$ (7 Beobb.);	$K = 240,05$ (4 Beobb.);	$K = I + 2,34$ ——— ——— 2,5
6) An 15 Stellen von 120°—260°:	$I = 237,74$ (15 Beobb.);	$K = 240,11$ (4 Beobb.);	$K = I + 2,37$ ——— ——— 3,2
Mittel:	$I = 237^t67$ (52 Beobb.);	$K = 240^t07$ (27 Beobb.);	$K = I + 2^t449$ mit dem Gewicht 16,9.

Für das Endresultat: $K = I + 2^t45$ ist der wahrscheinliche Fehler 0^t064. Da der Winkelwerth von $I = 240''$ ist, so folgt $t = 1''0098$, so dafs für kleine Gröfsen von ein Paar Secunden $t = 1''$ angenommen werden kann. Wir haben demnach:

$K = I + 2''449$ mit dem wahrscheinl. Fehler $0''064$;
$= I + \frac{1}{1644}$ Linie ——— ——— $\frac{1}{25675}$ Linie.

So klein dieser Unterschied von K und I ist, so ist er doch auf keinen Fall einer blofs zufälligen Abweichung oder Unregelmäfsigkeit der beiden ihn einschliefsenden Striche zuzuschreiben. Die bisherigen Untersuchungen geben uns nehmlich die Mittel an die Hand, die zufälligen Fehler der einzelnen Striche der Wahrscheinlichkeit nach zu bestimmen. Es ist von mir das Intervall I an 12 und 36 symmetrisch auf der Peripherie vertheilten Stellen jedesmal durch gedoppelte Einstellungen mit dem Mikrometer gemessen. Setzen wir den von der Unregelmäfsigkeit der Striche herrührenden wahrscheinlichen Fehler eines Intervalles $= f$, den einer einmaligen Einstellung des Mikroskops $= g$, so ist bei gedoppelten Einstellungen der wahrscheinliche Fehler eines beobachteten Intervalls $= \sqrt{(f^2 + g^2)}$. Die Vergleichung der einzelnen gefundenen 48 I mit den 5 gleichzeitigen Mitteln, die einzeln verglichen werden müssen, weil zu verschiedenen Zeiten an verschiedenen Stellen der Schraube gemessen wurde, geben die Summe der 48 Quadrate der Abweichungen $= 4{,}8076$; und daher:

$$\sqrt{(f^2+g^2)} = 0{,}6745\sqrt{\left(\frac{4{,}8076}{43}\right)} = 0''225.$$

Aber aus den doppelten Einstellungen läfst sich g erkennen und ist oben $= 0''177$ gefunden worden, woraus sich $f = \sqrt{(0{,}225^2 - 0{,}177^2)} = 1''139$ ergiebt und der wahrscheinliche zufällige Fehler eines einzelnen Strichs:

$$h = \frac{f}{\sqrt{2}} = 0''0983 = \frac{1}{258230} \text{ Linie.}$$

So klein dieses h ist, so ist es doch eher zu grofs als zu klein gefunden worden, indem eine vielleicht nicht völlig stattfindende Constanz der messenden Mikrometerschraube während der zusammengehörenden Messungen von K u. I vorausgesetzt wird. Bewunderungswürdig erscheint aber diese Sicherheit der Theilung und setzt eine in dieser Hinsicht ganz ausgezeichnete Vollendung der Theilmaschine und eine höchst sorgfältige Einstellung des Mikroskops bei der Abtragung der Theilung voraus. Wenn nun aber der wahrscheinliche zufällige Fehler eines Intervalles nur $0''139$ ist, so kann eine Abweichung von $2''45$ als 17,6 mal so grofs als jener auf keine Weise mehr zufälligen Ursachen zugeschrieben werden, indem die Wahrscheinlichkeit, dafs sich unter 5400 Fehlern einer findet, der den mittleren mehr als 17 mal übersteigt, nur $\frac{1}{94.10^{24}}$ oder der 94ste Theil eines Quadrillionstheils ist *).

Ich schritt hierauf zur Untersuchung der eigentlichen Fehler der Theilung, die nicht als zufällige Abweichungen einzelner Striche angesehen werden können, und befolgte dabei zuerst die Methode, welche *Bessel* für den *Carry*schen Kreis mit so ausgezeichnetem Erfolge angewandt hatte. Zu dem Ende nahm ich das Mikroskop IV von seiner Stelle und liefs eine Vorrichtung für dasselbe anfertigen, die an den Mikroskopenträger so angebracht wurde, dafs das Mikroskop IV in jeder beliebigen Entfernung zwischen den Mikroskopen I und II auf der Theilung gehörig gerichtet und festgestellt werden konnte. Der Anfangspunkt der ganzen Untersuchung mufste bei 270° des Limbus seyn. Richtet man das Mikroskop I auf diesen Strich, so giebt der Index, an dem die gröfseren Abtheilungen bis auf 4 Minuten auf der Hülfstheilung abgelesen werden, genau 315° an. In nachfolgender Untersuchung sind die Angaben immer auf diese Angabe des Hülfsindex bezogen, so dafs also wenn diese x ist, der Strich $x - 45°$ sich unter dem ersten Mikroskope befindet. Da die Mikroskope I, II, III genau um Quadranten

*) Am *Reichenbach*schen Meridiankreise hat auf meinen Wunsch Herr Astronom *Preufs* das zwischen 339° 57′ und 340° 0′ liegende Intervall K mit dem zwischen 340° 0′ und 340° 3′ liegenden I' verglichen und aus 40 Messungen mit einem der *Pistor*schen Mikroskope, welche zur Untersuchung der Theilungsfehler dieses Instruments gedient hatten, $K = I - 0''28$ gefunden, mit dem wahrscheinlichen Fehler $0''05$. Dieser Unterschied ist so geringe, dafs wir ihn den zufälligen Fehlern der Striche zuschreiben können und so ist bei unserm Meridiankreise kein bemerkbarer Sprung am Schlusse der Theilung vorhanden.

Digitized by Google

von einander abstehen, so läfst sich durch Vergleichungen der beiden Bogen von 315° bis 135° und von 135° bis 315° unter den Mikroskopen I und III die Correction der Ablesung für $x = 135°$ finden, indem der Anfangsstrich, bei dem der Index auf 315° steht, als richtig vorausgesetzt wird. Durch die Mikroskope I und II erhielt ich die Correctionen der Ablesung für $x = 45°$, 135° und 225°. Das ausgenommene Mikroskop wurde darauf in eine Entfernung von genau 45° vom ersten angebracht und durch diese beiden die Correctionen der Ablesungen an den Octantenstrichen 0°, 45° u. s. w. bis 270° ermittelt. Die so gefundenen Correctionen wurden gegen einander ausgeglichen, da sich für die Quadrantenstriche gedoppelte und für den 180° vom Anfang abstehenden ein einfacher Werth ergab. Die schöne Uebereinstimmung dieser verschiedenen Werthe verbürgte die Sicherheit der Resultate. Ich bemerke hierbei, dafs jeder Bogen durch den Hauptstrich x, den vorhergehenden $x - 4'$ und den nachfolgenden $x + 4'$ untersucht wurde und zwar jedesmal durch 4 unabhängige Ablesungsreihen, in denen die Folge der Bogen geändert wurde. Hierbei ist zu erwähnen, dafs, wenn eine Ablesung den Strich 315° — 4′ traf, diese erst nach der gehörigen Verbesserung von 2″45 in Anwendung gebracht wurde, um für die Correction der Theilung von 315° 0′ aus gebraucht zu werden. Nachdem die Correctionen der 8 Cardinalpunkte so gefunden waren, stellte ich das veränderliche Mikroskop 18° vom ersten ab und ging so, von 315° beginnend, erst durch die Punkte 333°, 351°, 9°, 27°, 45° u. s. w. und nachher von 0° aus durch die Punkte 18°, 36°, 54°, 72° u. s. w. Auch hier wurden die Beobachtungen vervielfältigt durch einmalige Ablesung bei x, $x - 4'$, $x + 4'$ $x + 8'$. Diese Vergleichungen gaben die relativen Correctionen der um 18° abstehenden Punkte jedes Quadranten und unter Anwendung der bekannten Correctionen für die Quadranten die absoluten Correctionen in 2 Folgen, durch welche die Correctionen von 40 um 9° von einander abstehenden Bogen als Resultat gewonnen wurden. Die nachfolgende Tafel stellt die so für die Puncte x gewonnenen Δx dar, welche so zu verstehen sind, dafs wenn an einem Mikroskop x abgelesen wird, die verbesserte Ablesung $x + \Delta x$ ist.

x	Δx	x	Δx	x	Δx	x	Δx
315°	0″00	45°	+0″67	135°	— 6″04	225°	—9″35
324	—0,30	54	—0,03	144	— 7,09	234	—9,74
333	—0,45	63	—0,81	153	— 6,08	243	—7,86
342	+1,96	72	—1,85	162	— 6,91	252	—7,71
351	+1,38	81	—1,90	171	— 7,07	261	—7,12
360	+2,17	90	—2,28	180	— 8,06	270	—6,49
9	+2,15	99	—3,29	189	— 7,91	279	—5,46
18	+1,20	108	—4,17	198	— 9,79	288	—4,22
27	+1,06	117	—5,20	207	— 9,57	297	—4,02
36	+0,86	126	—5,71	216	— 10,06	306	—2,94
						314 56	—2,45

Die durch den Gebrauch der Mikroskope gefundenen Δx schliefsen die Theilungsfehler und den Einfluss der Excentricität in sich. Wären keine Theilungsfehler vorhanden, so mufsten sich die obigen Zahlen, wenn wir $x - 315° = u$ setzen, durch die Formel: $\Delta x = p + p' \cos u + q' \sin u$ darstellen lassen. Nehmen wir aber zugleich an, dafs der am letzten Intervalle K′ erkannte Sprung von 2″45 allmählig eingetreten ist, und führen wir dafür eine dem Bogen proportionirte Correction ein, so mufs: $\Delta x = p - \frac{u}{360°} \cdot 2''449 + p' \cos u + q' \sin u$ die Formel seyn, in die die Δx sich fügen. Die Behandlung obiger 40 Werthe von Δx, unter Voraussetzung eines gleichen Gewichts derselben, giebt:

$$\Delta x = -2''750 - \frac{u}{360°} 2''449 + 2''217 \cos u + 4{,}079 \sin u$$

$$= -2{,}750 - \frac{u}{360°} 2''449 + 4''642 \sin (x + 73°32) \quad (I)$$

und zeigt eine Excentricität von 4″642 an, um welche der Mittelpunkt der Umdrehung von dem der Theilung nach einer Richtung abliegt, für welche $x = 253°\,32'$ ist, oder nach dem Punkte 208° 32′ des Limbus.

Vergleichen wir nun die einzelnen Werthe Δx mit dieser Formel I, so sind die übrigbleibenden Abweichungen der Δx von der Formel, die wir mit dx bezeichnen wollen, als die nach Abziehung des Einflusses der Excentricität und nach Ausgleichung der Incontinuität am Schlusse übrigbleibenden eigentlichen Theilungsfehler anzusehen, welche folgende Tage darstellt:

x	dx	x	dx	x	dx	x	dx
315	+ 0″53	45°	— 0″05	135°	+ 0″15	225°	— 0″68
324	— 0,32	54	— 0,29	144	0,23	234	— 1,41
333	— 0,95	63	— 0,52	153	+ 1,38	243	+ 0,04
342	+ 1,06	72	— 0,94	162	+ 1,06	252	— 0,31
351	+ 0,19	81	— 0,29	171	+ 1,34	261	— 0,29
0	+ 0,78	90	+ 0,08	180	+ 0,67	270	— 0,29
9	+ 0,67	99	— 0,17	189	+ 1,03	279	+ 0,10
18	— 0,27	108	— 0,25	198	— 0,74	288	+ 0,64
27	— 0,27	117	— 0,50	207	— 0,54	297	+ 0,13
36	— 0,22	126	— 0,25	216	— 1,16	306	+ 0,65

Kein dx reicht hier bis an 1″5. Sehen wir diese Fehler als keinem Gesetze folgend an, so würde aus der $\Sigma dx^2 = 17{,}56$ der wahrscheinliche Theilungsfehler in einer Gegend $= 0''468 = \frac{1}{5518}$ Lin. folgen. Dafs diese dx aber nicht ganz gesetzlos sind, ersieht man bald, wenn man sie durch eine Function der doppelten Bogen darstellt und dafür den Ausdruck

$$+ 0''410 \cos 2u + 0''347 \sin 2u = 0''538 \sin (2x + 319°\,48')$$

erhält, wonach die übrigbleibenden Abweichungen von der Formel sich so weit reduciren, dafs die Summe der Quadrate derselben 11,80 wird. Hiernach wäre der vollständigere Ausdruck der ursprünglich gefundenen Theilungsfehler, wenn man das neue Glied mit den vorigen vereinigt:

Digitized by Google

$$\Delta x = -2''750 - \frac{x - 315^\circ}{360^\circ} \cdot 2''449 + 4''642 \sin(x + 73^\circ 32') + 0''538 \sin(2x + 319^\circ 48') \qquad \text{(II)}$$

Die durch diesen Ausdruck gefundene Correction einer Ablesung x hat den wahrscheinlichen Fehler $0''392$, und wir sind berechtigt nach Anwendung derselben eine Ablesung im Mittel aus den 4 Mikroskopen für bis auf $0''196$ richtig zu halten.

Es ist aber noch zu bemerken, dafs die von uns auf die oben beschriebene Weise gefundenen Δx nur dann die reinen Fehler der Excentricität und der Theilung sind, wenn der vertikale Durchschnitt des Zapfens am Kreisende ein vollkommner Kreis ist. Ist dies nicht der Fall, so sind sie mit dem Einflufs der Unregelmäfsigkeiten der Zapfen behaftet. Nun ist es zwar durch Beobachtung der Wasserwage gewifs, dafs die Zapfen unseres Instruments, wie alles, was Herr *Repsold* abdreht, im hohen Grade vollkommen sind, aber dennoch ist es möglich, dafs in ihnen Fehler sind, die als von derselben Ordnung wie die dx angesehen werden müssen. Wenn aber die Zapfen auf rechtwinkligen Unterlagen sich drehen, wie bei unserm Instrumente der Fall ist, so läfst sich leicht beweisen, dafs der Einflufs der Unregelmäfsigkeiten der Zapfen für den mittleren Theilungsfehler von 4 um die Quadranten von einander abliegenden Punkten sich gänzlich wieder aufhebt, und dafs wir also die gefundenen Δx mit völliger Sicherheit zur Bestimmung der fürs Mittel der Ablesungen an 4 Mikroskopen übrig bleibenden Correctionen anwenden können.

Bekanntlich wird der Einflufs der Excentricität bei der Bestimmung der Theilungsfehler gänzlich eliminirt, wenn man durch die Anwendung von 2 um 180° von einander entfernten Mikroskopenpaaren die mittleren Theilungsfehler der um 180° abliegenden Punkte untersucht. Ich hielt es für geeignet, nach dieser Methode eine neue von der frühern ganz unabhängige Untersuchung der Theilungsfehler zu unternehmen, deren Ergebnisse ich jetzt darstellen werde. Die 4 Mikroskope in ihrer ursprünglichen Stellung gaben zuerst die Correctionen der beiden Quadrantenpunkte, dann blieben die Mikroskope I u. III an ihrer Stelle, II und IV wurden aber ausgenommen und in die Entfernungen von 45° von I und III angebracht. Auch jetzt wurden mehrere, aber blofs zunächst nachfolgende Striche untersucht, um den Sprung bei 314° 56′ ganz zu vermeiden. Nenne ich δx die mittlere Correction für die Ablesung an 2 um 180° von einander abstehenden Mikroskopen, die auf x und $180^\circ + x$ gestellt sind, wobei $\delta 315^\circ = \delta 135^\circ = 0$ vorausgesetzt wird, so erhielt ich zuerst, bei Entfernung der Mikroskope um 90°, aus den einzelnen Ablesefolgen bei den verschiedenen nahe liegenden Strichen:

$$\begin{array}{rl} \delta 45^\circ\ (\delta 225^\circ) = & -1''02 \\ & -1,77 \\ & -1,90 \\ & -1,01 \\ & -1,36 \\ \text{Mittel} & -1''26; \end{array} \qquad \text{(A)}$$

darauf, indem die Mikroskope II und IV um 45° von I und III abstanden, für die Octanten:

$\delta 0^\circ$	$\delta 45^\circ$	$\delta 90^\circ$
$+0''15$	$-0''94$	$-0''90$
$+0,04$	$-1,48$	$-1,55$
$+0,27$	$-1,11$	$-1,06$
$-0,49$	$-2,16$	$-1,38$
$+0,18$	$-1,46$	$-0,94$
$-0,74$	$-2,35$	$-1,79$
$+0,21$	$-1,48$	$-0,97$
$+0,57$	$-1,58$	$-1,72$
Mittel $+0,02$	$-1,58$	$-1,29$

(B)

Jetzt berichtigte ich die beweglichen Mikroskope II und IV von neuem, mit vorzüglicher Sorgfalt für die senkrechte Stellung der optischen Achse gegen den Limbus und erhielt noch einmal für die Octanten folgende Gröfsen:

$\delta 0^\circ$	$\delta 45^\circ$	$\delta 90^\circ$
$+0''29$	$-1''14$	$-0''95$
$-0,54$	$-1,78$	$-2,05$
$+0,19$	$-1,32$	$-1,31$
$-0,23$	$-2,36$	$-1,69$
$+0,58$	$-0,99$	$-1,06$
$-0,42$	$-1,34$	$-1,51$
$-0,36$	$-1,17$	$-1,55$
$-0,92$	$-1,74$	$-1,67$
Mittel $-0,16$	$-1,48$	$-1,47$

(C)

Somit waren für die Cardinalpunkte folgende Correctionen erhalten, die ich mit ihrer Ausgleichung zusammenstelle:

x	(A) δx	(B) δx	(C) δx	Ausgleichung δx
315°	$0''00$	$0''00$	$0''00$	$0''00$
0		$+0,02$	$-0,16$	$-0,03$
45	$-1,26$	$-1,58$	$-1,48$	$-1,44$
90		$-1,29$	$-1,47$	$-1,34$
135	0,00	0,00	0,00	0,00

(Der Beschlufs folgt.)

Eine Bemerkung über die Aufstellungsart beweglicher Instrumente. Von Herrn Geh. Rath und Ritter *Bessel*. p. 121.
Ueber ein auf der Dorpater Sternwarte befindliches, mit einem Vertikalkreise versehenes tragbares Durchgangsinstrument aus der mechanischen Werkstätte von *Repsold* in Hamburg. Von Sr. Excellenz dem Herrn Staatsrath *v. Struve*. p. 125.

Altona 1838. Januar 25. (Hiebei eine Beilage.)

Digitized by Google

BEILAGE
ZU
№ 344. DER ASTRONOMISCHEN NACHRICHTEN.

Beitrag zur Theorie der astronomischen Strahlenbrechung.

Von Herrn *Fr. W. Barfuſs.*

Vorwort.

Der Herausgeber der Astr. Nachr. hat mich an dem Vergnügen Theil nehmen lassen, welches die Bekanntschaft eines jungen Astronomen, der sich durch eine Arbeit einführt, welche von eigenem Nachdenken zeugt, ihm gemacht hat; er hat mir den Aufsatz, welcher hier gedruckt erscheint, vor dem Abdrucke mitgetheilt. Seinem Wunsche, den Aufsatz durch ein Paar Worte einzuleiten, entspreche ich, indem ich den Lesern empfehle auch eine Arbeit nicht zu übersehen, deren Verfasser ihnen zwar noch nicht bekannt ist, jedoch durch seine Leistung selbst die Hoffnung begründet, dafs er den Astronomen nicht unbekannt bleiben werde.

Königsberg 1837. Nov. 11. *Bessel.*

§. 1.

Wenn ein Lichtstrahl aus dem Himmelsraume in die dichtere Atmosphäre der Erde eintritt, so mufs er nach den bekannten Gesetzen der Brechung von seinem ursprünglichen Wege abgelenkt und mehr nach dem Mittelpuncte der Erde zu gebogen werden. Da aber die Luft, welche die Erde umgiebt, von oben herab immer dichter wird, so entsteht natürlich in jedem Moment eine neue Brechung, und der Lichtstrahl wird genöthigt, eine krumme Linie zu beschreiben, welche gegen den Mittelpunct der Erde hohl ist. Er wird dabei immer in derselben Ebene bleiben, weil Einfalls- und Brechungswinkel in einerlei Ebene liegen. Die Tangente der krummen Linie in dem Puncte, wo sie das Auge trifft, giebt die Richtung an, in welcher das Gestirn gesehen wird, woraus folgt, dafs die Strahlenbrechung eine gröfsere Erhebung über den Horizont hervorbringt, als sie der Stellung des Himmels gemäfs seyn sollte. Die Theorie der astronomischen Strahlenbrechung soll nun zeigen, wie der Unterschied zwischen wahrer und scheinbarer Höhe (Refraction) gefunden werden kann.

§. 2.

Man denke sich die Atmosphäre in lauter concentrische Schichten zerlegt, deren Dicke unendlich klein ist, so wird in jeder Schicht gleiche Dichtigkeit vorausgesetzt werden dürfen, und folglich auch gleiches Brechungsvermögen der Luft. Nun sey i der Einfallswinkel für irgend eine Schicht, i', i'', i''' u. s. w. dasselbe für die nächstfolgenden Schichten, nach unten hin; ferner l, l', l'' u. s. w. die den Einfallswinkeln i, i', i'' u. s. w. zugehörigen Refractionswinkel, endlich m, m', m'' u. s. w. die Brechungsverhältnisse der Luftschichten in Bezug auf den leeren Raum, und x, x', x'' u. s. w. ihre Höhe vom Mittelpuncte der Erde an gerechnet, so ist:

$$\begin{aligned}
\sin i : \sin l &= m' : m \\
\sin i' : \sin l' &= m'' : m' \\
\sin i'' : \sin l'' &= m''' : m'' \text{ u. s. w.} \\
\sin l : \sin i' &= x' : x \\
\sin l' : \sin i'' &= x'' : x' \\
\sin l'' : \sin i''' &= x''' : x'' \text{ u. s. w.}
\end{aligned}$$

woraus durch Zusammensetzung dieser Verhältnisse folgt:

$$\sin i : \sin i''' = m''' x''' : mx.$$

Setzt man hier für i''' den Winkel, welchen der Strahl in der untersten Schicht mit der Scheitellinie macht, d. i. die scheinbare Zenithdistanz z, so wird m''' dem Brechungsverhältnifs der Luft an der Erde gleich, welches wir mit μ bezeichnen wollen, x''' aber ist dann der Erdhalbmesser $= 1$. Demgemäfs ist:

$$\sin i : \sin z = \mu : mx.$$

Der Winkel, den der Strahl beim Eintritt in die Atmosphäre mit der Scheitellinie bildet, ist die wahre Zenithdistanz. Die Refraction $= r$ ist also der Unterschied der Richtungen des Strahles beim Eintritt in die Atmosphäre und beim Austritt aus derselben. Hieraus ergiebt sich der Brechungswinkel $l = i - dr$, und aus:

$$\sin i : \sin(i - dr) = m' : m$$

folgt $\sin i - \sin(i - dr) : m' - m = \sin(i - dr) : m$,

d. i. $\cos i \, dr : dm = \sin i : m$

also $$dr = \frac{dm}{m} \operatorname{tg} i$$

oder wenn wir $\operatorname{tg} i$ aus der Proportion $\sin i : \sin z = \mu : mx$ ableiten

$$dr = \frac{\mu \, dm \sin z}{m\sqrt{(m^2 x^2 - \mu^2 \sin z^2)}}$$

Hierbei bemerken wir, dafs m durch die Formel $\sqrt{(1 + k\omega)}$ ausgedrückt wird, wo $k = 0{,}00058917$, und ω die Dichtigkeit der Luft in der Höhe $= x$ bedeutet, wenn sie an der Erde $= 1$ ist. Der Werth von k ist der Dichtigkeit der Luft an der Erde proportional, der oben angeführte gilt für 0° Temperatur und 0,76 Meter Barometerhöhe, und folglich ist für jede andere Temperatur T nach *Celsius* und den Luftdruck $= b$,

$$k = 0{,}00058917 \cdot \frac{b}{0{,}76} \cdot \left(\frac{1 - \frac{T}{512}}{1 + 0{,}00375\, T} \right).$$

Digitized by Google

§. 3.

Um nun den so gefundenen Ausdruck für das Differential der Strahlenbrechung integriren zu können, müfste man wissen, was für eine Function ω von x sey, d. h. man müfste das Gesetz der Abnahme der Dichtigkeit der Luft nach den höheren Regionen kennen, welches Gesetz uns jedoch noch sehr im Dunkeln liegt oder eigentlich ganz unbekannt ist. Man hat daher zu Hypothesen seine Zuflucht genommen und aus einer angenommenen Function für ω durch x einen Ausdruck für die Refraction zu gewinnen gesucht, welcher sodann durch Vergleichung der Rechnung mit der Beobachtung geprüft, und mehr oder minder bestätigt wurde.

Bezeichnet p den Luftdruck in der Höhe $x = 1 + y$, t die Temperatur nach der hunderttheiligen Scale daselbst, R den Erdhalbmesser in demselben Maafse, in welchem die Barometerhöhe P an der Erde gegeben ist, und ist m die Dichigkeit der Luft an der Erde, die des Quecksilbers $= 1$ gesetzt, so ist bekanntlich

$$-\frac{dp}{p} = \frac{mR}{P} \cdot \frac{dy}{(1+0{,}00375\,t)(1+y)^2}$$

Um diese Gleichung integriren zu können, müfste man wissen, was t für eine Function von y ist. Die aerostatischen Aufflüge von *Gay-Lussac* und *Sacharow* haben bewiesen, dafs die Temperatur in den höheren Regionen abnimmt, und dafs die Temperaturdifferenzen schneller als die Differenzen der Höhen wachsen. Dafs indefs diese Progression durch die ganze Atmosphäre gelten sollte, ist nicht wahrscheinlich, vielmehr ist es glaublich, dafs in einer gewissen Höhe die Temperaturdifferenzen wieder abnehmen, oder wohl gar die Temperatur constant bleibt. Es scheint daher, dafs man zum Behuf der Berechnung der Refraction am wenigsten von der Wahrheit sich entfernen werde, wenn man die Temperaturdifferenzen mit den Höhen gleichförmig wachsend annimmt. Dieſs ist die *Euler*sche Hypothese, nach welcher $y = \frac{(T-t)a}{(t+0{,}00375\,T)}$ ist, wo T die Temperatur an der Erdoberfläche nach *Celsius*, und a eine Constante bedeutet. Hieraus folgt, wenn wir die Zahl 0,00375 kurzweg α nennen, $t = T - (1+\alpha T)\cdot\frac{y}{a}$, und daher $1+\alpha t = (1+\alpha T)\left(1-\frac{\alpha y}{a}\right)$, oder wenn $\frac{a}{\alpha} = \sigma$ gesetzt wird, $1+\alpha t = (1+\alpha T)\left(1-\frac{y}{\sigma}\right)$. Setzen wir dieses in die obige Gleichung zwischen dp und dy: so erhalten wir

$$-\frac{dp}{p} = \frac{mR}{P(1+\alpha T)} \cdot \frac{dy}{\left(1-\frac{y}{\sigma}\right)(1+y)^2}$$

Um hier bequem integriren zu können, setzen wir abkürzend $(1+y)^2 = 1+2y$, und erhalten sodann

$$-\frac{dp}{p} = \frac{mR}{P(1+\alpha T)} \cdot \frac{dy}{1-\left(\frac{1}{\sigma}-2\right)y+\frac{2y^2}{\sigma}}, \text{ und daher}$$

$$\log p = \frac{mR\sigma}{P(1+\alpha T)(1+2\sigma)} \log\left[\frac{1-\frac{y}{\sigma}}{1+2y}\right] + \text{Const.}$$

Bestimmen wir hier die Const. so, dafs für $y = 0$, p dem Luftdrucke P an der Erdoberfläche gleich wird, so haben wir $P = \text{Const.}$, und daher, weil $\frac{p}{P} = \omega$:

$$\omega = \left[\frac{1-\frac{y}{\sigma}}{1+2y}\right]^{\frac{mR\sigma}{P(1+\alpha T)(1+2\sigma)}}$$

Diesen Ausdruck für ω legt *J. C. E. Schmidt* seiner Theorie der astronomischen Strahlenbrechung zu Grunde. Es kommt nur noch darauf an, ihn numerisch zu entwickeln.

Zu diesem Behuf wird von den Datis ausgegangen, welche *Gay-Lussac* bei seinem aerostatischen Aufflluge gefunden hatte. Das Thermometer zeigte unten 30°8 *C*, in der Höhe von 7000 Meter −9°5 *C*; daselbst gab auch das Barometer eine Dichtigkeit der Luft $= 0{,}432$, die an der Erde stattfindende $= 1$ gesetzt.

Hier ist also $y = \frac{1}{909{,}457}$, $T - t = 40°3$, woraus $\sigma = 0{,}008116$ folgt.

Ferner ist bei 0° Temperatur und 28,0754 P. Z. Barometerstand $= P$, die Dichtigkeit der Luft $m = \frac{1}{10485}$, woraus $\frac{mR\sigma}{P(1+2\sigma)} = 6{,}3806$ folgt, so dafs

$$\omega = \left[\frac{1-\frac{y}{0{,}008116}}{1+2y}\right]^{\frac{6{,}3806}{1+0{,}00375\,T}}$$

Setzen wir hier statt y und T die Werthe bei *Gay-Lussac's* Luftfahrt, so finden wir $\omega = 0{,}438$, welches von dem beobachteten Werthe 0,432 um 0,006 abweicht.

Da für $y = 0{,}008116$, $\omega = 0$ wird, welches am Ende der Atmosphäre stattfindet, so könnte man σ die Höhe der Atmosphäre nennen.

§. 4.

Wir wollen nun unser Augenmerk wieder auf die Strahlenbrechung selbst wenden, und, um auf einen endlichen Ausdruck für dieselbe zu gelangen, die Wurzelgröfse $(m^2x^2 - \mu^2 \sin z^2)^{-\frac{1}{2}}$ in eine Reihe nach den Potenzen von $\mu^2 \sin z^2$ auflösen. Dadurch wird:

$$r = \mu \sin z \int \frac{dm}{m^2 x} + \tfrac{1}{2}\mu^3 \sin z^3 \int \frac{dm}{m^4 x^3} + \tfrac{3}{8}\mu^5 \sin z^5 \int \frac{dm}{m^6 x^5} \text{ etc.}$$

Hier sind also nun die Integralia $\int \frac{dm}{m^2 x}$ u. s. w., allgemein $\int \frac{dm}{m^{n+1} x^n}$, von $y = 0$ bis $y = \sigma$ zu finden, wenn $1 + y = x$.

Digitized by Google

Da nun $\frac{dm}{m^{n+1}} = -\frac{1}{n}\,d(m^{-n})$, und $m = \sqrt{(1+k\omega)}$: so hat man $\frac{dm}{m^{n+1}} = \frac{1}{2}k\,.\,d\omega - \frac{1}{2}(n+2)\,k^2\,\omega\,d\omega$, wenn wir die

$$\tfrac{1}{2}k\int\frac{d\omega}{(1+\gamma)^n} - \frac{n+2}{4}k^2\int\frac{\omega d\omega}{(1+\gamma)^n} = \frac{k}{2}\left[\frac{\omega}{x^n} + n\int\frac{\omega\,d\gamma}{(1+\gamma)^{n+1}}\right] - \tfrac{1}{8}(n+2)\,k^2\left[\frac{\omega^2}{x^n} + n\int\frac{\omega^2 d\gamma}{(1+\gamma)^{n+1}}\right]$$

Reihenentwickelung für $(1+k\omega)^{-\frac{n}{2}}$ bis zur zweiten Potenz von k nehmen. Das fragliche Integral V stellt sich also nun dar durch

Nun ist $\int\frac{\omega\,d\gamma}{(1+\gamma)^{n+1}} = \int\omega\,d\gamma - (n+1)\int\omega\gamma\,d\gamma$ u. s. w. wenn man $(1+\gamma)^{-(n+1)}$ in eine Reihe auflöst. Ist nun ω die Barometerhöhe in der Höhe γ, δ das Verhältnifs der Dichtigkeit der Luft zu der des Quecksilbers an der Erde, so ist $-\delta r\omega\,d\gamma = d\omega$, also $\int\omega\,d\gamma = -\frac{\omega}{\delta R}$; und wenn h die Barometerhöhe an der Erdoberfläche bedeutet, $\int\omega\,d\gamma = -\frac{h}{\delta R}$, von $\gamma = 0$ bis $\gamma = \sigma$.

Da ferner $\omega = \left[\frac{1-\frac{\gamma}{\sigma}}{1+2\gamma}\right]^\nu$, so hat man $\int\omega\gamma\,d\gamma = \int\left(1-\frac{\gamma}{\sigma}\right)^\nu\gamma\,d\gamma$, wo wir den Nenner $(1+2\gamma)^\nu$ darum weglassen, weil er nur auf die dritte und höhere Potenzen von σ führen würde. Es ist aber

$$\int\left(1-\frac{\gamma}{\sigma}\right)^\nu\gamma\,d\gamma = -\frac{\sigma^2}{\nu+1\,.\,\nu+2} \text{ von } \gamma=0 \text{ bis } \gamma=\sigma.$$

Also $\int\frac{\omega\,d\gamma}{x^{n+1}} = -\frac{nh}{\delta R} + \frac{n\,.\,n+1}{\nu+1\,.\,\nu+2}\sigma^2$.

Für das Integral $\int\frac{\omega^2 d\gamma}{(1+\gamma)^{n+1}}$ lassen wir ebenfalls den Nenner weg, und finden $\int\omega^2 d\gamma = \frac{-\sigma}{2\nu+1}$. Demnach ist

$$V = \frac{k}{2}\left[1 - \frac{nh}{\delta R} + \frac{n\,.\,n+1}{\nu+1\,.\,\nu+2}\sigma^2\right] - \frac{n+2}{8}k^2\left(1 - \frac{n\sigma}{2\nu+1}\right).$$

Hiernach ist also das Integral erst dann von dem Gesetz der Abnahme der Brechungen abhängig, wenn die zweite Potenz von σ zu wirken beginnt.

Setzen wir nun nach und nach $n=1$, $n=3$, $n=5$, so erhalten wir:

$$\int\frac{dm}{m^2x} = \tfrac{1}{2}k\left[1 - \frac{h}{\delta R} + \frac{2\sigma^2}{\nu+1\,.\,\nu+2}\right] - \tfrac{3}{8}k^2\left(1 - \frac{\sigma}{2\nu+1}\right) = a$$

$$\int\frac{dm}{m^4x^3} = \tfrac{1}{2}k\left[1 - \frac{3h}{\delta R} + \frac{12\sigma^2}{\nu+1\,.\,\nu+2}\right] - \tfrac{3}{8}k^2\left(1 - \frac{3\sigma}{2\nu+1}\right) = b$$

$$\int\frac{dm}{m^6x^5} = \tfrac{1}{2}k\left[1 - \frac{5h}{\delta R} + \frac{30\sigma^2}{\nu+1\,.\,\nu+2}\right] - \tfrac{7}{8}k^2\left(1 - \frac{5\sigma}{2\nu+1}\right) = c$$

Diese Ausdrücke sind noch mit den Potenzen von μ zu multipliciren, um die Coefficienten der obigen Entwickelung für r vollständig zu erhalten. Da nun $\mu = \sqrt{(1+k)} = 1 + \frac{1}{2}k$ so wird

$$\mu a = A = \frac{k}{2}\left(1 - \frac{h}{\delta R} + \frac{2\sigma^2}{\nu+1\,.\,\nu+2}\right) - \tfrac{3}{8}k^2\left(1 + \frac{2h}{\delta R} - \frac{3\sigma}{2\nu+1}\right)$$

$$\mu^3 b = B = \tfrac{1}{2}k\left(1 - \frac{3h}{\delta R} + \frac{12\sigma^2}{\nu+1\,.\,\nu+2}\right) + \tfrac{1}{8}k^2\left(1 - \frac{18h}{\delta R} + \frac{15\sigma}{2\nu+1}\right)$$

$$\mu^5 c = C = \tfrac{1}{2}k\left(1 - \frac{5h}{\delta R} + \frac{30\sigma^2}{\nu+1\,.\,\nu+2}\right) + \tfrac{1}{8}k^2\left(3 - \frac{50h}{\delta R} + \frac{35\sigma}{2\nu+1}\right)$$

§. 5.

Man sieht aber schon auf den ersten Blick, dafs die in dem vorigen § für r entwickelte Reihe wenig convergiren werde. Um sie convergenter zu machen, setze man $\frac{tg\,z}{\sqrt{(1+tg\,z^2}}$ statt $sin\,z$, so wird

$r = A\,tg\,z - \frac{1}{2}(A-B)\,tg\,z^3 + \frac{3}{8}(A-2B+C)\,tg\,z^5$ u. s. w. Setzen wir nun hierin statt A, B und C die obigen Werthe ein, und vernachlässigen zugleich die Glieder, welche den Factor σ^2 oder $k^2\sigma$ enthalten, so wird:

$$r = \left(1 - \frac{h}{\delta R} - \frac{k}{4}\right)\frac{k}{2}\,tg\,z - \left(\frac{h}{\delta R} - \frac{k}{4}\right)\frac{k}{2}\,tg\,z^3;$$

und es ist klar, dafs die Refraction, in so weit sie sich durch diese Formel berechnen läfst, von dem Gesetz der Abnahme der Brechungen gar nicht abhängig ist.

Um nun diesen Ausdruck numerisch zu entwickeln, so kennt man k schon aus § 2. Ferner ist bei 0° Temperatur und 0,76 Meter Barometerhöhe die Dichtigkeit der Luft $= \frac{1}{10463}$ von der des Quecksilbers, also für die Barometerhöhe h, und die Temperatur T nach *Celsius*

$$\delta = \frac{h}{0{,}76\times 10485}\cdot\frac{1-\frac{T}{5412}}{1+0{,}00375\,T} = \frac{h}{0.76\times 10485\,(1+0{,}00375\,T}$$

Da nun $R = 6366200$ Meter, so berechnet sich

Digitized by Google

$\frac{h}{\delta R} = 0{,}0012517(1 + 0{,}00393\,T) = 0{,}0012517 + 0{,}0000049\,T.$

Setzt man nun die Dichtigkeit der Luft bei 0° Temperatur und 0,76 Meter Barometerhöhe $= 1$, und die bei jedem andern Zustand der Atmosphäre stattfindende $= D$: so findet sich

$$r = D\,(60''6864 - 0''0003\,T - 0''0089\,D)\,tang\,z - D\,(0''0761 + 0''0003\,T - 0''0089\,D)\,tang\,z^3.$$

So wäre denn auf diesem Wege eine Formel für die astronomische Strahlenbrechung gefunden, bei der man nicht einmal das Gesetz zu kennen braucht, nach welchem die Brechungen in den höheren Luftschichten abnehmen. Jetzt wollen wir untersuchen, bis zu welcher Grenze genau die Refractionen mit Hülfe derselben sich berechnen lassen. Da wir nun die Glieder mit σ^2 vernachlässigt haben, so ist klar, dafs die Differenzen von einem Gliede mit σ^2 oder mit $\left(\frac{h}{\delta R}\right)^2$ abhängig seyn müssen, und diese Differenzen werden sich gewifs mittelst der in §. 4 für A, B und C aufgestellten Werthe so genau berechnen lassen, als nöthig ist, um die Genauigkeit der Formel für r zu beurtheilen.

Vernachlässigen wir also die Glieder mit σ^2, $k^2\sigma$ und $k^2\left(\frac{h}{\delta R}\right)$ nicht mehr, so findet sich, dafs durch die obige Formel für r folgender Fehler begangen wird:

$$\tfrac{1}{2}k\left[\frac{2\sigma^2}{\nu+1\,.\,\nu+2} - \tfrac{1}{2}k\left(\frac{h}{\delta R}\right) + \frac{3k\sigma}{8\nu+4}\right] tg\,z$$
$$+\tfrac{1}{2}k\left[\frac{5\sigma^2}{\nu+1\;\nu+2} - 2k\left(\frac{h}{\delta R}\right) + \frac{3k\sigma}{4\nu+2}\right] tg\,z^3$$
$$+\tfrac{1}{2}k\left[\frac{3\sigma^2}{\nu+1\,.\,\nu+2} - \tfrac{3}{2}k\left(\frac{h}{\delta R}\right) + \frac{3k\sigma}{8\nu+4}\right] tg\,z^5$$

Wird hier $n = 5$ gesetzt, welches für 69°8 C stattfindet, so wird $\frac{1}{2}k = 47''5$, und der in Rede stehende Fehler

$$= 0''00014\,tg\,z + 0''00633\,tg\,z^3 + 0''00018\,tg\,z^5$$

Für diese hohe Temperatur dürfte dieses wohl ein Gröfstes werden. Wenn nun bei der Berechnung der Refraction ein Fehler von 0″05 für Nichts geachtet wird, so setze man obigen Ausdruck $= 0''05$, oder $14\,tg\,z + 33\,tg\,z^3 + 18\,tg\,z^5 = 500$, woraus $tg\,z = 3{,}04$ gefunden wird, wozu eine Zenithdistanz $>70°$ gehört. Also lassen sich durch obige Formel für r die Refractionen aller Zenithdistanzen bis 70° genauer als bis 0″05 berechnen.

§. 6.

Somit wären denn die Refractionen bis 70° Zenithdistanz von dem Gesetze, nach welchem die Brechungen in den höheren Luftschichten abnehmen, gar nicht abhängig, und das ist in der That für die practische Astronomie ein bedeutender Vortheil, der nicht auseinandergesetzt zu werden braucht. Aber für gröfsere Zenithdistanzen wird die Sache weit schwieriger, weil nun das Gesetz der Abnahme der Brechungen immer stärker zu wirken anfängt, und seinen Einfluſs nicht blofs in einzelnen Secunden, sondern sogar in Minuten äufsert. Jene Abnahme der Brechungen hängt auf bekannte Weise von der Abnahme der Dichtigkeit der höheren Luftschichten, und diese wieder von dem Gesetz der Wärmeabnahme ab, welches eben bis jetzt noch nicht enträthselt worden ist. Wenn aber auch diese Schwierigkeit je beseitigt würde, so würden zwar die Refractionen kleiner Höhen sich berechnen lassen, aber diese Rechnungen würden in der practischen Astronomie dennoch nicht anwendbar seyn, weil sie immer einen ruhigen, geregelten Zustand voraussetzen müfsten, der keineswegs stattfindet. In den untersten Luftschichten walten nämlich diejenigen Ursachen, von welchen aufser dem Drucke von oben die Dichtigkeit der Luft abhängt, z. B. Temperatur, Feuchtigkeit u. dergl. so gut wie ohne Regel, und diese Regellosigkeit in der Luft, mufs auch eine Regellosigkeit in der Strahlenbrechung bewirken, welche um so stärker wird, je gröfser die Zenithdistanzen werden. Diese Betrachtungen leiten uns zu dem Entschlusse, die Refractionen gröfserer Zenithdistanzen, als etwa 86° aus den Tafeln, welche für die practische Astronomie bestimmt sind, gänzlich auszuschliefsen, und noch fehlenden Refractionen der Zenithdistanzen von 70° bis 86 Grad weniger durch ein hypothetisches Gesetz der Abnahme der Brechungen, sondern mehr auf einem empirischen, durch die Theorie gehörig unterstützten Wege zu bestimmen. Zu dem letzteren sind wir um so mehr genöthigt, wenn die Behauptung wahr ist, dafs für jeden besonderen Beobachtungsort besondere Refractionstafeln entworfen werden müssen.

§. 7.

Nun wäre denn die Aufgabe, auf welche Weise die Refractionen der Zenithdistanzen von 70° bis 87° am bequemsten gefunden werden können. Das schwierigste Geschäft ist hier, einen Ausdruck für r zu gewinnen, welcher die Refraction durch die Zenithdistanz genau genug darstellt, in dem aber auch so wenig wie möglich constante Factoren vorkommen. Aus der Gleichung $r = \mu\,sin\,z\int\frac{dm}{m^2x} + \frac{1}{2}\mu^2\,sin\,z^2\int\frac{dm}{m^4x^3}$ u. s. w. $= \mu a\,sin\,z + \frac{1}{2}\mu^2 b\,sin\,z^2 \ldots$ folgt durch Umkehrung $sin\,z = \frac{r}{\mu a} - \frac{br^2}{2\mu a^4}\ldots$ Nun ist $(1-\lambda)\,sin\,z + \frac{1-\lambda^3}{2.3}\,sin\,z^3 + \frac{3(1-\lambda^3)}{2.4.5}\,sin\,z^5 \ldots = z - arc\,sin\,\lambda\,sin\,z$, also wenn wir statt $sin\,z$ seinen Werth durch r substituiren,

$$\frac{1-\lambda}{\mu a}r - \left[\frac{(1-\lambda)b}{2\mu a^4} - \frac{(1-\lambda^3)}{6\mu^3a^3}\right]r^3 = z - arc\,sin\,m\,sin\,z,$$

oder etwas anders geschrieben und das Quadrat des kleinen Bruches $1-\lambda$ weggelassen:

$$\frac{1-\lambda}{\mu a}r - \frac{1-\lambda}{2\mu^3a^3}\left[\frac{\mu^2 b}{a} - 1 - (1-\lambda)\right]r^3 = z - arc\,sin\,\lambda\,sin\,z.$$

Digitized by Google

Diese Gleichung kommt mit derjenigen überein, welche *Simpson* für die astronomische Strahlenbrechung gegeben hat, wenn man das Glied mit r^3 wegläfst.

Der Werth von λ ist nach dieser Darstellung ganz willkührlich, wenn er nur kleiner als 1 ist; welche Zahl jedoch für λ zu setzen sey, damit jene Gleichung bei ihrer Abkürzung den Refractionen am besten genüge, mufs durch die Erfahrung ausgemacht werden.

Setzen wir nun $\mathfrak{A}r + \mathfrak{B}r^3 = z - arc\,sin\,\lambda\,sin\,z$, so sind drei Constanten durch die Beobachtung zu bestimmen. Da indessen $\mathfrak{A} = \frac{1-\lambda}{\mu a}$, und a nach Obigem ohne das Gesetz der Abnahme der Brechungen sich genau genug darstellen läfst, so kommt Alles auf die Bestimmung zweier Constanten an. Ja die Natur der Sache wird es zulassen, selbst die Zahl $\frac{\mu^2 b}{a} - 1 = \frac{\mu^2 b - a}{a}$ in dem Coefficienten von r^3 nach den in § 4 für a und b gefundenen Formeln zu berechnen, so dafs blofs das einzige λ durch Beobachtung zu bestimmen ist. Denn wenn auch in jener Zahl noch ein Fehler sich vorfindet, so wird dieser doch dadurch grofsentheils seinen Einfluſs verlieren, dafs λ sich ihm anbequemt. Es berechnet sich aber $\mu^2 b - a$ durch

$$-k\left(\frac{h}{\delta r} - \frac{5\sigma^2}{\nu+1.\nu+2}\right) + \tfrac{1}{2}k^2\left(1 - \frac{6h}{\delta R} + \frac{6\sigma}{2\nu+1}\right).$$

§. 8.

Aus $\frac{1-\lambda}{\mu a} r - \mathfrak{B}r^3 = z - arc\,sin\,\lambda\,sin\,z$ mufs λ versuchsweise bestimmt werden. In den Mailänder Refractionstafeln ist $\frac{1}{\mu a} = 3560{,}19$, und hieraus findet man, wenn man die dortigen Refractionen von 82° und 87° zu Grunde legt, sehr nahe $\lambda = 0{,}99741$, $\frac{1-\lambda}{\mu a} = 9{,}2209$, $\mathfrak{B} = 0{,}0000005742$, also für die Refraction die Gleichung

$$9{,}2209\,r - 0{,}00000057422\,r^3 = z - arc\,sin\,0{,}99741\,sin\,z.$$

Ganz vorzüglich wichtig ist hierbei, dafs neben dieser Gleichung noch eine andere von derselben Form, nur mit anderen Coefficienten statt findet. Es ist nämlich auch

$$\lambda = 0{,}999464$$
$$\frac{1-\lambda}{\mu a} = 1{,}90825$$
$$\mathfrak{B} = 0{,}0000004706.$$

Diese doppelten Werthe ihrer Coefficienten sind der Vortheil der Formel, denn sie prüft sich hierdurch selbst in Bezug auf z. In wie weit nämlich die Resultate beider Rechnungen übereinstimmen, in so weit werden die Refractionen in Beziehung auf ihre Zenithdistanzen richtig dargestellt seyn.

§. 9.

Wie man nun zu verfahren habe, um durch diese Gleichung eine Tabelle aller Refractionen zu entwerfen, ergiebt sich ohngefähr aus Folgendem:

Wenn man voraussetzt, dafs der Werth von $\mu^2 b - a$ in §. 7 sich genau genug finden läfst, ohne ihn aus Beobachtungen abzuleiten, so ist blofs eine einzige Beobachtung nöthig um λ zu finden. Diese mag etwa einer Zenithdistanz $= 86°$ angehören. Dann kann man also für denjenigen Zustand der Atmosphäre, bei dem die Beobachtung gemacht worden ist, eine Refractionstafel berechnen, wofür die doppelten Werthe von λ die Prüfung abgeben. So kann man auch bei anderen Zuständen der Atmosphäre Refractionen beobachten, und aus ihnen Tafeln berechnen.

Wir werden weiter unten sehen, dafs sich die Refractionen bei gleicher Temperatur und gleicher Zenithdistanz sehr nahe wie die Barometerhöhen verhalten müssen. Demgemäfs ist es leicht, die Refractionen auf einen mittleren Stand des Barometers zu bringen.

Sie sind also nur noch auf eine mittlere Temperatur $= T'$ zurückzuführen. Zu diesem Behufe darf man wohl voraussetzen, dafs für die Temperatur τ, die Refraction genau genug dargestellt werde durch $r + r'(T-t) + r''(T-t)^2$, wo r die mittlere Refraction bedeutet. Die Werthe von r, r', r'' lassen sich aber für jede Zenithdistanz nach dem Vorigen aus drei Beobachtungen, die bei sehr verschiedenen Temperaturen anzustellen sind, finden.

Es darf kaum bemerkt werden, dafs die Werthe von r, r', r'' durch Vervielfachung der Beobachtungen geprüft und berichtigt werden können.

§. 10.

Wir wollen nun noch sehen, wie sich auf das *Eulers*che Gesetz der Wärmeabnahme eine allgemeine Entwickelung der Refraction gründen lasse. Wir haben in Bezug hierauf schon in §. 3 die Formel entwickelt

$$\omega = \left[\frac{1 - \frac{\gamma}{\sigma}}{1+2\gamma}\right]^{\frac{n}{1+0{,}00375\,T}}$$

wollen aber jetzt die Hypothese lieber so stellen, dafs

$$(1+\gamma)^2 = 1 + 2\sigma\left(1 - \omega^{\frac{1}{n}}\right) \text{ sey,}$$

welche Hypothese von der vorigen nicht viel abweicht. In dieser Formel ist nun $n = \frac{m}{P} \cdot \frac{R\sigma}{1+\alpha T}$, wo die Bedeutung der Zeichen aus §. 3 klar ist. Wir wollen hier den Barometercoefficienten $\frac{P}{m}$ und den Erdhalbmesser so wählen, wie sie in *Bessels* Fund. Astr. für Greenwich angegeben sind. Dann folgt

Digitized by Google

aus den oben angeführten Datis bei *Gay-Lussac's* Luftfahrt $\sigma = 0{,}0092572$, $n = \frac{7{,}408595}{1+0{,}00375}$, indem man nämlich die beobachtete Höhe y, die beobachtete Dichtigkeit ω, und die beobachtete untere Temperatur zu Hülfe nimmt.

Darnach ist nun

$$(1+y)^2 = 1+0{,}0185144\left(1-\omega\frac{1+0{,}00375\,T}{7{,}408595}\right)$$

oder für solche Höhen, die auf der Erde zugänglich sind, schlechtweg

$$y = 181617.\left(1-\omega\frac{1+0{,}00375\,T}{7{,}408595}\right)$$

in Pariser Fufsen. Dieses giebt für $\omega = 0$ die Höhe der Atmosphäre = 181617 Par. F., nahe so, wie sie *von Zach* bestimmt.

Nach der letzteren Formel berechnet sich die Höhe des Monte Gregorio auf 5260 F., eben so wie nach den Formeln für barometrische Höhenmessung von Ramond. Ferner die Höhe des Pic de Pigorre bei Tarbes auf 8028 F., wofür die trigonometrische Messung 8044 gab.

§. 11.

Das Differential der Refraction ist $dr = \frac{\mu \sin z\, dm}{m\sqrt{(m^2x^2-\mu^2\sin z^2)}}$ und da $m = \sqrt{(1+kD\omega)}$, wo D die in §. 4 angegebene Bedeutung hat: so ist $dm = \frac{\frac{1}{2}kD\omega}{m}$, und unsere Formel stellt sich zunächst so dar $dr = \frac{\frac{1}{2}k\mu D\sin z\, d\omega}{m^3\sqrt{(x^2-\frac{\mu^2}{m^2}\sin z^2)}}$.

Für m^3 nehmen wir das arithmetische Mittel aus seinem gröfsten und kleinsten Werthe 1 und μ^3, und da $\mu = \sqrt{(1+kD)}$, so erhalten wir einen constanten Factor der Refraction $\frac{k(1+kD)^{\frac{1}{2}}}{1+(1+kD)^{\frac{1}{2}}}$, wofür sich nahe genug $\frac{\frac{1}{2}k}{1+\frac{1}{4}k}$ setzen läfst.

Den Quotienten $\frac{\mu^2}{m^2} = \frac{1+kD}{1+kD\omega}$ wollen wir abkürzend $= 1+kD(1-\omega)$ setzen. Da nun $x^2 = (1+y)^2 = 1+2\sigma(1-\omega^{\frac{1}{n}})$, so wird:

$$dr = \frac{\frac{1}{2}kD\sin z\, d\omega}{(1+\frac{1}{4}k)\sqrt{(\cos z^2+2\sigma(1-\omega^{\frac{1}{n}})-kD(1-\omega)\sin z^2)}}$$

Wir setzen nun $\omega^{\frac{1}{n}} = t$, also $\omega = t^n$, und $d\omega = nt^{n-1}dt$. Ferner setzen wir $\frac{\cos z}{\sqrt{(2\sigma)}} = \Theta$, $\frac{k}{2\sigma} = s$, und $\frac{k}{\left(1+\frac{k}{4}\right)\sqrt{2\sigma}} = C$.

so wird $dr = \frac{\frac{1}{2}DC\sin z.nt^{n-1}dt}{\sqrt{(1+\Theta^2-sD\sin z(1-t^n))}}$

Dieses müssen wir in eine nach den Potenzen von s geordnete Reihe auflösen, wodurch wir erhalten

$$r = \tfrac{1}{2}DC\sin z\left[\int\frac{nt^{n-1}dt}{\sqrt{(1+\Theta^2-t)}} + \tfrac{1}{4}nsD\sin z^2\int\frac{t^{n-1}(1-t^n)\,dt}{(1+\Theta^2-t)^{\frac{3}{2}}}\right.$$
$$\left. + \tfrac{3}{8}ns^2D^2\sin z^4\int\frac{t^{n-1}(1-t^n)\,dt}{(1+\Theta^2-t)^{\frac{5}{2}}} + \tfrac{5}{16}ns^3D^3\sin z^6\int\frac{t^{n-1}(1-t^n)^2\,dt}{(1+\Theta-t)^{\frac{7}{2}}}\right]$$

die Integralien von $t = 0$ bis $t = 1$ genommen. So viel Glieder werden wohl zur Berechnung aller Refractionen hinreichend seyn. Zu bemerken ist noch, dafs $C = 892''988$ $s = 0{,}031822$. Die Werthe von n und σ sind aus dem Vorigen bekannt.

§. 12.

Das schwierigste Geschäft bei der Entwickelung der Refraction ist nun die Entwickelung der hier vorkommenden Integralien. Wir wollen zuerst $\int\frac{nt^{n-1}dt}{\sqrt{(1+\Theta^2-t)}} = U$ zu bestimmen suchen, wofür wir $\int\frac{(m+1)t^m\,dt}{\sqrt{(1+\Theta^2-t)}}$ setzen wollen.

Wäre m eine ganze Zahl, so wäre das Integral algebraisch und leicht zu finden. Da aber m gewöhnlich ein Bruch ist, so müssen wir suchen eine Reihe zu erhalten, welche bei jedem Werthe von Θ noch schnell genug convergirt, allein für diesen Zweck weifs ich nichts weiter anzuführen, als folgendes:

Man setze $1+\Theta^2-t = u$, so ist

$$t = 1+\Theta^2-u^2,$$
$$t^{m+1} = (1+\Theta^2-u^2)^{m+1},$$

und $(m+1)t^m dt = -2(m+1)(1+\Theta^2-u^2)^m u\,du$,

also $U = -2(m+1)\int(1+\Theta^2-u^2)^m\,du$, welches Integral von $u = \Theta$ bis $u = \sqrt{(1+\Theta^2)}$ genommen werden mufs. Nun zerfälle man die Potenz $(1+\Theta^2-u^2)^m$ in die Factoren $(\sqrt{(1+\Theta^2)}-u)^m(\sqrt{(1+\Theta^2)}+u)^m$, so ist

$$U = -2(m+1)\int(\sqrt{(1+\Theta^2)}-u)^m.(\sqrt{(1+\Theta^2)}+u)^m\,du$$
$$= +2\int(\sqrt{(1+\Theta^2)}+u)^m.d(\sqrt{(1+\Theta^2)}-u)^{m+1}$$
$$= 2(\sqrt{(1+\Theta^2)}+u)^m(\sqrt{(1+\Theta^2)}-u)^{m+1}$$
$$-2m\int(\sqrt{(1+\Theta^2)}-u)^{m+1}(\sqrt{(1+\Theta^2)}+u)^{m-1}du,$$

und wenn man die Entwickelung in der Weise fortmacht, so erhält man die Reihe:

$$U = 2[\sqrt{(1+\Theta^2)}+u]^m[\sqrt{(1+\Theta^2)}-u]^{m+1}\left[1+\frac{m}{m+2}\cdot\frac{\sqrt{(1+\Theta^2)}-u}{\sqrt{(1+\Theta^2)}+u}+\frac{m.m-1}{m+2.m+3}\left(\frac{\sqrt{(1+\Theta^2)}-u}{\sqrt{(1+\Theta^2)}+u}\right)^2\text{u. s. w.}\right]$$

Digitized by Google

wo das Gesetz des Fortganges klar in die Augen springt. Diefs wird nun 0 für $u = \sqrt{(1+\Theta^2)}$; aber, wenn $u = \Theta$ gesetzt wird, so erhält man, da alsdann $(\sqrt{(1+\Theta^2)}-u)^m \cdot (\sqrt{(1+\Theta^2)}+u)^m = (1+\Theta^2-u^2)^m = 1$:

$$U = 2(\sqrt{(1+\Theta^2)}-\Theta)\left(1+\frac{m}{m+2}\cdot\frac{\sqrt{(1+\Theta^2-\Theta}}{\sqrt{(1+\Theta^2+\Theta^2}}\text{ u. s. w.}\right)$$

Nun ist $\frac{\sqrt{(1+\Theta^2-\Theta}}{\sqrt{(1+\Theta^2+\Theta}} = [\sqrt{(1+\Theta^2-\Theta]^2}$, und setzen wir $\sqrt{(1+\Theta^2)}-\Theta = \vartheta$: so wird endlich

$$U = 2[\sqrt{(1+\Theta^2)^2}-\Theta = \vartheta]\left(1+\frac{m}{m+2}\vartheta^2+\frac{m.m-1}{m+2.m+3}\vartheta^4+\frac{m.m-1.m-2}{m+2.m+3.m+4}\vartheta^6\text{ u. s. w.}\right)$$

Für die hier vorkommende Reihe führen wir die Bezeichnung $\Psi(m)$ ein, so dafs also

$$U = 2[\sqrt{(1+\Theta^2)}-\Theta]\,\Psi(m) \text{ ist.}$$

Die Reihe $\Psi(m)$ bricht ab, sobald m eine ganze Zahl ist, und dann ist das Integral algebraisch. Sie mufs immer convergiren, da ϑ seiner Natur nach ein ächter Bruch ist; und läfst selbst noch in dem Falle ihre Anwendung zu, wenn ϑ seinen gröfsten Werth $= 1$ annimmt, wegen der raschen Convergenz ihrer Coefficienten. Uebrigens wird $\vartheta^2 < \frac{1}{4}$ bei einer Zenithdistanz $z = 87°$, woraus die Brauchbarkeit der Reihe noch mehr hervorgeht.

§. 13.

Das Integral $n\int\frac{t^{n-1}(1-t^n)\,dt}{(1+\Theta^2-t)^{\frac{1}{2}}} = U'$ stellt sich zunächst dar durch

$$-\tfrac{1}{2}\int\frac{d(1-t^n)^2}{dt}\cdot\frac{dt}{(1+\Theta^2-t)^{\frac{1}{2}}} = -\int\frac{d(1-t^n)^2}{dt}d.(1+\Theta^2-t)^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{d(1-t^n)^2}{dt}(1+\Theta^2-t)^{-\frac{1}{2}}+\int\frac{d^2(1-t^n)^2}{dt^2}\cdot\frac{dt}{\sqrt{(1+\Theta^2-t)}}.$$

Weil aber der Theil ohne Integralzeichen sowohl für $t = 0$, als auch für $t = 1$ verschwindet: so kann man auch blofs setzen: $U' = \int\frac{d^2(1-t^n)^2}{dt^2}\cdot\frac{dt}{\sqrt{(1+\Theta-t)}}$.

Nun ist $(1-t^n)^2 = 1-2t^n+t^{2n}$, also $\frac{d^2(1-t^n)^2}{dt^2} = 2n\big((2n-1)t^{2n-2}-(n-t)t^{n-2}\big)$, und hieraus folgt sogleich:

$$U' = 4n\,\vartheta[\Psi(2n-2)-\Psi(n-2)].$$

Ganz auf dieselbe Weise findet man die folgenden Integrale:

$$U'' = \tfrac{8}{3}n\vartheta\,[(3n-1)\Psi(3n-3)+(n-1)\Psi(n-3)-2(2n-1)\Psi(2n-3)]$$

$$U''' = \tfrac{16}{15}n\vartheta\,[3(2n-1)(2n-2)\Psi(2n-4)-3(3n-1)(3n-2)\Psi(3n-4)-(n-1)(n-2)\Psi(n-4)+(4n-1)(4n-2)\Psi(4n-4)]$$

Daher erhalten wir für die Refraction die Formel:

$$C.D\sin z\,[\sqrt{(1+\Theta^2)}-\Theta]\left\{\begin{array}{l}\Psi(n-1)\\ \quad+\left\{\begin{array}{r}\Psi(2n-2)\\-\Psi(n-2)\end{array}\right\}n\varepsilon D\sin z^2\\ \quad+\left\{\begin{array}{r}(3n-1)\Psi(3n-3)\\+(n-1)\Psi(n-3)\\-2(2n-1)\Psi(2n-3)\end{array}\right\}\frac{1}{2}n\varepsilon^2D^2\sin z^4\\ +\left\{\begin{array}{r}(4n-1)(4n-2)\Psi(4n-4)\\+3(2n-1)(2n-2)\Psi(4n-2)\\-3(3n-1)(3n-2)\Psi(3n-4)\\-(n-1)(n-2)\Psi(n-4)\end{array}\right\}\frac{1}{8}n\varepsilon^3D^3\sin z^6\end{array}\right\} = r$$

u. s. w.

§. 14.

Die Berechnung der Refraction erfordert demnach hier die Berechnung der Functionen $\Psi(n-1)$, $\Psi(2n-2)$, $\Psi(3n-3)$ und $\Psi(4n-4)$. Wenn aber diese gefunden sind, so lassen sich die übrigen Functionen $\Psi(n-2)$ u. s. w. aus ihnen leichter herleiten, als durch Anwendung der Reihe für $\Psi(m)$ geschehen würde. Man setze

$$\int\frac{mt^{m-1}\,dt}{\sqrt{(1+\Theta^2-t}} = A\int\frac{(m+1)\,t^m dt}{\sqrt{(1+\Theta^2-t}}+Bt^m\sqrt{(1+\Theta^2-t)},$$

so ist, wenn man differentiirt:

$$\frac{mt^{m-1}\,dt}{\sqrt{(1+\Theta^2-t}} = \frac{A(m+1)t^m dt}{\sqrt{(1+\Theta^2-t)}}+mBt^{m-1}dt\sqrt{(1+\Theta^2-t)} - \tfrac{1}{2}Bt^m\,dt\,(1+\Theta^2-t)^{\frac{1}{2}}$$

oder

$$m = \left((m+1)A-\frac{2m+1}{2}B\right)t+mB(1+\Theta^2).$$

Hieraus folgt $B = \frac{1}{1+\Theta^2}$, und $A = \frac{2m+1}{2m+2}\cdot\frac{1}{1+\Theta^2}$.

Folglich ist:

$$\int\frac{mt^{m-1}dt}{\sqrt{(1+\Theta^2-t)}} = \frac{2m+1}{(2m+2)(1+\Theta^2)}\int\frac{(m+1)\,t^m dt}{\sqrt{(1+\Theta^2-t)}}+\frac{t^m\sqrt{(1+\Theta^2-t)}}{1+\Theta^2}.$$

Dieses gibt von $t = 0$ bis $t = 1$ genommen

$$\Psi(m-1) = \frac{2m+1}{(2m+2).(1+\Theta^2)}\Psi(m)+\frac{\Theta}{2(1+\Theta^2)(\sqrt{(1+\Theta^2)}-\Theta)}.$$

Digitized by Google

§. 15.

Man wird nicht erwarten, dafs die Formel des §. 13 durchaus mit den Beobachtungen übereinstimmen werde, aber so viel ist doch gewifs, dafs man mit den Beobachtungen übereinstimmende Resultate erhalten werde, die Refractionen am Horizonte ausgenommen, wenn man die Coefficienten aus Beobachtungen der Refractionen selbst bestimmen will. Um doch wenigstens Ein Beispiel zu geben, so wollen wir die Rechnung mit einer in *Bessels* Fund. Astr. angeführten Beobachtung *Svanberg's* in Lappland vergleichen. Dieser beobachtete am 13ten Dec. 1802 die Zenithdistanz des oberen Sonnenrandes $= 89°\,43'\,45''7$ und die Refraction $= 37'\,47''7$ bei einer Temperatur $-13{,}2$ C. und einer Barometerhöhe von 0,73156 Metern. Daraus berechnet sich die Refraction $= 37'\,51''$, welches von der Beobachtung nur $3''3$ abweicht.

Aber solche Uebereinstimmung findet nicht allenthalben statt, namentlich erhält man weit gröfsere Differenzen, wenn man die Rechnung mit den in *Bessels* Fund. Astr. angeführten Beobachtungen *Bradleys* vergleicht, wo die berechneten Refractionen sämmtlich zu grofs ausfallen. Ein Theil des Fehlers könnte hier auf den Werth von k fallen, welcher in *Bessels* angeführter Schrift ohngefähr um $1''$ kleiner angegeben wird als der oben angeführte. Da indessen hierdurch der Fehler nicht vollkommen gehoben wird, so mufs zu einer Aenderung der Coefficienten in der Formel §. 13 geschritten werden, welches Geschäft mit vieler Mühe verknüpft ist, die ich nicht über mich nehmen konnte, da mir der nöthige Beistand mangelte. Aus diesem Grunde habe ich es auch unterlassen, Refractionstafeln zu berechnen, zumal da ich hiermit nichts über die *Besselsche* Arbeit hätte gewinnen können.

Was aber jetzt in Bezug auf die Theorie der astronomischen Strahlenbrechung geleistet worden ist, läfst, so wie auch die *Besselschen* Refractionstafeln, in der practischen Astronomie nur Anwendung bis etwa 85° oder 86° scheinbarer Zenithdistanz zu. Dieses glaube ich durch die §§. 4 bis 9 auf dem einfachsten und sichersten Wege erreicht zu haben.

Weimar 1837. *Fr. W. Barfufs.*

Ueber die Bahn des Doppelsterns 3062 Struve.

(Im Sternbilde der Cassiopeja, $\alpha = 23°\,57'1$, $\delta = +57°\,28.$)

Dieses telescopische Sternenpaar hat seit *Herschel* bereits mehr als einen halben Umlauf vollendet und ist deshalb wohl geeignet, die noch sehr geringe Zahl derjenigen Sternsysteme, deren Elemente uns einigermafsen bekannt sind, zu vermehren. Da die Zahl der vorhandenen Beobachtungen kaum gröfser ist als die, welche die Theorie absolut erfordert, so konnte die Darstellung derselben verhältnifsmäfsig sehr genau sein, ohne dafs deshalb auf einen bedeutenden Grad der Sicherheit in den Elementen geschlossen werden kann. Diese Beobachtungen sind:

T	p	d	
1782,65	320° 42'		*Herschel* I
1823,81	(36 42)		*Struve* im 5f. Fernrohr
1831,71	87 30	0"820	*Struve* im grofs. Refractor.
1833,71	108 34	0,557	— — —
1835,66	132 37	0,410	— — —
1836,61	146 23	0,466	— — —

Die nur auf Schätzung beruhende Position von 1823,81 ist bei der definitiven Rechnung nicht mit hinzugezogen worden. Die Elemente sind die folgenden:

Halbe grofse Axe	$= a =$	1"0033
Excentricität	$= e =$	0,53169 $= \sin 32°\,7'2$
Abst. des Perihels vom ☊	$= \lambda =$	$36°\,31'2$
Neigung	$= \gamma =$	$25\ 31{,}6$
Aufsteigender Knoten	$= ☊ =$	$126\ 10{,}0$
Umlaufszeit	$=$	84,5140 Jahre.
Zeit des Perihels	$=$	1837,427.

Damit wird erhalten:

T	p	d	Δp	Δd
1782,65	320° 18,9	1"4187	+ 23'1	
1823,81	40 34,8	0,9017	(−231,8)	
1831,71	88 47,0	0,6114	−77,0	+ 0"208
1833,71	108° 34,0	0"545t	0'0	+ 0"011
1835,66	132 37,1	0,4881	— 0,1	— 0,078
1836,61	146 21,7	0,4672	+ 1,3	— 0,001.

Da möglicherweise zwischen 1782 und 1823 nicht 76° sondern $360° + 76°$ zurückgelegt seyn konnten, so versuchte ich auch diese Hypothese. Hier ergab sich aber, wie zu erwarten war, ein Perihel auf der entgegengesetzten Seite, und für die beiden erwähnten Epochen so geringe Distanzen, dafs weder *Herschel* (der doch die Distanz $= 1$ Diameter setzt) noch *Struve* im 5f. Fernrohr ihn hätten doppelt erblicken können.

Wir kennen also jetzt einen Doppelstern, der bei einer Umlaufszeit wie Uranus eine mittlere Distanz von nur 1" zeigt, und bei dem das Product $\pi\sqrt[3]{M}$, oder die mit der Cubikwurzel der Masse multiplicirte Parallaxe $0''0521$ beträgt.

1838,0.	168° 8,2	0"449 (Minimum)
5.	184 27,2	0,452
1839,0.	200 14,3	0,463
5.	214 38,5	0,484
1840,0.	227 14,4	0,520
5.	237 59,1	0,565
1841,0.	247 6,3	0,620
5.	254 48,0	0,676
1842,0.	261 28,2	0,729
5.	267 12,9	0,781
1843,0.	272 15,3	0,831.

Bei dieser Gelegenheit bemerke ich noch, dafs die Umlaufszeit von γ Virginis nicht, wie man bisher angenommen, 5 bis 6 Jahrhunderte, sondern höchstens 180 Jahr ist. Das Nähere darüber behalte ich mir vor, bis eine neue Reihe von Beobachtungen, die im Frühjahr 1838 zu erwarten sind, ein noch fehlendes Berechnungsdatum gegeben haben wird.

Mädler.

Beitrag zur Theorie der astronom. Strahlenbrechung. Von Herrn *Fr. W. Barfufs.* p. 137. — Ueber die Bahn des Doppelsterns 3062 Struve. Von Herrn Dr. *Mädler.* p. 151.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 345.

Ueber ein auf der Dorpater Sternwarte befindliches, mit einem Vertikalkreise versehenes tragbares Durchgangsinstrument aus der mechanischen Werkstäte von *Repsold* in Hamburg.

Von Sr. Excellenz dem Herrn Staatsrath und Ritter *v. Struve.*

(Beschluss.)

Durch Aufstellung der Mikroskope II und IV in Entfernungen von 18° von I und III wurden nun zuerst für den von 315° bis 45° gehenden Quadranten die relativen Verbesserungen für 333°, 351° etc., die ich mit $\delta' x$ bezeichne, so ermittelt, als wenn für die Endpunkte des Quadranten keine Verbesserungen statt fänden. Da aber $\delta 45° - \delta 315° = -1''44$, so sind zu diesen $\delta' x$ für diesen Quadranten noch die Reductionen $-\frac{1}{5}.1''44$; $-\frac{2}{5}.1''44$ etc. hinzugefügt, um die wahren Correctionen δx zu geben. Eben so wurde mit den 3 übrigen Quadranten verfahren. Die erhaltenen Grösen sind folgende:

Quadrant von 315° bis 45°.

	$x = 333°$	$x = 351°$	$x = 9°$.	$x = 27°$
$\delta' x =$	+ 0″38	+ 0″48	+ 0″70	+ 0″15
	+ 0 64	+ 1,23	+ 0,92	— 0,11
	+ 0,85	+ 1,08	+ 1,10	+ 0,26
	+ 0,16	+ 0,35	+ 0,49	— 0,10
Mittel $\delta' x =$	+ 0,51	+ 0,79	+ 0,80	+ 0,05
Reduction =	— 0,29	— 0,58	— 0,87	— 1,16
$\delta x =$	+ 0,22	+ 0,21	+ 0,07	— 1,11

Quadrant von 45° bis 135°.

	$x = 63°$.	$x = 81°$	$x = 99°$	$x = 117°$
$\delta' x =$	— 0″37	— 0″69	— 1″06	— 1″38
	— 0,62	— 0,80	— 1,14	— 1,23
	— 0,31	— 0,57	— 0,61	— 1,80
	— 0,48	— 0,59	— 0,75	— 1,49
Mittel $\delta' x =$	— 0,45	— 0,66	— 0,89	— 1,35
Reduction =	— 1,15	— 0,86	— 0,57	— 0,29
$\delta x =$	— 1,60	— 1,52	— 1,46	— 1,64

Quadrant von 0° bis 90°.

	$x = 18°$	$x = 36°$	$x = 54°$	$x = 72°$
$\delta' x =$	— 0″68	+ 0″11	+ 0″28	— 0″37
	— 0,33	— 0,46	— 0,64	+ 0,28
	— 0,80	— 1,02	— 0,78	— 0,95
	— 1,27	— 0,64	— 0,36	— 0,26
Mittel $\delta' x =$	— 0,77	— 0,50	— 0,37	— 0,32
Reduction =	— 0,29	— 0,55	— 0,81	— 1,07
$\delta x =$	— 1,06	— 1,05	— 1,18	— 1,39

Quadrant von 90° bis 180°

	$x = 108°$	$x = 126°$	$x = 144°$	$x = 162°$
$\delta' x =$	+ 0″31	— 0″02	+ 0″60	+ 0″95
	+ 0,27	+ 0,09	+ 0,09	+ 0,29
	— 0,08	— 0,34	+ 0,40	+ 0,57
	+ 0,27	+ 0,22	+ 0,42	+ 0,62
Mittel $\delta' x =$	+ 0,19	— 0,01	+ 0,38	+ 0,61
Reduction =	— 1,08	— 0,82	— 0,56	— 0,30
$\delta x =$	— 0,89	— 0,83	— 0,18	+ 0,31

Wenn wir nun aus den Δx, welche die erste Untersuchung gab, durch Vereinigung der um 180° abstehenden Grössen zu arithmetischen Mitteln übergehen, zu denen die aus $\Delta 315° = 0°$ und $\Delta 135° = -6''04$ folgende Constante $+3''02$ hinzuzufügen ist, so erhalten wir eine erste Reihe der mittleren Correctionen für Ablesungen an zwei entgegengesetzten Mikroskopen, oder der δx. Aus dieser eben dargestellten Untersuchung ergiebt sich die 2te Reihe derselben. Ich stelle beide hier neben einander, so wie die zur Beurtheilung ihrer Zuverlässigkeit dienenden Unterschiede.

$x =$	$x =$	δx nach der ersten Untersuchung.	δx nach der 2ten Untersuchung.	Unterschiede der beiden Bestimm.
315°	135°	0,00	0″00	
324	144	— 0,67	— 0,18	— 0″49
333	153	— 0,24	+ 0,22	— 0,46
342	162	+ 0,55	+ 0,31	+ 0,24
351	171	+ 0,17	+ 0,21	— 0,04
0	180	+ 0,07	— 0,03	+ 0,10
9	189	+ 0 14	— 0,07	+ 0,21
18	198	— 1,27	— 1,06	— 0,21
27	207	— 1,23	— 1,11	— 0,12
36	216	— 1,58	— 1,05	— 0,53
45	225	— 1,32	— 1,44	+ 0,12
54	234	— 1,86	— 1,18	— 0,68
63	243	— 1,31	— 1,60	+ 0,29
72	252	— 1,76	— 1,89	— 0,37
81	261	— 1,49	— 1,52	+ 0,03
90	270	— 1,36	— 1,34	— 0,02
99	279	— 1,35	— 1,46	+ 0,11
108	288	— 1,17	— 0,89	— 0,28
117	297	— 1,62	— 1,64	+ 0,02
126	306	— 1,30	— 0,83	— 0,47
134 56′	314 56′	— 1,22		

Digitized by Google

Die Uebereinstimmung der beiden Reihen ist eine gewifs sehr befriedigende vorzüglich in den Octanten. Die Summe der Quadrate aller Unterschiede ist 1,9153, woraus sich unter Annahme eines gleichen Gewichts beider Reihen der wahrscheinliche Fehler der Bestimmungen jeder Reihe 0″151 ergäbe. Da aber auf jeden Fall der 2ten Reihe der Vorzug gebührt, indem sie auf mehr Theilstrichen und Ablesungen beruht, auch mit gröfserer Sorgfalt angestellt ist, so vereinige ich beide Reihen zu einem Endresultate unter Annahme eines doppelten Gewichts für die 2te Reihe, und erhalte nun folgende Endwerthe der δx, deren wahrscheinliche Fehler 0″076 betragen:

Endwerthe der mittleren Correctionen δx für 2 um 180° von einander abstehende Punkte.

x		δx	x		δx
315°	135°	0″00	54°	234°	— 1″41
324	144	— 0,34	63	243	— 1,50
333	153	+ 0,07	72	252	— 1,51
342	162	+ 0,39	81	261	— 1,51
351	171	+ 0,20	90	270	— 1,35
0	180	0,00	99	279	— 1,42
9	189	0,00	108	288	— 0,98
18	198	— 1,13	117	297	— 1,63
27	207	— 1,15	126	306	— 0,99
36	216	— 1,23	134 56′	314 56′	— 1,22
45	225	— 1,40			

Vereinigen wir endlich nun noch die um 90° von einander abstehenden δx, so ergeben sich uns nach Abzug der Constanten 0″70 diejenigen Correctionen ξ, welche für das Mittel aus den Ablesungen an 4 Mikroskopen aus unserer Untersuchung unmittelbar hervorgehen, wie folgt:

u	x	x	x	x	Correction ξ beobachtet.
0°	315°	45°	135°	225°	0″00
9	324	54	144	234	— 0,17
18	333	63	153	243	— 0,01
27	342	72	162	252	+ 0,14
36	351	81	171	261	+ 0,05
45	0	90	180	270	+ 0,03
54	9	99	189	279	— 0,01
63	18	108	198	288	— 0,35
72	27	117	207	297	— 0,69
81	36	126	216	306	— 0,41
89 56′	44 56′	134 56′	224 56′	314 56′	— 0,61

Der analytische Ausdruck dieser Correction findet sich, wenn wir nun mit u den Abstand eines jeden x von dem Anfangspunkt seines Quadranten bezeichnen oder respective von 315°, 45°, 135° und 225°:

$$(\odot)\ldots \xi = +0''128 - \frac{u}{90^0}\cdot 0''612 + 0''207\ \sin(4u + 70^0\,51')$$

Die Uebereinstimmung dieser Formel mit den beobachteten ξ ist so genau, dafs die Unterschiede sich so darstellen:

$+0''07$; $+0''12$; $+0''02$; $+0''07$; $-0''03$;
$+0,01$; $+0,11$; $-0,05$; $-0,20$; $+0,21$;

woraus sich der wahrscheinliche Fehler jedes beobachteten ξ gleich 0″111 ergiebt. Die Werthe der Formel geben folgende Tafel, welche als die an die Ablesungen im Mittel aus 4 Mikroskopen anzubringenden Correctionen anzusehen sind, wobei zur Constante + 0″068 hinzugefügt ist, um für die respectiven Anfangspunkte des Quadranten Null zu erhalten.

Tafel der an das Mittel der Ablesungen von 4 Mikroskopen anzubringenden Verbesserungen nach Formel ($\odot$).

Ablesung x	Ablesung x	Ablesung x	Ablesung x	Correction ξ.	Wahrsch. Fehler.
315°	45°	135°	225°	0″00	
324	54	144	234	+ 0,02	0″034
333	63	153	243	+ 0,08	0,034
342	72	162	252	+ 0,14	0,034
351	81	171	261	+ 0,15	0,035
0	90	180	270	+ 0,09	0,035
9	99	189	279	— 0,05	0,036
18	108	198	288	— 0,24	0,036
27	117	207	297	— 0,42	0,037
36	126	216	306	— 0,55	0,038
44 56′	134 56′	224 56′	314 56′	— 0,61	0,016

Der Ort des Zeniths liegt auf unserem Instrumente sehr nahe bei 180° und ist 179° 48′. Hiermit ergeben sich nun die an die durch unser Instrument aus Beobachtung in beiden Lagen gezogenen Zenithdistanzen $= z$ anzubringenden von den Theilungsfehlern herrührenden Verbesserungen $= \zeta$, die ich hier folgen lasse:

z	ζ	W. F.
0° 0′	0″00	0″026
9 0	— 0,10	0,026
18 0	— 0,19	0,026
27 0	— 0,25	0,026
36 0	— 0,29	0,026
44 48	— 0,31	0,008
44 52	- 0,00	0,000
45 8	0,00	0,000
45 12	+ 0,31	0,008
54 0	+ 0,29	0,026
63 0	+ 0,25	0,026
72 0	+ 0,19	0,026
81 0	+ 0,10	0,026
90 0	0,00	0,026

Das Resultat dieser Untersuchung ist ungefähr folgendes:

Der Vertikalkreis unsers Instruments von 13½ Zoll Durchmesser ist so genau getheilt, dafs die gröfsten Correctionen, welche an die bei Ablesungen der 4 Mikroskope in beiden Lagen gewonnenen Zenithdistanzen anzubringen sind, nur $\mp$ 0′31 betragen. Die Feinheit und Regelmäfsigkeit der Theilung ist aber eine so ausgezeichnete, dafs diese zwischen 0 und $\mp$ 0′31 liegenden anzubringenden Verbesserungen mit einer Sicherheit erkannt wurden, die über deren Anwendbarkeit gar keinen Zweifel übrig

Digitized by Google

läfst. Der wichtigste Fehler der Theilung ist der Sprung zwischen dem letzten und ersten Striche, der 2″46 beträgt. Wäre er nicht berücksichtigt, so würde sein Einfluss zwar durch den Gebrauch von 4 Mikroskopen auf 0″61 und bei den Zenithdistanzen bis auf 0″305 reducirt werden. Erkannt wird dieser Sprung völlig unschädlich.

Bei den Instrumenten deutscher Künstler werden die Theilungen von den mit hoher Vollendung gearbeiteten Theilmaschinen übertragen. Die bisher an mehrern Instrumenten aus München und an diesem aus Hamburg angestellten Untersuchungen haben die Genauigkeit dieser Abtragungen erkennen lassen. Für alle tragbaren Instrumente dieser Künstler, die so eingerichtet sind, dafs die Winkelmessung von verschiedenen Punkten aus beginnen kann, ist jede Prüfung der Theilung überflüssig. Soll aber ein Instrument, das seiner Bestimmung und seinem Bau nach dieser Einrichtung entbehren mufs, soll namentlich ein gröfseres Meridianinstrument genaue Declinationen gewähren, so mufs der Astronom die Theilung am zusammengesetzten und aufgestellten Instrumente untersuchen. Die Ergebnisse dieser Untersuchung werden aber nur dann völlige Anwendbarkeit haben, wenn das Gesetz der Continuität nirgends unterbrochen ist, oder wenn der Astronom den Punkt oder die Punkte kennt, wo Sprünge eingetreten sind. Er mufs also erstens wissen, wo der Künstler zu theilen angefangen hat. Es ist aber nicht möglich, dafs alle Striche in einem regelmäfsig fortschreitenden Zuge copirt werden. Es werden Pausen gemacht. Bei diesen Pausen können durch Temperaturveränderungen Sprünge entstehen. Die Aufsuchung dieser Sprünge ist bei der grofsen Zahl der Intervalle für den Astronomen unmöglich. Es mufs daher zweitens jeder Strich, bei welchem der regelmäfsige Fortgang der Theilung unterbrochen wurde, angegeben werden. Ja es scheint am besten, wenn bei der Abtragung nur nach bestimmten Intervallen, z. B. nach den Octanten pausirt werde, und der Künstler hat für den Astronomen eine vollständige Geschichte der Theilung des Instruments zu geben, in welcher die Zeiten des Anfangs, jedes Absatzes und Wiederanfanges und andere Umstände, deren Kenntnifs von Wichtigkeit seyn kann, verzeichnet sind.

Endlich bliebe, um Alles, was die Ablesungen der Theilung an unserm Instrumente betrifft, geprüft zu haben, noch zu untersuchen, mit welcher Sicherheit die Micrometerschrauben das Intervall von 4 Minuten zwischen den benachbarten Strichen einzutheilen im Stande sind. Ich gestehe, dafs es mir zweifelhaft ist, dafs bei einem Instrumente von so kleinem Radius, wie das unsrige, die Schraube eine Regelmäfsigkeit hat, die derjenigen Genauigkeit entspricht, mit der die Theilungsfehler erkannt sind und die einzelnen Einstellungen ausgeführt werden können. Hier haben gröfsere Instrumente einen entschiedenen Vorzug vor den kleinern, wenn dieselbe Genauigkeit der Schraube vorausgesetzt wird. Constante Fehler werden aber aus diesen Unvollkommenheiten der Schraube nicht hervorgehen, wenn bei Meridianinstrumenten der Ort des Zeniths oder des Pols von Zeit zu Zeit innerhalb der Grenze eines Intervalls zweier Theilstriche durch Verstellung der Wasserwage verändert wird. Bei dem Gebrauch unseres Instruments eliminiren sie sich durch die Aenderungen der Zenithdistanzen in der Nähe des Meridians, und in dieser Hinsicht ist es vortheilhaft, die Beobachtungen so weit vom Meridian abzubringen, dafs diese Aenderungen sich bis auf einige Minuten, d. h. bis zum Betrage eines Intervalls belaufen. Es versteht sich von selbst, dafs die mittlern Werthe der von der Micrometerschraube angegebenen Theile, die etwas von Bogensecunden abweichen, für alle Schrauben auf ähnliche Weise ermittelt werden müssen, wie es fürs Mikroskop I geschehen ist, für welches wir oben $237^{t},67 = 240''$ oder $t = 1''0098$ gefunden haben; und dafs bei jeder Einstellung die letzte Bewegung eine positive seyn mufs, um den Einfluss des todten Ganges zu vermeiden.

Der Erfolg der mit einem Instrumente angestellten astronomischen Beobachtungen läfst aber erst über die Vollkommenheit desselben ein endliches Urtheil fällen. Durch andere Arbeiten vielfach in Anspruch genommen, kann ich jetzt nur eine geringe Zahl von Beobachtungen vorlegen, die zur Bestimmung der Polhöhe von Dorpat aus den Zenithdistanzen der Polarsterne und Fundamentalsterne an wenig Tagen gemacht sind, Beobachtungen, zu denen ich vorzüglich durch einen Besuch veranlafst wurde, mit dem Sr. Excellenz der Admiral *von Greig*, Präsident der Commission zur Begründung der Sternwarte in Pulkowa, die Dorpater Sternwarte im Augustmonat dieses Jahres erfreute, indem der Herr Admiral das ausgezeichnete Instrument durch eigene Beobachtungen näher kennen zu lernen wünschte.

Die nachfolgenden einzelnen Polhöhen sind aus je 4 Einstellungen nach jedem Sterne abgeleitet worden, von denen 2 bei Kreis links, 2 bei Kreis rechts gemacht sind, die zusammen einen Satz bilden. Ich stelle sie hier der Zeitfolge nach zusammen und bemerke, dafs bei denselben die kleinen oben gefundenen Correctionen der Theilung schon angebracht sind und dafs ich die Declinationen der Polarsterne unmittelbar aus der Berliner Ephemeride nahm, an die Declinationen der Fundamentalsterne aber die kleinen Veränderungen anbrachte, welche die Dorpater Beobachtungen nach Obs. Dorp. Vol. VI fordern, nehmlich:

für Capella	+ 0″18	für Procyon	+ 1″12
α Orion.	+ 0,37	Arcturus	+ 0,09
Sirius	+ 0,26	γ Aquilae	+ 0,87.

Digitized by Google

Polhöhen an *Repsold's* Kreise.

	Datum.	Stern.	Polhöhe.	Beobachter.
1)	1836 Juli 29	Polaris $14^h 15'$	$58°22'47''7$	*Struve.*
2)		—— ——	47,6	——
3)	1837 Aug. 11	Polaris $14^h 25'$	47,7	——
4)		—— ——	47,3	——
5)		—— ——	47,2	——
6)		—— ——	46,9	——
7)	Aug. 13	Polaris $15^h 50'$	48,6	Adm. *Greig.*
8)		—— ——	48,2	—— ——
9)	Aug. 16	Capella unt. Pol.	50,2	*Struve.*
10)		δ Ursae min.	47,0	——
11)		—— ——	49,1	——
12)		γ Aquilae	47,0	——
13)	Aug. 17	Polaris $18^h 10'$	49,1	*O. Struve.*
14)		Sirius	45,1	*Struve.*
15)		Polaris $7^h 35'$	46,9	*O. Struve.*
16)		—— ——	46,3	——
17)	Aug. 18	Arcturus	45,6	——
18)		——	46,0	——
19)		Capella unt. Pol.	47,7	*Struve.*
20)		—— ——	49,1	——
21)		α Orionis	44,7	——
22)		Sirius	44,6	——
23)		——	45,2	——
24)		Procyon	45,8	——

Ehe wir aus diesen Angaben ein Endresultat ziehen, wollen wir noch ein Paar Bemerkungen vorangehen lassen.

1) Die Uebereinstimmung der gedoppelten in einem Satze vorkommenden gleichartigen Beobachtungen läfst uns, nachdem sie auf den Meridian reducirt sind, die Sicherheit der einzelnen Einstellung beurtheilen. Um ein Beispiel zu geben, stelle ich hier die 8 von dem Herrn Admiral gemachten Einstellungen, die oben zu 2 Resultaten vereinigt sind, zusammen.

Meridianort des Polarsterns in der untern Culmination.

Kreis links:	$212°56'53''7$	Kreis rechts:	$146°36'21''4$
	53,5		20,7
	55,5		21,7
	53,0		19,7
Mittel	$212°56'53''92$		$146°36'20''87$

Hieraus:

Ort des Zeniths: $179°46'37''40$

Meridianzenithdistanz: $33\ 10\ 16''52$

Aus allen 96 bei den obigen Polhöhen gemachten Einstellungen paarweise verglichen, ergiebt sich:

der wahrscheinl. Fehler einer einmaligen Einstellung $= 0''66$.

In diesem Fehler ist der Einfluss des Zielens auf den Stern, der Ablesung fürs Mittel der 4 Mikroskope, der Unvollkommenheit der Schrauben des Mikrometers und des Mittels der Ablesung beider Wasserwagen enthalten. Woraus sich ergiebt, dafs die einzelnen Elemente mit merkwürdiger Genauigkeit erkannt werden müssen, da diese Sicherheit selbst an einem grofsen Meridianinstrumente genügen würde.

2) Bei jeder einzelnen Beobachtung sind von mir beide Wasserwagen des Mikroskopenträgers abgelesen worden. Die obere ist auf stählernen Ringen umzustellen, ich brauche sie aber ohne Verstellung. Sind O und U die nach jeder Wasserwage anzubringenden Correctionen der Ablesung, so wird das Mittel $\frac{O+U}{2}$ gebraucht und $O-U$ mufs eine Constante seyn, wenn keine relative Verstellung Statt findet. Ich gebe hier die $O-U$ bei der allerersten gedoppelten Beobachtungsreihe:

		Diff. v. Mittel.
$O =$	$U + 2''2$	$+ 0''2$
	$+ 2,6$	$+ 0,6$
	$+ 2,0$	$0,0$
	$+ 1,8$	$- 0,2$
	$+ 2,2$	$+ 0,2$
	$+ 2,0$	$0,0$
	$+ 1,4$	$- 0,6$
	$+ 1,9$	$- 0,1$
Mittel $O =$	$U + 2''01$	

Hiernach würde folgen, dafs für $\frac{O+U}{2}$ der wahrscheinliche Fehler nur $0''12$ wäre. Auf jeden Fall ist die Genauigkeit des Mittels beider Wasserwagen eine völlig ausreichende, ohnerachtet sie bei ihrer kleinen Dimension von 4 Zoll nicht zu den empfindlichsten gehören. Ich finde den Bogenwerth einer Eintheilung von einer Linie $= 4''0$ und $2''4$.

3) Vom 11ten bis auf den 13ten August war am Instrumente in Bezug auf die Mikroskope und die Wasserwagen nichts geändert worden. Ebenso vom 17ten bis zum 18ten August. In einem solchen Falle müssen die Oerter des Zeniths constant seyn auch bei verschiedenen Sternen, wenn nehmlich das Instrument in der Verbindung seiner wirkenden Theile fest ist; ich gebe hier die zusammengehörigen Oerter des Zeniths:

11ten und 13ten August.

			Diff.v.Mittel.
Aug. 11.	Polaris	$269°46'37''6$	$+ 0''8$
		36,8	0,0
		35,8	$- 1,0$
		36,3	$- 0,5$
Aug. 13.	——	37,1	$+ 0,3$
		37,3	$+ 0,5$
	Mittel	$269°46'36''82$	

Digitized by Google

17ten und 18ten August.

			Diff. v. Mittel.
Aug. 17.	Sirius	269° 47′ 19″5	+ 1″0
	Polaris	18,4	— 0,1
	———	18,1	— 0,4
Aug. 18.	Arcturus	19,4	+ 0,9
	———	19,1	+ 0,6
	Capella unt. Pol	18,5	0,0
	———	19,5	+ 1,0
	α Orionis	18,0	— 0,5
	Sirius	16,5	— 2,0
	———	17,6	— 0,9
	Procyon	18,9	+ 0,4
	Mittel	269° 47′ 18″50	

Nur bei dem so südlichen und seines Glanzes wegen so schwierigen Sirius findet einmal eine Abweichung von 2″0 vom Mittel statt, sonst kommt keine gröfser als 1″0 vor. Es wäre interessant zu beobachten, wie sich der Ort des Zeniths in längern Perioden hält.

Wenden wir uns nun wieder zu den obigen 24 Polhöhen. Man sieht gleich, dafs der in der Nähe des Nordhorizonts beobachtete Stern Capella die gröfsten Polhöhen giebt, dafs die südlichen Sterne die kleinsten gewähren. Hiedurch ist eine kleine Biegung des Fernrohrs deutlich ausgesprochen. Unter Annahme, dafs diese dem Sinus der Zenithdistanz proportionirt ist, erhalten wir folgende Gleichungen für die Polhöhe, geordnet vom Nordhorizonte an durch den Scheitel bis zum südlichen, wenn b die Constante der Biegung ist.

$$\begin{aligned}
\varphi = 58°22'50''2 &- 0,97\,b \\
47,7 &- 0,97\,b \\
49,1 &- 0,97\,b \\
47,7 &- 0,55\,b \\
47,6 &- 0,55\,b \\
47,7 &- 0,55\,b \\
47,3 &- 0,55\,b \\
47,2 &- 0,55\,b \\
46,9 &- 0,55\,b \\
48,6 &- 0,54\,b \\
48,2 &- 0,54\,b \\
49,1 &- 0,53\,b \\
46,9 &- 0,53\,b \\
46,3 &- 0,53\,b \\
47,0 &- 0,47\,b \\
49,1 &- 0,47\,b \\
45,6 &+ 0,62\,b \\
46,0 &+ 0,62\,b \\
47,0 &+ 0,75\,b \\
44,7 &+ 0,78\,b \\
45,8 &+ 0,80\,b \\
45,1 &+ 0,97\,b \\
44,6 &+ 0,97\,b \\
45,2 &+ 0,96\,b
\end{aligned}$$

Woraus sich ergeben als Endwerthe:

$\varphi = 58°22'46''85$, $b = +1''84$

wahrscheinl. Fehler 0,12; 0,18.

Die mit $b = +1''84$ folgenden einzelnen Polhöhen sind:

		Diff. v. allgem. Mittel.	Mittel für die einzeln. Sterne.
Capella unt. d. Pol	$\varphi = 58°22'48''4$	+ 1″5	
	45,9	— 1,0	58° 22′ 47″20
	47,3	+ 0,4	
Polaris	46,7	— 0,2	
	46,6	— 0,3	
	46,7	— 0,2	
	46,3	— 0,6	
	46,2	— 0,7	
	45,9	— 1,0	58 22 46,60
	47,6	+ 0,7	
	47,2	+ 0,3	
	48,1	+ 1,2	
	45,9	— 1,0	
	45,4	— 1,5	
δ Ursae minoris	46,1	— 0,8	
	48,2	+ 1,3	58 22 47,15
Arcturus	46,7	— 0,2	
	47,1	+ 0,2	58 22 46,90
γ Aquilae	48,4	+ 1,5	
α Orionis	46,1	— 0,8	
Procyon	47,3	+ 0,4	
Sirius	46,9	0,0	
	46,4	— 0,5	58 22 46,77
	47,0	+ 0,1	

Allgemeines Mittel $= 58°\,22'\,46''85$.

Der wahrscheinliche Fehler einer einmaligen Polhöhe aus einem Satze von 4 Einstellungen ist hiernach 0″58.

Uebrigens kann das gefundene Resultat keinen Anspruch darauf machen, als eine neue absolute Bestimmung der Dorpater Polhöhe zu gelten, da es mit dem Einflusse der Declinationen behaftet ist. Für eine absolute Bestimmung hätte überdies der Biegungscoefficient direct d. h. durch Messungen zwischen entgegengesetzten Fernröhren ermittelt werden müssen. Hier beruht er vorzugsweise auf den mit einer grofsen Refraction behafteten Zenithdistanzen von Sirius und Capella. Sehr leicht möglich, dafs die Refractionen etwas zu klein berechnet sind, weil das Thermometer an einer Stelle aufgehängt war, wo die Temperatur wohl etwas zu hoch gefunden werden mufste. Wir werden uns daher nicht wundern, wenn unser Resultat mit der aus vielfachen Bestimmungen in meiner Gradmessung abgeleiteten Polhöhe nicht innerhalb der wahrscheinlichen Fehler übereinstimmt. Diese ist für die Mitte des Thurms 58° 22′ 47″30 und für den Ort des *Repsold*schen Kreises, der 0″26 nördlicher steht, 58° 22′ 47″56 um 0″71 gröfser als der *Repsold*sche Kreis sie giebt. Auf jeden Fall ist aber die Uebereinstimmung der mit diesem Instrumente gewonnenen Resultate für sich betrachtet eine bewunderungswürdige.

Dorpat im October 1837. *W. Struve.*

Digitized by Google

Schreiben des Herrn *Bianchi*, Directors der Sternwarte in Modena, an den Herausgeber.

Modena 1837. Mai 6.

C'est sans doute un des phénomènes les plus remarquables et merveilleux du ciel étoilé que celui des étoiles qu'on appelle changeantes, variables ou périodiques. Et il me semble qu'il seroit même important de l'observer avec beaucoup de soin et de précision pour en saisir et fixer les circonstances qui se renouvellent le plus constamment; parcequ'on parviendroit par ce moyen à démêler les lois de leurs changemens de lumière ou d'aspect, et peut-être aussi on réussiroit à pouvoir assigner la cause physique la plus vraisemblable de ce phénomène singulier, et à étendre ainsi nos connoissances sur cet point reculé du Syatème du Monde. Pourtant il faut avouer que nous en sommes restés sur cet objet aux observations des siècles précédens et que dans le nôtre, occupé de bien d'autres recherches et découvertes d'Astronomie, on n'a donné presque aucune attention aux étoiles périodiques et on n'a pas profité pour elles des grands perfectionnements des instruments et des Lunettes modernes. Mr. *de Lalande* au sujet de ces étoiles avait dit (Astron. T. I. §. 824) „Ces variations des étoiles sont bien dignes de l'attention des observateurs curieux..... Un jour viendra peut-être où les sciences auront assez d'amateurs pour qu'on puisse suffire à ces détails" à quoi Sir *John Herschel* vint d'ajouter il-y-a quelques années „Assurément ce jour est maintenant arrivé (Traité d'Astr. traduit de l'anglais. Bruxelles. pag. 511)." Mais si cela est vrai à présent pour le nombre des amateurs de la Science, il ne l'est pas de même pour les résultats de ces travaux; et dans les livres récens d'Astronomie, comme celui d'*Herschel* (Chap. XII. §§. 593—597), on ne trouve pas de nouvelles ou de plus exactes indications sur les étoiles périodiques que celles que *Lalande* nous laissa exposées, il y a presqu'un demi-Siècle, dans son Astronomie aux §§. 794—825. C'est d'après ces reflexions que je n'ai pas cru tout-à-fait inutile de vous entretenir, dans cette lettre, sur celle des périodiques qu'on signala la première, qu'on a observé plus que les autres, et qu'on appelle Omicron ou la variable de la Baleine. Pendant quelques années j'en ai remarqué de temps en temps l'éclat ou la grandeur; mais dernièrement j'en ai pu suivre la période et les phases près de son grand éclat, circonstance qui aura lieu aussi pour quelques années à venir: et c'est pourquoi j'espère d'exciter ici la curiosité des autres observateurs à diriger soigneusement les regards à cette étoile, en comparer les apparences, et à vouloir bien vous en communiquer les résultats pour les publier dans votre Journal.

Et premièrement en observant la variable de la Baleine à son passage meridien le jour 4 Févr. 1836 je jugeais qu'elle avait alors atteinte sa plus grande clarté, parce qu'elle me parut ce jour là de 3me grandeur; tandis que je l'avais vue un mois anparavant de 10me grandeur, et qu'après elle perdit en force ou intensité de lumière. Or, à ce que dit *Lalande* (§. 794) l'étoile était à son plus grand éclat le 9 Août 1782, et en supposant que de cette époque au 1 Févr. 1836, ou dans l'intervalle de 19532 joura, le nombre de révolutions ou de périodes de l'étoile aie été de 58, on en tire la valeur d'une période = 336j,76. De même on dit, d'après les observations de *Bode*, que l'étoile avait été à son plus grand éclat le 15 Nov. 1779; ce qui comparé à mon observation, ou pour l'interval de jours 20531, et en supposant le nombre des périodes accomplies = 61, donne la valeur de la période = 336j57. En remontant encore plus loin, et en choisissant l'époque du commencement d'Août 1703, où selon *Cassini* l'étoile se voyait à son maximum de clarté, on en tire avec mon observation l'intervalle de jours 48396 (en y comprenant toujours les années bissextiles), et en admettant 144 pour le nombre correspondant des périodes éconlées, on a la valeur d'une période = 336j,08. Mais si dans ces trois comparaisons au lieu de supposer les nombres des périodes écoulées dans les intervalles correspondans 58, 61 et 144 on les avoit supposés respectivement 59, 62 et 146, on en auroit obtenu les valeurs d'une période 331,05; 331,14; 331,48. On voit pourtant que les valeurs d'une période s'accordent bien entr'eux dans l'une des hypothèses sur le nombre des périodes aussi que dans l'autre. Si c'est la première hypothèse qui a réellement eu lieu, on en déduira que la période des variations de l'étoile s'accroît ou s'allonge successivement; parce que *Boulliaud* l'assignait de 333 jours dans le 1667; plus tard *Cassini* l'établit de jours 334; *Herschel* la donne de 334j,75 (Traité d'Astr. §. 595); et moi je la trouve d'après les observations plus récentes = 336j,76. Si c'étoit l'autre hypothèse qui se serait verifiée, alors au contraire la période aurait soufferte une diminution, ou serait devenue plus rapide. Et si entre les deux hypothèses nous nous en tenons au résultat moyen nous aurons les trois valeurs de la période 333,91; 333,60; 333,78; ce qui s'accorderoit avec la détermination de *Cassini*, et aussi en supposant de 145 le nombre exact des périodes accomplies dès le commencement d'Août 1703 à celui de Févr. 1836. Quelle est donc la valeur vraie de la période, si pourtant il y en a une qui soit uniforme ou invariable? Pour ne pas se tromper d'une ou plusieurs révolutions il faut renoncer, ce me semble, aux observations anciennes et s'en tenir aux modernes; mais dans celles-ci pour compenser l'avantage du long intervalle entre les termes comparés, il sera nécessaire de fixer avec la plus grande précision possible les points mêmes de comparaison, ou le temps et ce que l'on prend pour le maximum d'éclat de l'étoile; car sans cette précaution on pourroit s'égarer

Digitized by Google

de beaucoup dans le résultat. Or je viens de remarquer dans les deux dernières périodes de l'étoile qu'elle acquiert le plus grand éclat assez rapidement, parce que dans un mois à peu-près je l'ai vu passer de la 10me grandeur à la 3me, et ensuite elle s'affoiblit un tant soit peu, mais en reprenant peu après sa vivacité et en oscillant ainsi pendant un intervalle peut-être variable et toutefois assez long, comme on le verra par les observations de la dernière période. C'est donc l'instant, où l'étoile atteint proprement et de premier coup son grand éclat sans aucune oscillation précédente, qu'il faut choisir pour la détermination de la période; et outre cela il sera bon d'observer l'étoile à sa plus grande hauteur, ou dans le méridien, et de notre en même tempa l'état de transparence ou de pureté de l'atmosphère: surtout il conviendroit d'employer à ces déterminations un appareil photométrique appliqué à la lunette.

Voici maintenant les observations ou estimes de la grandeur de l'étoile, que j'ai jugée tout simplement à la vue dans le champ éclairé de la lunette, mais après avoir acquis une certaine expérience par un grand nombre d'étoiles observées.

Dates.	Grandeur appar. de l'étoile.	Etat atmosphèrique.	Notes.
1835 Décbr. 12	10.11	Serein.	Toutes ces observations faites au passage mérid. et à la lunette du cercle.
1836 Janv. 5	10+	Idem.	
Févr. 1	3	Idem.	
6	5.6	air un peu voilé.	
9	5	beau serein.	
11	6	Serein.	L'ét. à peine vis.
1836 Novbr. 9	9	Ser. voilé: clair de lune.	Aussi ces observations faites au méridien et à la lunette du cercle
25	8.9	Serein: clair de Lune.	
Décbr. 3	7.8	Serein ombragé.	
8	6	Ser.: dep. brouillard.	
10	6	Serein.	
17	4.5	quelq. nuage: cl. de L.	
22	4.+	Ser. beau: cl. de Lune.	
26	3.4	Serein voilé.	
30	3.4	Serein.	
1837 Janvr. 3	4.5	Idem.	
4	4.5	Idem.	
8	5	Idem.	
12	5	Idem: clair de Lune.	
21	5	Idem: clair de Lune.	
27	5	Idem.	
Févr. 1	4.+	air légèrement couvert.	
3	4.+	air très-pur.	
7	3.4	Serein beau.	
26	5	Serein.	Ces dern. observ. fait. hors du mér. à 6h de tems vrai et avec des lunettes moindres.
Mars 4	5	Idem.	
8	6	Serein beau.	
10	6	Idem.	
18	5	Idem.	

On a dit en second lieu l'o de la Baleine a disparu quelquefois entièrement (v. *Lalande* et *Herschel*, Oeuvres et §§. ci-dessus mentionés); et c'est pourquoi on donne l'échelle de ses variations de grandeur de 2 à 0. Qu'il me soit permis de douter ou que cette disparition totale n'est point arrivée, ou que les phénomènes de l'étoile ont fort changé de nos jours. En effet je n'ai pas manqué d'observer la variable au méridien dans les années ci-devant, et, sans en reporter ici les positions, je puis bien en garantir (moins quelque petite différence et incertitude sur le jugement de la grandeur) le tableau suivant de la visibilité de l'étoile.

Dates.	Grand app. de l'étoile.	Dates.	Grand. app. de l'étoile.
1831 Janvier 4	6.7	1833 Octbr. 16	6.7
27	8	Décbr. 11	9 10
Décbr. 4	5	23	10
25	6	1834 Janvr. 6	9.10
1832 Janvier 19	6.7	17	10
Décbr. 16	9.10	Décbr. 5	10.11 *)
27	9	1835 Janvr. 24	10+
1833 Janvier 11	10	*) Egale à la suivante.	
17	10.11		

Si on fait réflexion à présent que l'étoile devait avoir dans l'année 1833 son grand éclat au mois de Mai, et qu'au commencement de l'année par consequent elle était près de la phase opposée, et que néanmoins elle y était assez visible avec une bonne lunette comme celle de mon cercle, il faut en conclure qu'elle n'avait pas disparu. J'observe encore une circonstance qui n'a été jamais remarquée par les observateurs de la variable, ou dont je ne trouve au moins aucune mention faite; et c'est que dans le champ obscur de la lunette, la variable étant dans le centre et pour un rayon de 11 à 12 minutes en arc, on voit seulement une petite étoile de 11me grandeur, plus australe que la variable de 7″ à 8″ en arc et qui la suive à peu-près de 9″ en tems. Cette petite étoile compagne à la périodique ne change jamais d'éclat et présente en soi même un objet de comparaison aux variations de l'autre, qui dans sa moindre phase lui devient sensiblement égale; comme je le jugeais dans l'observation du 5 Décembre 1834. Or si les anciens observateurs de la variable n'ont point signalé la petite compagne de o Baleine, cela est un argument qu'ils ne voyaient pas celle-ci dans les points de sa plus faible clarté, et en consequence ils annoncaient que l'étoile avait disparu. Il est convénable donc de rectifier à cet égard la table des périodiques donnée par *Herschel* (pag. 508), ou on lit pour o de la Baleine les variations de grandeur de 2 à 0; pendant que pour χ du Cygne on y lit des variations de 6 à 11.

Enfin, sur le témoignage d'*Hevelius*, *Lalande* et *Herschel* prétendent que la changeante de la Baleine fut quatre années entières sans paroître; savoir, depuis le mois d'Octobre 1672 jusqu'au mois de Décembre 1676. Je ne puis pas pour le moment consulter l'ouvrage d'*Hevelius* où cela a été dit; mais je me permettrai sur ce point une remarque. La périodique vient d'atteindre son grand éclat au commencement à peu-près de l'année courante. Soit maintenant t le nombre des années entre

Digitized by Google

cette dernière et une autre époque quelconque au commencement de l'année respective. En prenant pour la valeur de la période celle de jours 334, comme la plus généralement reçue, on aura le rapport $\frac{365,2425}{334}.t$ pour exprimer le nombre des périodes accomplies par l'étoile de l'une des époques à l'autre, et la partie entière du quotient sera elle même ce nombre; car le numerateur de la partie fractionnaire, ou le résidu exprimé en jours, indiquera pour l'autre époque le jour de l'année correspondente où l'étoile atteignit son éclat maximum, et seulement ce résidu sera additif ou soustractif au commencement de l'année donnée de l'autre époque, selon que cette époque est antérieure ou postérieure au 1837. Cela posé, on trouve que depuis 1672 jusqu'au 1837, 180 périodes des variations de l'étoile se sont écoulées et que 145 jours restent; par conséquent l'étoile brillait à son maximum le 24 Mai 1672, et dans les trois années suivantes cela venait d'arriver vers la fin des mois d'Avril, Mars et Février. Or l'étoile à ces tems et pour nos latitudes moyennes passe au méridien en plein jour après midi, et on ne pouvait pas la voir que vers la moitié de Mars le soir à une petite hauteur occidentale. Lorsque donc *Hevelius* pensa que dans les quatre années ci-dessus l'étoile avait cessé de paroître, ce fut qu'elle pendant les mois de son cours nocturne sur l'horison était de lumière assez foible, ou de 10me grandeur et peut-être moins: et pour dire vrai s'il nous est aisé de la voir même dans un pareil affoiblissement, nous en sommes redevables uniquement à la bonté et perfection de nos modernes lunettes acromatiques.

Pour viser à la périodique, lorsqu'elle est sur l'horison c'est-à-dire visible pendant la nuit, j'ajoute ici une petite table qui donne les heures de son passage méridien et celles de sa présence nocturne dans le cours de l'année: ce qui doit bien s'entendre pour nos lieux de moyenne latitude boréale, et tout en supposant que la pureté de l'air soit favorable à distinguer l'étoile jusqu'à l'angle horaire de 5 heures avec le méridien. Voici cette table qui n'ayant pas d'autre but qu'une indication simple et grossière n'a aucune prétension à une rigoureuse exactitude.

Mois et jour.	L'ét. passe au mér. en tems vrai à peu-près.	L'étoile à l'Est.	L'étoile à l'Ouest.
Janvr. 8	7h	visib. pour 2h av. le mér.	vis. pour 5h après le mér.
24	6	— — 0½ — —	— — 5
Févr. 8	5	Invisible	— — 4 au coucher
23	4	— —	— — 3
Mars 10	3	— —	— — 2
25	2	— —	— — 0½
Avril 9	1	— —	invisible
24	0	— —	— —
Mai 9	23	— —	— —
24	22	— —	— —
Juin 9	21	— —	— —
24	20	visib. pour 0½ au lever	— —
Juillet 9	19	— — — 2	— —
24	18	— — — 3	— —
Août 9	17	— — — 4	— —
24	16	— — — 5 av. le mér.	vis. pour 0½ après le mér.
Sept. 8	15	— — — 5	— — 2
23	14	— — — 5	— — 3
Oct. 8	13	— — — 5	— — 4
23	12	— — — 5	— — 5
Nov. 7	11	— — — 5	— — 5
22	10	— — — 4½	— — 5
Déc. 8	9	— — — 4	— — 5
23	8	— — — 3	— — 5

Concluons, de cette table et de ce que la variable a été dans son grand éclat au commencement de cette année, que l'étoile reviendra tout-de-suite à la même phase pour quatre ou cinq ans après le courant dans les tems ou elle se montre le plus sur l'horison pendant la nuit. Les observateurs en conséquence pourront bien profiter de cette heureuse circonstance pour suivre soigneusement les variations de l'étoile; et c'est ce qui m'a paru digne d'avertissement pour exciter et tourner la curiosité astronomique sur un phénomène aussi étrange qu'interessant, et dont nous ne connoissons pas bien jusqu'ici, ni les élémens de fait, ni l'ordre ou les lois, et par là beaucoup moins l'explication ou la cause physique la plus vraisemblable; comme on peut s'en convaincre d'après les considérations précédentes.

Joseph Bianchi.

Sternbedeckung in Göttingen.

Herr Hofrath *Gauss* hat mir folgende von ihm beobachtete Bedeckung des Sterns 57 δ Arietis mitgetheilt:

1837 Decbr. 9 Eintritt 5h 2′ 57″0 M. Z.
Austritt 5 20 13,0

Den Eintritt hält er für sehr gut, den Austritt für unzuverlässig.

S.

Ueber ein auf der Dorpater Sternwarte befindliches, mit einem Vertikalkreise versehenes tragbares Durchgangsinstrument etc. Von Sr. Excellenz dem Herrn Staatsrath *v. Struve* (Beschluss.) p. 153. — Schreiben des Herrn *Bianchi*, Directors der Sternwarte in Modena, an den Herausgeber. p. 163. — Sternbedeckung in Göttingen. p. 167.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

No. 346.

Schreiben des Herrn *Kreil*, Adjuncten bei der Mailänder Sternwarte, an den Herausgeber.

Mailand 1838. Januar 16.

Beillegend theile ich Ihnen einige Resultate der im vergangenen Jahre angestellten magnetischen Beobachtungen mit, von denen ich glaube, dafs sie auch der Aufmerksamkeit der Astronomen nicht unwürdig sind. Ich meine die monatliche Periode, die sich in den Schwingungsdauern der horizontalen Nadel schon im vorigen Jahre zeigte, und die von dem Einflusse des Mondes oder der Sonne auf den magnetischen Zustand unseres Planeten hervorgebracht seyn kann. Die Beobachtungen dieses Jahres haben dies Phänomen bestätigt, und wenn auch in der letzten Hälfte viele und gewaltige (in der folgenden Tafel mit Asterisken angedeutete) Störungen der regelmäfsigen Aenderung der Schwingungsdauern einigen Eintrag thaten, so zeigten sich doch in den Monaten August und October die längsten Dauern zur Zeit des Neumondes, wie im vorigen Jahre, wo eben diese Erscheinung auch noch im November statt hatte, während in diesem die drei letzten Neumonde, so wie die der ersten Monate des Jahres von den kürzesten Schwingungsdauern begleitet waren. Der März machte in beiden Jahren, der September, während welchen die Beobachtungen im vorigen unterbrochen waren, in diesem Jahre eine Ausnahme. Die folgende Tafel der fünftägigen Mittel wird dies deutlicher zeigen.

1837.			☾	Dauer.	Inclination.
1836 29 Dec.	—	2 Jänner.		22,28150	63°46′44″8
3 Jänner	—	7 ——	●	22,26479	46 24,6
8 ——	—	12 ——		22,27513	46 28,0
13 ——	—	17 ——		22,29562	46 27,7
18 ——	—	22 ——		22,27215	46 38,9
23 ——	—	27 ——		22,28360	47 10,5
28 ——	—	1Febr.		22,26929	47 24,8
2 Febr.	—	6 ——	●	22,26669	47 32,6
7 ——	—	11 ——		22,27280	47 23,0
12 ——	—	16 ——		22,27851	47 39,1
17 ——	—	21 ——		22,28215 *)	48 6,7
22 ——	—	26 ——		22,25373	48 18,0
27 ——	—	28 ——		22,25916	48 5,3
1 März	—	5März	●	22,36755	47 59,1
6 ——	—	10 ——		22,35213	47 29,7
11 ——	—	15 ——		22,34253	47 14,3
16 ——	—	20 ——		22,33258	47 39,8
21 ——	—	25 ——		22,39285	47 31,7
26 ——	—	30 ——		22,36476	46 49,0
31 März	—	4April	●	22,32603	63°46′56″3
5 April	—	9 ——		22,34269	47 27,0
10 ——	—	14 ——		22,33858	47 16,2
15 ——	—	19 ——		22,33386	47 15,9
20 ——	—	24 ——		22,33779 *)	47 36,7
25 ——	—	29 ——		22,32181	47 48,8
30 ——	—	4 Mai		22,31775	48 3,1
5 Mai	—	9 ——	●	22,33875	47 34,5
10 ——	—	14 ——		22,33390	46 22,7
15 ——	—	19 ——		22,32389	45 50,3
20 ——	—	24 ——		22,34209	45 49,9
25 ——	—	29 ——		22,31673	45 50,6
30 ——	—	3Juni		22,31067	46 32,2
4 Juni	—	8 ——	●	22,31749	46 16,4
9 ——	—	13 ——		22,30163	45 58,5
14 ——	—	18 ——		22,28645	46 0,7
19 ——	—	23 ——		22,31734	45 2,0
24 ——	—	28 ——		22,32455	44 26,1
29 ——	—	3Juli	●	22,33249 *)	44 6,3
4 Juli	—	8 ——		22,33929	43 37,0
9 ——	—	13 ——		22,33892	43 3,7
14 ——	—	18 ——		22,33342	43 8,3
19 ——	—	23 ——		22,33531	42 52,7
24 ——	—	28 ——		22,33499	
29 ——	—	2Aug.	●	22,34174	
3 Aug.	—	7 ——		22,35590	
8 ——	—	12 ——		22,34698	
13 ——	—	17 ——		22,37877	63 51 12,1
18 ——	—	22 ——		22,37830	51 24,4
23 ——	—	27 ——		22,38849	51 5,7
28 ——	—	1Sept.	●	22,40567	50 11,1
2 Sept.	—	6 ——		22,41890	48 19,8
7 ——	—	11 ——		22,41075	47 12,7
12 ——	—	16 ——		22,41304	47 39,0
17 ——	—	21 ——		22,39986	48 50,3
22 ——	—	26 ——		22,42500	49 14,3
27 ——	—	1Oct.	●	22,43497	47 47,1
2 Oct.	—	6 ——		22,41664	47 38,8
7 ——	—	11 ——		22,41527	47 26,0
12 ——	—	16 ——		22,42563	47 30,5
17 ——	—	21 ——		22,44054 *)	
22 ——	—	26 ——		22,42240	
27 ——	—	31 ——	●	22,44058	
1 Nov.	—	5 ——		22,44288	
6 ——	—	10 ——		22,44974	

Digitized by Google

1837			Datum.	Inclination.
11 ——	— 15——		22,48344 *)	
16 ——	— 20——		22,47213	
21 ——	— 25——		22,46459	
26 ——	— 30——	☉	22,45559	
1 Dec.	— 5——		22,46036	63°54′49″2
6 ——	— 10——		22,46020	54 14,5
11 ——	— 15——		22,47382 *)	56 22,0
16 ——	— 20——		22,47784 *)	55 53,0
21 ——	— 25——		22,46104	56 30,0
26 ——	— 30——	☉	22,46248	56 40,2

Der zwischen Februar und März ersichtliche Sprung ist die Folge von einer am Apparate vorgenommenen Aenderung. Ich habe auch die Inclination beigefügt, um zu zeigen, dafs diese Variation der Schwingungsdauern nicht, wie dies bei ihren stündlichen Aenderungen der Fall ist, auf Rechnung der Inclination kommen könne, sondern dafs die Intensität der totalen Kraft selbst ihr unterworfen zu seyn scheint; doch mufs, ehe hierüber etwas entschieden werden kann, noch der Ausspruch der nun besser, d. h. näher am Schwerpunkt aufgehängten Inclinations-Nadel abgewartet werden.

Es ist übrigens höchst wahrscheinlich, dafs eine Ursache, die auf die Schwingungsdauern so kennbar und mit solcher Regelmäfsigkeit einwirkt, auch die Richtung der Nadel ändern müsse, und dafs durch eine zweckmäfsige Combination der über die Declination angestellten Beobachtungen ihre Wirkung, wenn sie überhaupt existirt, ans Licht treten müsse. Allein es ergeben sich hiebei mancherlei Schwierigkeiten: erstens kann diese Wirkung, sie mag nun ihren Grund in dem Einflufs des Mondes oder eines anderen Gestirnes haben, nicht in der mittleren Declination (im Mittel aus allen an einem Tage beobachteten) erkannt werden, da sie von der Lage des Gestirns gegen den Beobachtungsort abhängt, und dieser an einem Tage alle möglichen Lagen annimmt; zweitens ist die stündliche Aenderung der Declination verschieden nicht nur allein nach den Jahreszeiten, sondern auch nach den Tagesstunden, wie man sich leicht überzeugen kann, aus der in Nr. 328 der Astron. Nachr. gegebenen Tafel, welche die zu verschiedenen Stunden beobachtete Declination für alle Monate des Jahres enthält, und mit welcher auch die Ergebnisse dieses Jahres nahe übereinstimmen. Man sieht, dafs in den Wintermonaten der Unterschied zwischen der gröfsten und kleinsten Declination sich nicht bis auf 6 Minuten erhebt, während er im Sommer über 16 Minuten hinausgeht, dafs im Sommer die um die Mittagsstunden beobachtete Declination merklich gröfser ist, als die um dieselbe Tageszeit im Winter angebene, und dafs die Abends um 11 Uhr gefundene im Sommer gröfser, im Winter kleiner ist als die Morgens um 8 Uhr beobachtete. Diese Erscheinungen, die ihren Grund wahrscheinlich in der Lage der Erde und des Beobachtungsortes gegen die Sonne haben, zeigen sich so mächtig im Vergleich mit der wahrscheinlich sehr schwachen Wirkung, der ich nachzuspüren vor hatte, und die ich dem Einflusse des Mondes auf den Erdmagnetismus zuschreiben möchte, dafs nur ein einziger Umstand mir einige Hoffnung des Gelingens gewährt. Dieser Umstand ist die Periodicität der genannten Erscheinungen, vermöge welcher sie in einer gröfseren Reihe von Beobachtungen sich aufheben, und die Wirkung einer schwächeren, aber mit ihnen in keinem Zusammenhange stehenden Ursache erscheinen lassen müssen. Indessen mufste man die Idee aufgeben, sie aus den täglichen Mitteln erkennen zu können, welche zu dem analogen Resultate in den Schwingungsdauern geführt hatten, man mufste dagegen die Beobachtungen nach den Stunden ordnen, in denen sie waren angestellt worden, und dabei jedesmal die Stellung des Mondes berücksichtigen. Es wurden daher die Beobachtungen jeder Stunde in Reihen getheilt, welche die, an mehreren auf einander folgenden Tagen zur selben Stunde angestellten enthielten, so lange nämlich der Mond zur Beobachtungszeit sich auf der einen Seite, z. B. gegen Osten vom magnetischen Meridian, befand; hatte der Mond zur Beobachtungsstunde bereits diesen Meridian überschritten, so begann eine neue Beobachtungsreihe bei Mond West, welche mit einander verglichen den Einfluss dieses Gestirnes auf die Richtung der Nadel zeigen mufsten, wenn die jährliche Aenderung der Declination in jedem Monate gleichförmig vor sich ginge: da aber vermöge dieser Aenderung die Declination in den ersten Monaten des Jahres wächst, in den letzten abnimmt, so konnte sich der gesuchte Einfluss nur im Mittel eines ganzen Jahres zeigen, und auch hiebei war es noch sehr ungewifs, ob eine zweijährige Beobachtungsreihe ausgedehnt genug ist, die Wirkung der periodischen und der scheinbar unregelmäfsigen Aenderungen zu vernichten. Ich war eben so erstaunt als erfreut zu sehen, dafs schon die Beobachtungen des ersten Jahres ein Resultat gaben, dafs kaum einem Zweifel Raum läfst, und welches durch die Beobachtungen des zweiten Jahres noch mehr bestätigt wird, wie man aus der folgenden Tafel ersehen kann. Im vorigen Jahre wurden mehrere Beobachtungsstunden gewechselt, konnten daher nicht in Rechnung gezogen werden, aus derselben Ursache wurden die beiden ersten Monate ausgelassen. Die Combination Juni, Juli ist weggeblieben, weil man am 1sten Juli den Apparat in einem anderen Beobachtungssaale aufstellte, daher die folgenden Beobachtungen nicht gut mit den vorhergehenden verglichen werden konnten. Die Intestationen der ersten Colonne sind nicht strenge zu nehmen, sondern sollten nur dienen, die Mittel je zwei auf einander folgender Reihenpaare von einander zu sondern.

Digitized by Google

Declination = 18°

1836.	20h 0′ ☾ Ost.	20h 0′ ☾ West.	22h 30′ ☾ Ost.	22h 30′ ☾ West.	1h 0′ ☾ Ost.	1h 0′ ☾ West.
März u. April	33′ 50″6	32′ 25″0	39′ 22″3	37′ 28″0	47′ 0″1	46′ 50″8
April u. Mai	31 11,6	30 28,8	40 47,2	40 8,5	47 45,7	47 0,5
Mai u. Juni	30 36,7	31 6,7	39 47,1	41 10,6	47 13,6	46 35,1
Juni u. Juli						
Juli u. Aug.	41 7,0	42 12,4	53 6,5	51 45,8	56 9,7	59 16,4
Aug. u. Sept.	42 14,7	40 45,1	53 18,8	51 57,9	56 43,5	59 3,7
Sept. u. Oct.	44 9,9	42 1,5	53 50,5	47 20,7	58 7,4	55 42,2
Oct. u. Nov.	30 36,4	31 2,1	36 54,7	35 37,5	43 15,6	40 53,8
Nov. u. Dec.	31 15,7	31 9,1	34 37,9	34 7,5	39 50,6	37 12,1
Dec. u. Jänner	31 16,0	31 37,0	33 21,6	33 32,3	38 0,7	38 52,1
Mittel	35 8,7	34 45,3	42 47,4	41 27,6	48 14,1	47 56,3
Diff. Ost-West	+23″4		+79″8		+17″8	

	11h 0′ ☾ Ost.	11h 0′ ☾ West.
März	36′ 26′6	36′ 14″9
April	35 57,9	36 37,7
Mai	34 24,7	34 31,5
Juni	35 28,6	35 2,1
Juli	45 51,7	47 36,8
Juli u. Aug.	46 50,3	45 12,1
Aug. u. Sept.	45 51,4	45 49,7
Sept. u. Oct.	32 40,4	30 10,9
Oct. u. Nov.	31 39,2	30 45,8
Nov. u. Dec.	31 9,4	31 36,2
Dec. u. Jänner	31 44,4	33 20,5
Diff. Ost-West Mittel	37 5,9	36 59,8
	+6″1	

Decl. = 18°

1837.	20h 0′ ☾ Ost.	20h 0′ ☾ West.	22h 30′ ☾ Ost.	22h 30′ ☾ West.	1h 0′ ☾ Ost.	1h 0′ ☾ West.	4h 30′ ☾ Ost.	4h 30′ ☾ West.	7h 30′ ☾ Ost.	7h 30′ ☾ West.	11h 0′ ☾ Ost.	11h 0′ ☾ West.
Jan. u. Febr.	31′ 6′1	30′ 13′5	34′ 25″2	31′ 46″0	40′ 30″0	38′ 16″4	36′ 14″9	33′ 40″7	33′ 10″3	32′ 26″4	30′ 20″4	29′ 17″8
Febr. u. März	28 29,2	28 21,7	31 54,4	32 20,3	36 33,6	38 1,4	33 0,8	33 42,1	31 31,8	32 6,4	29 13,0	29 52,9
März u. April	28 0,2	24 3,5	33 40,9	31 36,3	39 20,4	40 46,8	33 49,2	35 13,8	33 29,8	30 27,8	29 23,1	29 17,3
April u. Mai	23 25,4	23 18,1	29 14,8	28 39,9	40 41,5	39 45,7	37 39,9	35 56,2	30 57,1	31 12,0	29 39,1	31 24,3
Mai u. Juni	26 59,3	25 13,7	30 52,4	31 45,1	40 29,7	40 43,1	36 10,2	37 53,4	31 18,5	34 38,5	30 48,0	32 22,9
Juni u. Juli	27 52,8	25 30,0	35 43,5	33 54,3	42 18,2	41 22,8	38 30,1	37 11,8	32 43,7	32 21,2	32 7,1	31 21,6
Juli u. Aug.	26 10,6	25 3,4	32 15,4	32 43,0	39 20,4	38 55,5	36 11,9	34 13,3	32 7,8	29 43,4	30 16,3	28 59,9
Aug. u. Sept.	24 35,9	24 17,4	31 31,1	31 20,0	38 48,7	40 3,5	33 40,8	33 24,7	29 57,3	30 16,3	29 29,8	30 45,7
Sept. u. Oct.	27 53,5	27 21,3	36 13,9	35 26,6	41 38,3	42 13,6	34 48,8	35 15,9	31 6,9	32 27,6	30 19,7	31 0,5
Oct. u. Nov.	30 13,1	27 45,0	33 23,0	32 52,9	40 29,8	39 14,7	35 45,3	34 33,3	31 27,3	30 47,8	28 40,7	28 19,2
Nov. u. Dec.	28 22,2	30 23,7	32 5,1	33 56,4	37 7,8	37 2,4	34 31,5	32 53,1	30 40,2	30 48,8	29 33,1	27 50,3
December	29 56,9	30 53,2	31 16,8	33 12,1	34 27,1	34 41,1	32 24,6	33 1,7				
Mittel	27 45,4	26 52,0	32 43,0	32 27,7	39 18,8	39 15,6	35 14,0	34 45,2	31 41,0	31 34,2	29 59,1	30 3,0
Diff. Ost-West	+53″4		+15″3		+3″2		+28″8		+6″8		−3″9	

Man sieht aus diesen Mitteln und ihren Unterschieden, dafs der Einfluſs des Mondes auf den magnetischen Zustand unseres Planeten sich wie der eines Körpers äufsert, der den nach Süden gerichteten Pol unserer Magnetnadeln anzieht. Es ist nun die Aufgabe des Inclinatoriums zu entscheiden, ob, wie schon früher erwähnt wurde, dieser Einfluſs sich bloſs auf die Richtung der Nadel beschränkt, oder auch auf die Intensität ausdehnt, und ob auch eine ähnliche, dem Wechsel der Declination des Mondes entsprechende Erscheinung erkannt werden kann. Hierüber werden uns hoffentlich die Beobachtungen dieses Jahres belehren.

Kreil.

Ueber einige Aeufserungen von *Bessel* in den Astron. Nachrichten Nr. 344.

Die Erklärung über die an dem *Repsold*schen Passage-Instrumente bemerkte Veränderlichkeit, welche *Bessel* mir früher mittheilte, war in den Worten enthalten: Die Fufsplatten dürfen nicht eingegypst werden, sondern das Instrument mufs frei auf dem Steine stehen, dann steht es unwandelbar fest. Diese Erklärung schien mir unwahrscheinlich und einen innern Widerspruch zu enthalten. Sie thut es noch. Denn die Nothwendigkeit der freien Aufstellung, oder mit andern Worten der Beweglichkeit der Fufsplatten, als Bedingung für die unwandelbare Festigkeit setzt voraus, dafs alle Ursachen einer Aenderung der Stellung, sey es äufsere Erschütterung oder Einwirkung der Wärme, vom Centrum ausgehen und gleichmäfsig die Platten verschieben. Wäre das der Fall, so würde zunächst ermittelt werden müssen, welche Reibung der Platten auf der Oberfläche des Steins noch zulässig sey, um nicht durch eben diese dasselbe Uebel herbeizuführen, was man durch Weglassung des Kittes vermeiden wollte.

Digitized by Google

Die in Nr. 344 enthaltene Erklärung bringt in dieser meiner Ansicht keine Aenderung hervor. Man sieht aus dieser letzten Erklärung, dafs die freie Aufstellung nur als das kleinere Uebel gewählt ward, zur Verhütung des gröfseren, einer Zwängung oder nicht freien Stellung der Fufsschrauben. Wenn es *Besseln* nicht gelungen ist, diese Zwängung zu verhüten, falls er die Fufsplatten befestigt, so mag es für ihn gerathener seyn, das kleinere Uebel zu wählen. Sind die Bewegungen so stark, dafs bei festgekitteten Fufsplatten, wenn auch anfangs keine Zwängung statt fand, diese später doch merklich wird, so kann nach meiner Ansicht das Instrument auch dann nicht im Azimut feststehen, wenn die Fufsplatten frei aufliegen, weil zu diesem festen Stande die regelmäfsige gleichförmige Aenderung einer Bewegung erfordert wird, für welche keine gesetzmäfsige Leitung vorhanden ist, und die auf der rauhen Oberfläche des Steins von selbst nicht statt finden wird. Dafs der Künstler keine solche Leitung angebracht hat, zeigt, dafs er wenigstens von der Ansicht ausging, die Bewegungen werden nicht so stark seyn, um dieses fürchten zu lassen. Zeigt der Erfolg, dafs sie doch sind, und wird deshalb die Beweglichkeit der Fufsplatten nothwendig, so wird eine Veränderlichkeit im Azimuthe eintreten, so lange nicht durch andere Mittel für die gleichförmige Vertheilung auf alle Fufsschrauben gesorgt ist. Ich wiederhole es, die freie Aufstellung kann vortheilhafter seyn, als eine Befestigung der Platten, wenn eine Zwängung der Fufsschrauben schwer zu vermeiden seyn sollte. Voraussetzen, dafs durch sie allein das Instrument plötzlich alle Veränderlichkeit verliert, welche es ohne sie zeigt, ist mir ein innerer Widerspruch, besonders da man höchstens (und auch da nur selten) bei der Einwirkung der Wärme eine etwas gleichförmige Vertheilung erwarten kann, bei den andern Störungen, denen der Kitt hauptsächlich entgegenwirken soll, nothwendig eine ungleichförmige angenommen werden mufs.

Wenn übrigens diese Ursache bei den Berliner Beobachtungen eingewirkt haben sollte, so liegt die Schuld nicht an mir. Bekannt mit der auch bei der Aufstellung anzuwendenden Vorsicht, hielt ich es für gerathen, *Bessel's* Ankunft abzuwarten. *Bessel* hat das Instrument ausgepackt, *Bessel* hat es auf den Stein gestellt und nach seiner Weise die Platten befestigt. Ich übernahm es erst, als es fertig zum Beobachten war. Ganz ähnlich verfuhr ich, als ich selbst bei Gelegenheit der Russischen Chronometerexpedition meinen Gehülfen sorgfältig von mir geprüfte Instrumente übergab. Die Aufstellung übernahm ich ebenfalls selbst.

Mir ist eine andere Erklärung bei weitem wahrscheinlicher. Das *Repsold*sche Instrument entbehrt der zwei Klemmschrauben, durch welche bei andern Instrumenten ähnlicher Art der bewegliche Azimuthalkreis mit den Fufsschrauben festverbunden wird. Der Azimuthalkreis wird bei *Repsold* nur durch eine Schraube ohne Ende gehalten, die durch eine Feder gegen den gezahnten Rand des Kreises gedrückt wird. Sie dient zugleich zur feineren Bewegung. Als unmittelbar vor der Zurücksendung nach Königsberg Herr *Baumann* das Instrument in *Bessels* Auftrag auseinander nahm, zeigte es sich, dafs durch Mangel oder Eintrocknung von Oel, die Feder, welche die Schraube andrückt, nicht ihre volle Wirkung thun konnte. Wenn, wie ich glaube, schon an sich diese Art der Befestigung zu dem Zwecke einer unwandelbar festen Aufstellung im Meridian nicht hinreicht, so ward durch den erwähnten Umstand hier in Berlin (was später mit dem Instrumente vorgenommen ist, ist mir unbekannt) das Uebel noch vergröfsert. Diese Ursache hätte sich finden und prüfen lassen, wenn nicht das hartnäckige Bestehen von *Bessel* auf der Behauptung, die Ursache der Veränderlichkeit müfste aufser dem Instrumente liegen, jede Zerlegung und Untersuchung schlechterdings verweigert hätte, so dafs mir nur die Wahl blieb, bei dem unvollkommnen Zustande fortzubeobachten, oder das Instrument ganz bei Seite zu setzen. Liegt denn aber, selbst wenn man *Bessel's* Erklärung annimmt, die ganz ungewöhnlich grofse Gefahr einer Zwängung der Fufsschrauben aufser dem Instrumente, wie *Bessel* auch jetzt noch annimmt?

In dem Ausdruck von *Bessel*, dafs ich mich über diesen Gegenstand auf eine Art erklärt hätte, welche auf den Künstler einen Schatten wirft, liegt eine Zweideutigkeit, die ich nicht übergehen kann. Hoffentlich ist sie keine absichtliche. Die Thatsachen konnte und wollte ich nicht verschweigen, hinzugefügt ist kein Wort. Wenn *Repsold's* Name dabei vorkommt, so hat Niemand die Veranlassung dazu gegeben als *Bessel*. Niemand, am wenigsten ich, hat *Bessel* genöthigt ein Instrument auszuwählen, dessen Eigenthümlichkeiten er damals nicht kannte, und bei welchem er das angeblich jetzt gefundene Mittel, ihnen zu begegnen, noch nicht entdeckt hatte. Astronomen vom Fach werden das grofse Opfer zu würdigen wissen, welches ich dadurch brachte, dafs ich eine so wichtige Beobachtung, wie die der Längenbestimmung von Berlin, mit einem mir fremden Instrumente übernahm. Eine zweite Gelegenheit, wie die, welche die über alles Lob erhabene Liberalität der Königlich-Dänischen Regierung mir damals darbot, kehrt so nicht wieder.

Eine tadelnde Aeufserung über ein Instrument kann den ächten Künstler, und ich brauche nicht zu sagen, dafs ich alle mögliche Ursache habe *Repsold* dafür zu halten, weder verwunden noch ihm schaden, wenn sie auf strenger Prüfung beruht. Ueberhaupt fragt es sich wohl, ob alle die Instrumente, welche als vortrefflich ausgegeben werden, auch scharf geprüft sind, und ob der Vortheil, den der denkende Künstler durch

Digitized by Google

das nicht ganz beifällige Urtheil bei einer einzelnen Leistung gewinnen kann, nicht mehr werth ist, als das unbegründete Lob, mit welchem so überaus freigebig zu seyn jetzt häufig Sitte ist.

Bessel beschwert sich, dafs ich seine Erklärung in Zweifel gestellt habe, ohne sie zu erwähnen. Ich wollte, dafs er sie erwähnte. Ich fordere, und werde bei jeder ähnlichen Gelegenheit fordern, dafs der, durch dessen Fehler einem wichtigen Resultate ein auch noch so geringer Nachtheil erwachsen ist, auch diesen seinen Fehler selbst öffentlich vertritt und entschuldigt. Da *Bessel* es bisher nicht gethan, so war eine Erinnerung nothwendig, und es freut mich, dafs diese Erinnerung nicht fruchtlos geblieben ist.

Wenn *Bessel* meine Aeufserung, dafs seine Erklärung mir einen inneren Widerspruch zu enthalten scheine, für gleichbedeutend damit hält, dafs ich sie für unvernünftig erklärt habe, so ist das seine Schlufsfolge. Ich wenigstens halte mich nicht für unfehlbar, aber eben so wenig lasse ich mir das Recht nehmen, meine Ansicht über innere Wahrheit oder innern Widerspruch ungescheut auszusprechen.

Den ganzen sonderbaren Schlufs des *Bessel*schen Aufsatzes übersehe ich sehr gern, und lasse ihn als mir gänzlich unverständlich völlig auf sich beruhen. Er zeigt mir nur *Bessel's* Empfindlichkeit, dafs dieser Gegenstand berührt werden mufste. *Bessel* würde es sich und *Repsold* und mir leichter gemacht haben, wenn er von freien Stücken gethan hätte, was ich für seine Pflicht hielt.

Encke.

Beobachtungen in Kopenhagen.[1]

Die folgenden Beobachtungen sind mit dem Passagen-Instrument auf Holkens Bastion und von dem Observator der Sternwarte, Mag. *Pedersen*, gemacht. Bei den Mondsternen zeigt die vorletzte Reihe die Anzahl der Fäden; die letzte giebt die Reduction um die Sternzeit der Mondsbeobachtung zu erhalten.

1833 Jan.	6.	Mond II	7h 53′ 18″14	5	+ 0″95
		42 Cancri	8 10 36,58	5	
	Febr. 27.	α Tauri	4 26 20,20	3	
		Mond I	4 38 25,83	5	+ 0,75
		123 ζ Tauri	5 27 39,91	5	
	28.	106 f ——	4 57 55,29	5	
		Mond I	5 38 15,87	5	— 0,03
		18 ν Gem.	6 19 2,92	5	
	März 4.	8 Cancri	9 27 49,93	5	
		Mond I	9 56 5,62	5	— 0,06
	31.	83 q Cancri	9 9 39,16	3	
		Mond I	9 27 46,42	4	— 0,02
		37 Leonis	10 7 42,74	5	
		42 ——	10 12 51,52	5	
	April 3.	7 b Virg.	11 51 24,61	5	
		16 c ——	12 11 53,16	4	
		Mond I	12 24 27,70	5	+ 0,11
		29 γ′ Virg.	12 33 13,29	4	
	4	29 γ′ ——	12 33 13,00	5	
		38 ——	12 44 39,27	4	
		51 δ ——	13 1 19,47	4	
		Mond II	13 22 29,16	5	+ 0,31
	Oct. 25.	30 r Pisc.	23 53 25,95	4	
		Mond I	0 10 45,62	5	— 0,87
		120 Pisc.	0 27 1,14	5	
		20 m Ceti	0 44 31,12	5	
	26.	120 Pisc.	0 27 1,15	4	
		20 m Ceti	0 44 31,26	5	
		Mond I	0 56 29,47	5	— 0,22
		106 ν Pisc.	1 32 47,63	5	
1833 Oct.	27.	106 ν Pisc.	1h 32′ 47″55	5	
		Mond I	1 42 59,09	5	— 0,34
		65 ξ¹ Ceti	2 4 12,32	5	
		73 ξ² ——	2 19 20,24	5	
	29.	4 Ceti	3 2 15,09	5	
		Mond II	3 23 37,04	5	— 0,09
		103 Tauri	3 30 2,49	5	
	Nov. 23.	33 Ceti	1 2 1,20	3	
		Mond I	1 24 6,25	5	— 1,03
		110 o Pisc.	1 36 38,03	5	
		225 Ceti	1 51 16,81	4	
	Dec. 22.	65 ξ¹ ——	2 4 12,21	5	
		Mond I	2 38 17,26	5	— 0,58
1834 Jan.	19.	87 μ Ceti	2 35 57,95	3	
		Mond I	3 5 7,25	5	— 1,11
		5 f Tauri	3 21 42,73	5	
	20.	Mond I	3 56 57,23	5	— 1,15
		74 s Tauri	4 18 55,89	3	
		α ——	4 26 24,19	5	
	25.	47 δ Cancr.	8 35 14,82	5	
		Mond II	9 9 1,14	5	— 1,41
	Febr. 16.	2 ξ Tauri	10 18 10,31	4	
		Mond I	3 34 15,19	5	— 0,36
		35 δ Tauri	3 51 28,97	5	
		γ ——	4 10 20,90	5	
	20.	43 ζ Gem.	6 54 15,54	5	
		55 δ ——	7 10 12,47	5	
		Mond I	7 27 8,99	5	— 0,41
		β Gem.	7 35 9,27	5	
		83 φ ——	7 43 19,91	4	
	22.	4 λ Leon.	9 22 15,10	4	
		Mond I	9 36 6,93	5	— 0,36
		α Leonis	9 59 31,93	3	
	März 18.	β Tauri	5 15 47,63	5	
		123 ζ ——	5 27 23,00	4	
		Mond I	5 58 10,33	5	— 1,06
		13 μ Gem.	6 12 54,67	5	

Digitized by Google

1834 März	18.	27 ε Gem.	6h 33′ 42″73	5		
	19.	27 ε —	6 33 42,68	5		
		Mond I	6 58 25,73	5	— 0,92	
		β Gem.	7 35 8,88	5		
	20.	β —	7 35 8,72	5		
		Mond I	8 0 36,06	4	+ 0,29	
		47 δ Cancr.	8 35 14,82	5		
		77 ξ —	8 59 48,47	5		
	24.	3 ν Virg.	11 37 20,18	5		
		β —	11 42 3,56	4		
		Mond I	12 5 20,18	5	+ 0,18	
		43 δ Virg.	12 47 15,38	5		
April	17.	Mond I	8 38 17,39	2	— 0,23	
		77 ξ Cancr.	8 59 47,97	5		
		4 λ Leonis	9 22 14,88	5		
	18.	4 λ Leonis	9 22 14,55	5		
		Mond I	9 38 35,65	5	— 0,22	
		α Leonis	9 59 31,75	5		
		γ —	10 10 49,29	5		
	19.	γ —	10 10 48,77	5		
		Mond I	10 37 47,04	5	— 0,27	
		63 χ Leon.	10 56 47,49	4		
	20.	77 b Leon.	11 12 35,06	5		
		Mond I	11 35 48,46	5	— 0,25	
		β Virg.	11 42 3,65	2		
	23.	98 x —	14 4 4,28	5		
		99 ι —	14 7 20,32	5		
		Mond II	14 30 50,27	5	— 0,21	
		α² Libr.	14 41 43,60	5		
Mai	20.	α Virg.	13 16 28,58	4		
		79 ζ —	13 26 15,53	5		
		Mond I	14 0 18,57	5	+ 0,12	
		λ Virg.	14 10 9,72	3		
		μ —	14 24 20,50	5		
		α² Libr.	14 41 43,74	4		
Juni	17.	Mond I	14 34 16,89	5	— 0,08	
		27 β Libr.	15 8 6,67	5		
	19.	ω² Scorpii	15 57 42,77	4		
		Mond I	16 31 4,50	5	— 0,29	
	21.	13 μ Sagitt.	18 3 52,15	5		
		22 λ —	18 17 45,63	5		
		Mond II	18 36 51,47	5	+ 0,06	
		41 π Sagitt.	18 59 55,18	5		
Juli	20.	α² Capric.	20 8 52,67	4		
		Mond II	11 28,83	4	— 0,11	
		16 ψ Capric.	36 17,69	2		
		22 η —	54 59,27	5		
	21.	22 η —	20 54 59,27	5		
		Mond II	21 7 36,32	5	— 0,12	
		40 γ Capric.	30 55,30	4		
		49 δ —	37 54,34	5		
Aug.	15.	27 φ Sagitt.	18 35 19,68	3		
		Mond I	49 29,45	5	— 0,17	
	16.	Mond I	19 48 17,88	3	+ 0,20	
		α² Capric.	20 8 52,64	4		
Sept.	12.	Mond I	19 30 32,88	4	+ 0,13	
		62 c Sagitt.	19 52 29,05	5		
		α² Capric.	20 8 52,65	4		
	13.	62 c Sagitt.	19 52 29,03	5		
		α² Capric.	20 8 52,60	4		
		Mond I	27 22,89	4	+ 0,27	

1834 Sept.	13.	22 η Capric.	20h 54′ 59″57	4		
		25 χ —	59 5,12			
	15.	33 i Aquar.	21 57 30,21	5		
		Mond I	22 12 17,74	5	+ 0,47	
		76 δ Aquar.	22 45 52,52	5		
	16.	76 δ Aquar.	22 45 52,63	4		
		Mond I	23 0 43,14	5	— 0,47	
		20 n Pisc.	23 39 27,10	5		
	17.	20 n Pisc.	23 39 27,22	4		
		Mond I	46 42,68	4	— 0,54	
			48 45,51	5	— 0,54	
		12 n Ceti	0 21 36,78	2		
Oct.	10.	62 c Sagitt.	19 52 28,24	5		
		α² Capric.	20 8 52,10	4		
		Mond I	20 10 2,57	3	— 0,15	
		16 ψ Capr.	20 36 17,41	5		
Nov.	16.	30 e Tauri	3 39 13,55	4		
		Mond II	3 53 28,98	5	— 0,10	
		77 θ′ Tauri	4 19 0,52	2		
		α —	4 26 27,16	3		
Dec.	11.	106 ν Pisc.	1 32 50,87	5		
		110 o —	36 41,14	5		
		Mond I	58 58,28	2	— 0,64	
	12.	87 μ Ceti	2 36 1,51	4		
		Mond I	44 51,32	5	— 0,63	
		57 δ Ariet.	3 2 12,22	5		
		2 ξ Tauri	18 14,01	5		
	15.	102 i —	4 53 14,53	5		
		104 m —	56 42,51	5		
		Mond I	5 18 13,13	5	— 0,92	
		H Gem.	54 5,38	5		
		7 η —	6 4 55,00	5		
1835 Jan.	6.	Mond I	0 56 31,87	5	— 0,52	
		98 μ Pisc.	1 21 32,03	5		
		106 ν —	32 50,37	4		
	10.	Mond I	4 2 28,23	5	— 0,69	
		τ Tauri	32 21,07	5		
	11.	τ —	4 32 21,15	5		
		Mond I	55 18,54	5	— 0,49	
		119 Tauri	5 22 32,70	2		
		123 ζ —	27 47,28	4		
Febr.	6.	58 ζ Ariet.	3 5 24,73	4		
		5 f —	3 21 45,36	5		
		Mond I	3 40 36,07	5	— 0,92	
	8.	109 n Tauri	5 9 22,17	5		
		Mond I	5 25 38,18	4	— 1,37	
		H Gem.	54 5,73	5		
		η —	6 4 55,48	5		
	9.	Mond I	6 22 53,41	4	— 1,71	
		43 ζ Gem.	54 19,54	5		
		55 δ —	7 10 16,15	2		
	10.	43 ζ Gem.	6 54 19,38	4		
		55 θ —	7 10 15,98	5		
		Mond I	22 25,46	5	— 2,06	
		83 φ Gem.	43 23,80	5		
	12.	77 ξ Gem.	8 59 52,51	4		
		4 λ Leonis	9 22 18,43	3		
		Mond I	22 43,01	4	— 1,20	
		30 η Leonis	58 20,22	2		
		41 γ —	10 10 52,74	5		

Digitized by Google

1835	März	10.	Mond I	7h 53′ 39″72	5	+ 0,52
			γ Cancri	8 33 44,12	5	
			δ ——	8 35 18,44	4	
	April	8.	Mond I	9 24 1,90	4	— 1,42
			30 η Leon.	58 20,56	3	
		11.	8 π Virg.	11 52 25,98	4	
			Mond I	12 12 55,79	5	— 1,46
			43 δ Virg.	27 78,76	5	
	Juni	9.	46 θ Libr.	15 44 27,87	2	
			Mond I	16 6 30,57	2	+ 0,29
			9 ω Oph.	22 23,53	4	
			35 η ——	17 0 56,99	5	
		10.	35 η ——	17 0 56,96	5	
			Mond I	12 41,62	5	+ 0,39
				15 13,88	5	
			4 b Sagitt.	17 49 45,28	5	
			13 μ ——	18 3 55,67	5	
		11.	4 b Sagitt.	17 49 45,05	5	
			13 μ′ ——	18 3 55,61	5	
			Mond II	23 24,36	5	+ 0,78
	Juli	7.	Mond I	16 40 58,38	5	— 0,24
			42 θ Oph.	17 11 55,02	5	
			51 e² ——	21 23,27	5	
	Aug.	4.	Mond I	17 20 28,87	5	+ 1,54
			13 μ Sagitt.	18 3 55,81	4	
		5.	13 μ′ Sagitt.	3 55,89	4	
			Mond I	26 4,70	5	+ 1,56
			41 π Sagitt.	59 59,42	5	
	Sept.	2.	Mond I	19 8 43,00	3	+ 0,04
			59 b Sagitt.	46 51,34	5	
			62 e ——	52 33,04	5	
		3.	59 b Sagitt.	19 46 51,23	5	
			Mond I	20 11 38,89	5	+ 0,67
			16 ψ Capr.	36 21,71	3	
	Nov.	1.	Mond I	0 2 21,34	5	— 0,34
			20 m Ceti	44 37,72	5	
		3.	98 μ Pisc.	1 21 35,90	4	— 0,44
			Mond I	32 51,67	4	
			65 ξ′ Ceti	2 4 18,97	4	
		4.	Mond I	2 18 23,73	4	— 0,60
			π Ariet.	40 8,78	4	
			48 s ——	49 50,39	4	
		25.	16 ψ Capr.	20 36 20,70	4	
			Mond I	21 12 22,99	4	— 0,33
			49 δ Capr.	37 57,34	4	
1836	Jan.	25.	65 ξ′ Ceti	2 4 17,94	3	
			Mond I	15 55,98	6	0,00
			38 Arietis	36 1,02	5	
			42 π ——	40 8,11	6	
	Febr.	25.	102 i Tauri	4 53 17,81	6	
			Mond I	5 14 1,49	5	+ 0,03
			136 Tauri	43 1,52	6	
			1 h Gem.	54 9,26	6	
		26.	136 Tauri	5 43 1,69	6	
			1 h Gem.	5 54 9,68	6	
			Mond I	6 8 25,44	6	0,00
			27 s Gem.	33 51,17	5	
	März	30.	63 χ Leonis	10h 56′ 34″22	4	
			Mond I	11 8 56,42	6	— 0,15
			3 γ Virg.	37 26,69	6	
1836	April	25.	Mond I	9 53 59,76	2	+ 0,11
			41 γ Leon.	10 10 55,91	6	
			47 ρ ——	24 10,86	6	
		26.	41 γ Leon.	10 10 56,14	6	
			47 ρ ——	24 11,18	6	
			Mond I	44 55,65	6	— 0,02
			77 ρ Leonis	11 12 41,50	6	
			84 τ ——	19 30,88	6	
		27.	Mond I	11 35 14,85	6	+ 0,01
			90 Virg.	56 51,98	6	
			15 η ——	12 11 32,23	6	
		28.	15 η ——	12 11 32,15	6	
			Mond I	25 53,13	6	+ 0,05
			43 δ Virg.	47 22,06	4	
			51 θ ——	13 1 29,21	4	
		30.	98 κ Virg.	14 4 10,91	6	
			Mond I	12 48,95	6	+ 0,33
			9 α² Libr.	41 50,50	6	
			15 ξ² ——	47 54,13	6	
	Mai	26.	Mond I	12 52 2,71	7	+ 0,01
			67 α Virg.	13 16 34,98	7	
		27.	α Virg.	13 16 34,99	7	
			Mond I	44 25,82	7	— 0,11
			98 κ Virg.	14 4 10,93	7	
			100 λ ——	10 16,31	7	
		28.	Mond I	14 40 30,82	7	— 0,08
			24 i′ Libr.	15 2 55,04	7	
			38 γ ——	26 23,53	4	
		29.	24 i′ Libr.	15 2 54,99	7	
			Mond I	41 28,80	7	— 0,09
			29 α Scorpii	16 19 23,84	6	
			23 τ ——	25 43,08	5	
	Juni	26.	46 θ Libr.	15 44 31,75	7	
			Mond I	16 12 32,85	7	— 0,04
		28.	13 μ′ Sagitt.	18 3 59,63	7	
			19 δ ——	10 32,19	7	
			Mond I	31 38,03	7	+ 0,23
			Mond II	34 15,71	7	
			40 τ Sagitt.	56 44,11	7	
	Sept.	18.	Mond I	18 12 30,46	5	— 0,21
			34 Sagitt.	45 8,40	6	
			38 ——	52 13,24	7	
	Oct.	21.	20 n Pisc.	23 39 33,31	7	
			Mond I	49 41,23	7	— 0,12
		25.	Mond II	3 9 4,05	6	— 0,20
			42 π Ariet.	40 12,27	6	
	Nov.	15.	ζ Capric.	21 17 19,79	7	
			s ——	27 55,58	7	
			Mond I	47 55,99	7	— 0,23
			57 Aquar.	22 22 0,02	5	
			71 τ ——	40 56,74	5	
		18.	Mond I	0 22 41,34	3	— 0,25
			20 m Ceti	44 40,51	7	
			71 s Pisc.	54 29,05	2	

(Beschluſs folgt.)

Digitized by Google

Schreiben des Herrn *Fischer* in Apenrade an den Herausgeber.

Nachstehende Beobachtungen, nebst den daraus abgeleiteten Resultaten, bin ich so frei Ihnen hierdurch zu übersenden. Mit nur geringen Hülfsmitteln versehen, ist die Anzahl meiner Beobachtungen bis jetzt nur klein gewesen, doch glaube ich, dafs dieselben, namentlich die zur Bestimmung der Polhöhe angestellten, wohl Zutrauen verdienen, da ich sie mit möglichster Umsicht angestellt habe. Zu meinen Beobachtungen gebrauche ich folgende Instrumente: Eine Pendeluhr, die 4 Wochen in einem Aufzuge geht, und deren Compensation durch eine im Gehäuse befestigte Stange, welche das Pendel trägt, bewirkt wird. Zur Bestimmung des täglichen Ganges derselben beobachte ich Sternculminationen mit einer Art kleinem Transitinstrument, wenn ich anders ein gewöhnliches mit 3 Verticalfäden und 1 Horizontalfaden versehenes Fernrohr, das rechtwinklicht auf einer hölzernen Horizontalachse mit Metallzapfen befestigt ist, so nennen darf. Da sowohl das Instrument an sich, als auch die Aufstellung desselben nicht solide ist, so gebrauche ich es nur zur Bestimmung des Uhrganges, den ich bei einer Zwischenzeit von einigen Tagen scharf genug zu erhalten glaube. Die absolute Zeit habe ich aus correspondirenden Sonnenhöhen erhalten, werde dieselbe aber für die Zukunft lieber aus zwei gleichen Sternhöhen bestimmen. Die Beobachtungen für die Polhöhe sind vermittelst eines, auf einer soliden Verticalachse, deren stählerne Zapfen in Metallpfannen rotiren, befestigten Fernrohrs mit Kreuzfäden, angestellt. Die Achse wird vor jeder Beobachtungsreihe aufs sorgfältigste genau senkrecht gerichtet, was durch zwei Schiebe am untern Zapfen bewirkt und durch eine Libelle ersichtlich ist; das Fernrohr von 30 Zoll Länge und circa 16mal. Vergröfserung wird durch Schrauben unverrückbar mit der Achse verbunden, und da die Beobachtungen in ziemlich kurzer Zeit eingeschlossen sind, glaube ich die Unwandelbarkeit des Ganzen verbürgen zu können. Nach der Beobachtung jedes Sterns besichtige ich die Libelle, und sobald sich eine Veränderung an derselben zeigt, die Beobachtungsreihe verworfen *). Aus den auf diese Art erhaltenen Bestimmungen habe ich ohne irgend einige Rücksicht die angeführten genommen und berechnet, mehrere noch unberechnete habe ich vorhanden. Die Sternbedeckungen endlich habe ich mit einem von mir selbst verfertigten Newtonschen Spiegeltelescop beobachtet, das nemliche, das ich bei der Sonnenfinsternifs am 15ten Mai 1836 anwandte. Bei der Mondfinsternifs im Octbr. v. J. hatte ich das Unglück, dafs der grofse Spiegel durch das Zurückweichen einer Schraube gelöst, aus dem Rohr fiel und zerbrach, ein Verlust, den ich bis jetzt nicht habe ersetzen können, so dafs ich für den Augenblick fast ohne Fernrohr bin.

Die Formeln der Berechnung der Sternbedeckungen sind die *Besselschen*, aus Ihren Astr. Nachr., deren Mittheilung ich der zuvorkommenden Güte unsers Herrn Dr. *Neuber* verdanke. Für die übrigen Berechnungen habe ich *J. J. Littrows* theoretische und practische Astronomie, 2 Thle. 1821, als Leitfaden gebraucht; Schade, dafs dies schätzbare Werk durch so viele Druckfehler entstellt ist. Die gebrauchten Logarithmen sind die 6stelligen von *Ursin*, die Angaben des Nautical-Almanachs zu Grunde gelegt, und die dort nicht angegebenen Sterne aus *Bode's* grofsem Verzeichnisse, meinem einzigen Sternkataloge, genommen. Meinen Beobachtungsort, am Südende der Stadt, schätze ich 15″ südlicher und 1″ in Zeit östlicher als die hiesige Kirche.

Beobachtet in gleicher Höhe. Gefund. Polhöhe.

1837 Juni 15.	α Cassiopeæ	11h 8′ 1″ M. Z.	}	= 55°2′33″8	
	α Aquilae	11 12 26	——		
	η Pegasi	11 59 3	——		
	Die Uhr eilte täglich vor M. Z. = 12″9.				
Juli 22.	ε Pegasi	10 52 37	}	= 55°2′31″6	
	ι Androm.	11 18 13			
	α Persei	12 33 22			
Sept 21.	β Tauri	10 44 35	}	= 55 2 29,2	
	α Ceti	10 47 33			
	α Tauri	11 5 30			
	Die Uhr ging genau M. Z.				
Nov. 25.	β Gemin.	11 43 32	}	= 55 2 23,1	
	γ Gemin.	11 54 54			
	α Urs. maj.	12 1 52			
	Tägl. Accel. der Uhr = 5″4.				

Mittel aus diesen vier Bestimmungen: 55° 2′ 29″4, wofür ich einstweilen 55° 2′ 30″ in meinen Berechnungen annehme.

Bedeckung von ε Gemin. 1835 Aug. 19.

Eintr. 14h 16′ 3′0 Apenr. M. Z. Nicht ganz sicher.
Austr. 15 14 27,0 —— —— Scharf.

Die Zeitbestimmung beruht auf mehreren Höhen Jupiters, zwischen beiden Beobachtungen mit einem guten Schiffsoctanten vom Oelhorizonte genommen. Die gebrauchte Uhr war nur eine gewöhnliche Secundenuhr, die aber sehr gut ging. Die Bedeckung dieses Sterns ist auch in Altona beobachtet. Eintritt 14h 15′ 57″39, Austritt 15h 14′ 4″52 M. Z. Mit der Abplattung $\frac{1}{302}$, finde ich nach *Bessels* Methode, den Nautical-Almanach gebrauchend,

für Altona	Eintr.	$d = +39'44''95 + 1{,}9406\,s + 0{,}1412\,\zeta$	
	Austr.	$d = +39\ 49{,}42 + 1{,}9417\,s - 0{,}3089\,\zeta$	
Apenrade	Eintr.	$d = +37\ 25{,}41 + 1{,}9421\,s + 0{,}2306\,\zeta$	
	Austr.	$d = +37\ 41{,}80 + 1{,}9416\,s - 0{,}2181\,\zeta$	

Eintr. von λ Caneri 1837 Mai 10. 9h 51′ 45″3 Mittl. Z.

$d = +37\ 56{,}79 + 2{,}0234\,s - 2{,}1174\,\zeta$

Zu dieser Bedeckung wünschte ich gern correspondirende zu erhalten. Die Zeitbestimmung beruht auf 6 gut übereinstimmenden Höhen beider Sonnenränder.

Noch habe ich 1837 Mai 7 den Eintritt eines Sterns um 9h 55′ 18″4 beobachtet; mit den scheinbaren Oertern des Sterns 81° 44′ 16″2 + 26° 49′ 7″4 habe ich die Berechnung versucht, aber ein so abweichendes Resultat erhalten, dafs wenn anders der in Rechnung genommene Stern der richtige ist, ein Fehler beim Notiren der Zeit von mir gemacht worden ist.

1837 Juli 27 um 9h 12′ M. Z. erblickte ich von meinem Zimmer aus eine Feuerkugel, deren scheinbare Bewegung senkrecht auf den Horizont war, und die vom Zenith zu kommen schien. Dieselbe durchlief in etwa 2 Sec. 8 bis 10°, erschien in einem hellen weifsen Lichte, eine gleich verschwindende Funkenspur hinterlassend, und erlosch ohne Geräusch in einer Höhe von ungefähr 30° und einem östlichen Azimuth von 15 bis 20° vom Norden angezählt. Den scheinbaren Diameter, der bis zum Verschwinden zunahm, schätzte ich auf 8 Bogenminuten wenigstens, als das Meteor verschwand. Aus Zeitungen ersah ich, dafs dasselbe auch in Odense bemerkt worden war, wo indessen die Bewegung als von Ost nach West gehend angeführt ist, was, wenn es sonst richtig ist, auf die ziemliche Nähe der Erscheinung zu deuten scheint.

Fischer.

*) Herr *Fischer* könnte aus dem bekannten Werthe der Niveautheile (wenn sonst Theilungen darauf sind) die nöthige Correction berechnen. S.

Altona 1838. Februar 22.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 347.

Ueber den Einfluss der Strahlenbrechung auf Sonnenfinsternisse und Sternbedeckungen.

Ein Nachtrag zu der in Nr. 339–342 abgedruckten Abhandlung.

Von Herrn Professor und Ritter *Hansen*,
Director der Sternwarte in Seeberg.

In der Theorie der Verfinsterungen hat man nie die Einwirkung der Strahlenbrechung entwickelt. Man hat entweder gradezu gesagt, dafs diese keine Wirkung auf die Verfinsterungen äussere, oder man hat dieses wenigstens stillschweigend angenommen. Dieses ist aber nicht richtig, denn die Strahlenbrechung ist nicht ohne Einfluss auf die Zeit, Dauer und die Oerter des Anfanges oder Endes einer Verfinsterung oder Sternbedeckung, wenn gleich in den mehrsten Fällen diese Wirkung unbeträchtlich ist. In den folgenden Zeilen, die ich als einen Nachtrag zu meiner in Nr. 339–342 abgedruckten Abhandlung anzusehen bitte, werde ich das Wesentlichste dieser Einwirkung auseinander setzen.

Denken wir uns zuerst den Anfang oder das Ende einer Verfinsterung oder Sternbedeckung von der Erde aus gesehen. Im Augenblicke der Berührung haben der Stern und der bezügliche Punkt des Mondrandes oder dieser und der bezügliche Punkt des Sonnenrandes gleiche scheinbare Zenithdistanz, und die Strahlenbrechung der beiden sich berührenden Punkte ist dieselbe, weil in unsern Tafeln und Formeln die Strahlenbrechung nur von der scheinbaren Zenithdistanz und keinesweges von der Entfernung des Himmelskörpers abhängt. Hiemit scheint es also, als ob die Strahlenbrechung gar keine Wirkung auf eine Sonnenfinsterniss oder Sternbedeckung äufsere. Nehmen wir aber unsern Standpunkt im Raume, und betrachten den Schattenkegel. Denken wir zuerst die Atmosphäre der Erde hinweg, so geben die Formeln der genannten Abhandlung genau die Durchschnittspunkte des Schattenkegels und der Erdoberfläche, denken wir uns aber hierauf die Atmosphäre hinzu, so wird dadurch bewirkt, dafs die Lichtstrahlen, welche die Oberfläche des Strahlenkegels bilden, bei ihrem Durchgange durch die Atmosphäre gekrümmt, oder mit andern Worten, von der graden Linie abgelenkt werden. Die durch die Durchschnittspunkte des Schattenkegels und der Erdoberfläche gebildete Curve, wird also in der That, wegen des Vorhandenseyns der Atmosphäre, andere Punkte der Erdoberfläche treffen, als die, welche in der genannten Abhandlung, wo die Strahlenbrechung nicht berücksichtigt wurde, bestimmt wurden. Die Strahlenbrechung ist also nicht ohne Einfluss auf Sonnenfinsternisse und Sternbedeckungen.

Diese Ansicht steht mit der zuerst gegebenen, wo der Standpunkt des Beobachters sich auf der Erde gedacht wurde, im Widerspruch, indem durch diese abgeleitet wurde, dafs die Strahlenbrechung keine Wirkung auf diese Erscheinungen äufsere. Gehen wir der Sache aber näher auf den Grund, so zeigt sich, dafs beide Ansichten mit einander übereinstimmen, und dafs der Widerspruch nur scheinbar ist, indem in der That die Strahlenbrechung nicht nur von der scheinbaren Zenithdistanz, sondern auch von der Entfernung des Himmelskörpers abhängt. Sie ist strenge genommen nicht einerlei für den Mondrand und den Stern oder den Sonnenrand, wenn diese auch scheinbar mit einander in Berührung sind. Um dies zu zeigen erinnere ich daran, dafs die durch unsere Formeln und Tafeln berechnete Strahlenbrechung der Winkel ist, den die Tangenten der beiden Endpunkte der Curve, welche der Lichtstrahl beschreibt, indem er die Atmosphäre durchläuft, mit einander machen. Dieser Winkel wird bei der Herleitung der Strahlenbrechung aus den allgemeinen Gleichungen der Bewegung in Function des Winkels, welchen die an der Oberfläche der Erde befindliche Tangente der Curve des Lichtstrahls mit der durch diesen Punkt gehenden Verticale macht, also in Function der scheinbaren Zenithdistanz ausgedrückt. Da aber die Verlängerung der Tangente an dem andern Endpunkte der Curve des Lichtstrahls diese Verticale nicht an der Oberfläche der Erde, (im Auge des Beobachters,) sondern in einer gewissen Höhe über derselben trifft, so ist nur in dem Falle, wo die Entfernung des Himmelskörpers unendlich grofs ist, die durch die Strahlenbrechung verbesserte scheinbare Zenithdistanz die wahre Zenithdistanz. In allen Fällen, wo die Entfernung des Himmelskörpers endlich ist, ist die wahre Zenithdistanz kleiner, als die durch unsere Strahlenbrechung verbesserte scheinbare Zenithdistanz. Es ist mir nicht bekannt, dafs je die Gröfse dieser von der Entfernung des Himmelskörpers abhängigen Correction der Strahlenbrechung entwickelt worden wäre; es wird in der Mec. cél. und in andern diesen Gegenstand behandelnden

Digitized by Google

Schriften nur gesagt, dafs sie sehr klein und selbst für den Mond unmerklich sey, es ist indefs ein Leichtes, sie aus der in der Mec. cél. befindlichen Theorie der Strahlenbrechung zu entwickeln.

Ich entnehme aus diesem Werke (Tom. IV. pag. 244) die Gleichung

$$(1)\ldots\ldots\ldots\frac{c}{a} = n\sqrt{\left(1+\frac{4K}{n^2}(\rho)\right)}.\sin\Theta$$

wo Θ die scheinbare Zenithdistanz, n die Geschwindigkeit des Lichts im leeren Raume, $n\sqrt{\left(1+\frac{4K}{n^2}(\rho)\right)}$ die Geschwindigkeit desselben an der Oberfläche der Erde, a der Halbmesser der Erde und c eine Constante ist. Um c zu bestimmen dient die Gleichung

$$(2)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots r^2 d\upsilon = c dt$$

wo t die Zeit, r der vom Mittelpunkt der Erde an den in irgend einem Punkte seiner Bahn befindlichen Lichtstrahl gezogene Radius und υ der Winkel ist, den dieser Radius zur Zeit t mit dem Vertical am Orte des Beobachters, oder mit dem durch diesen Ort gelegten Radius der Erde, welche als kugelförmig angesehen wird, macht.

Um die Bedeutung von c zu finden betrachte ich den Lichtstrahl bei seinem Eintritte in die Atmosphäre. In diesem Punkte ist $r = a'$, wenn a' den Halbmesser der Erde vermehrt um die Höhe der Atmosphäre bedeutet, und es durchläuft in dem Zeittheilchen dt der Lichtstrahl den Weg $n\,dt$. Nennen wir nun φ den Winkel, den der Lichtstrahl in diesem Augenblicke mit dem Radius r oder a' macht, so ist dessen senkrecht auf r zerlegte Bewegung während des Zeittheilchens dt und während dessen Eintritts in die Atmosphäre $= n\,dt\sin\varphi$, anderntheils ist aber dieselbe Bewegung $= r\,d\upsilon$. Wir haben daher, wenn wir diese Werthe von r und $r\,d\upsilon$ in die Gleichung (2) substituiren

$$c = a' n \sin\varphi$$

und da r senkrecht auf der Oberfläche der Atmosphäre steht, so ist φ der Einfallswinkel des Lichtstrahls an der obern Grenze derselben. Substituiren wir nun diesen Werth von c in die Gleichung (1), so ergiebt sich

$$(3)\ldots\ldots\ldots\frac{a'}{a}\sin\varphi = \sqrt{\left(1+\frac{4K}{n^2}(\rho)\right)}.\sin\Theta$$

Betrachten wir jetzt das Dreieck zwischen dem Mittelpunkt der Erde dem Punkt des Eintritts des Lichtstrahls in die Atmosphäre und dem Punkte, in welchem die verlängerte Tangente am Eintrittspunkte den verlängerten Vertical des Beobachters schneidet. In diesem Dreieck ist die eine Seite a' und die andere $a + x$, wenn x die Höhe über der Erdoberfläche bedeutet, in welcher jene Tangente die verlängerte Verticale des Beobachters schneidet. Es sind ferner in diesem Dreieck die den obigen Seiten resp. gegenüber liegenden Winkel $180^0 - (\Theta+\theta)$ und φ, wo θ die zur scheinbaren Zenithdistanz Θ gehörige aus den Tafeln zu entnehmende Strahlenbrechung bezeichnet. Wir haben daher

$$a + x = \frac{\sin\varphi}{\sin(\Theta+\theta)}\,a'$$

und hieraus, wenn wir den Werth von $a'\sin\varphi$ aus (3) substituiren,

$$1+\frac{x}{a} = \frac{\sin\Theta}{\sin(\Theta+\theta)}\sqrt{\left(1+\frac{4K}{n^2}(\rho)\right)}$$

lösen wir diese Gleichung in eine unendliche Reihe auf, und bleiben bei der ersten Potenz der Gröfse $\frac{4K}{n^2}(\rho)$, und bei der zweiten von θ stehen, so ergiebt sich

$$\frac{x}{a} = \frac{2K}{n^2}(\rho) - \theta\,\mathrm{cotg}\,\Theta + \theta^2\,\frac{1+\cos^2\Theta}{2\sin^2\Theta}$$

oder

$$\frac{x}{a} = \frac{2K}{n^2}(\rho) - k + \tfrac{1}{2}k^2(1+\sec^2\Theta)$$

wo k die sogenannte Constante der Strahlenbrechung oder $\theta = k\,\mathrm{tg}\,\Theta$ ist. Die erste dieser Formeln dient für die dem Horizont am nächsten befindlichen 5 Höhengraden, die zweite für den übrigen Theil des Himmels, und man kann hier unbedenklich k^2 übergehen.

Wenn aber in der Höhe x über der Oberfläche der Erde die Zenithdistanz eines Gestirns, dessen Horizontalparallaxe π ist, z genannt wird, so ist dessen Zenithdistanz an der Oberfläche der Erde sehr nahe $=$

$$z - \frac{x}{a}\sin\pi\sin z$$

wir haben daher in unserem Falle, wo $z = \Theta+\theta$, und wo wegen der Kleinheit der ganzen Correction im zweiten Gliede unbedenklich Θ für z gesetzt werden darf, die wahre an der Oberfläche der Erde statt findende Zenithdistanz irgend eines Himmelskörpers

$$\Theta+\theta-\left\{\frac{2K}{n^2}(\rho) - \theta\,\mathrm{cotg}\,\Theta + \theta^2\,\frac{1+\cos^2\Theta}{2\sin^2\Theta}\right\}\sin\pi\sin\Theta$$

oder

$$\Theta+\theta-\left\{\frac{2K}{n^2}(\rho) - k + \tfrac{1}{2}k^2(1+\sec^2\Theta)\right\}\sin\pi\sin\Theta$$

Das zweite Glied θ dieses Ausdrucks der wahren Zenithdistanz hat keine Wirkung auf Sonnenfinsternisse und Sternbedeckungen, weil es für beide Gestirne einerlei ist, dahingegen sind aber die folgenden Glieder, weil sie für beide Gestirne verschieden sind, nicht ohne Einfluss. Um die Gröfse dieses Einflusses zu ermitteln, werde ich den numerischen Werth dieser Glieder für den Mond, für welchen sie auf jeden

Digitized by Google

Fall am merklichsten werden müssen, berechnen. Es ist (Mec. cél. Tom. IV. p. 246) für den Barometerstand von 0m76 und für die Temperatur des schmelzenden Eises

$$\frac{2K}{n^2}(\rho) = 0.000294047$$

und die Horizontalparallaxe des Mondes im Mittel = 57′ 3″; hiemit und mit der *Besselschen* Strahlenbrechung findet sich

Wenn die scheinbare Zenithdistanz des Mondes oder Θ		die wahre Zenithdistanz desselben	
=	90°	= Θ + δ	— 1″226
	89		— 0,651
	88		— 0,389
	87		— 0,253
	86		— 0,176
	85		— 0,127
	80		— 0,042
	70		— 0,014
	60		— 0,007
	50		— 0,003
	40		— 0,002
	30		— 0,002
	20		— 0,001
	10		— 0,001
	0		0

Für jedes andere Gestirn findet man hieraus die betreffende Correction, wenn man die obigen Gröfsen mit dem Verhältnifs der Horizontalparallaxe dieses Gestirns zur Horizontalparallaxe des Mondes multiplicirt. Für die Sonne mufs man also die obigen Zahlen mit $\frac{1}{400}$ multipliciren, woraus sogleich sichtbar ist, dafs für diese die Correction völlig unmerklich ist.

Denken wir uns nun durch die Formeln der Anfangs angezogenen Abhandlung die Zeit berechnet, in welcher bei Anfang oder Ende einer Sonnenfinsterniſs die Ränder der Sonne und des Mondes, oder bei einer Sternbedeckung der Stern und der Mondrand mit einander in Berührung seyn müfsten, und denken wir uns ferner die Gestirne in Einem Vertical über einander stehend, so sind in der That die Ränder der beiden Gestirne nach Maafsgabe der Zenithdistanz um die oben berechneten Gröfsen von einander entfernt. Ist nun zugleich die relative Bewegung derselben grade auf ihre Mittelpunkte gerichtet, so wird der Ein- oder Austritt um so viel früher oder später erfolgen, als sie brauchen, um die oben angegebenen Secunden zu durchlaufen. Die stündliche relative Bewegung der Sonne und des Mondes ist im Mittel = 30′ 29″ und folglich sind in diesem Falle die Correctionen des Anfangs und Endes einer Sonnenfinsterniſs die folgenden:

Bei	90° Zenithdistanz	Correction =	2″42
	89 ———	———	1,28
	88 ———	———	0,77
	87 ———	———	0,50
	86 ———	———	0,34
	85 ———	———	0,25
	80 ———	———	0,08
	70 ———	———	0,03
	etc.		etc.

Wenn, während die übrigen Umstände dieselben sind wie vorher, die relative Bewegung nicht vertical ist, so vergröfsern sich die vorstehenden Correctionen der Ein- und Austrittszeiten im Verhältnisse der Secante des Winkels, den die relative Bewegung mit dem Verticalkreise macht. Ist z. B. dieser Winkel 60°, so sind die Correctionen doppelt so grofs, aber es entspricht diesen Umständen eine Verfinsterung von nur $\frac{3}{12}$ der Sonnenscheibe. Bei gröfserer Neigung der relativen Bewegung wird die Correction natürlich noch gröfser, aber es ist zugleich die Verfinsterung noch kleiner, und deshalb an sich von minder grofsem Werthe. Z. B. damit die Correction bei 85° Zenithdistanz Eine Secunde betrage mufs der Winkel der relativen Bewegung mit dem Vertical 75° 30′ betragen, und das Maximum der Verfinsterung beträgt in diesem Falle nur $\frac{0,7}{12}$ der Sonnenscheibe; bei 80° Zenithdistanz wäre in diesem Falle die Correction nur 0″3 und folglich bei kleineren Zenithdistanzen noch kleiner.

Wir haben hiemit das eine Extrem, nemlich wenn beide Gestirne in Einem Vertical stehen, betrachtet, nehmen wir nun das andere Extrem, nemlich den Fall, wo sie gleiche Zenithdistanzen haben, vor. Da die obige Einwirkung der Strahlenbrechung, so wie diese selbst, in der Richtung des Verticals sich äufsert, so ist von selbst klar, dafs in dem jetzigen Falle die Entfernung der Ränder, und also auch die von der Strahlenbrechung erzeugte Correction der Ein- und Austrittszeiten nur eine Gröfse der dritten Ordnung in Bezug auf die oben angeführten numerischen Gröfsen seyn kann, und daher selbst im Horizonte unmerklich ist. Wir haben also oben das Maximum der Einwirkung der Strahlenbrechung auf Sonnenfinsternisse und Sternbedeckungen betrachtet, und können daher allgemein schliefsen, dafs obgleich in den meisten Fällen (nemlich wenn die Höhe der Gestirne nicht unbeträchtlich ist) diese Einwirkung unbeträchtlich, und zu vernachlässigen ist, doch Fälle vorkommen können, (nemlich wenn die Höhe der Gestirne oder das Maximum der Verfinsterung klein ist) wo sie nicht vernachlässigt werden darf; wir wollen daher zur genauen Berechnung dieser Einwirkung übergehen.

Diese läfst sich sehr einfach dadurch bewerkstelligen, dafs man statt des Punktes der Oberfläche der Erde, wo der Beobachter sich befindet, in den Formeln der genannten Abhandlung den Punkt der Verticale des Beobachtungsortes anwendet, in welchem diese von der Tangente der äufseren Extremität der Lichtcurve geschnitten wird. Es folgt nemlich aus dem Vorhergehenden, dafs der Lichtstrahl, welcher, wenn die Atmosphäre nicht da wäre, in diesen Punkt gelangen würde, in der That vermöge der brechenden Kraft der Atmosphäre in das Auge des Beobachters gelangt. Wir müssen also die Lage dieses Punktes in Beziehung auf das Erdellipsoid be-

Digitized by Google

rechnen. Sey wie in der angeführten Abhandlung φ' die Polhöhe des Beobachtungsortes und c die Abplattung des Erdellipsoids, dann hat man erstlich den Erdradius ρ und die geocentrische Breite durch folgende Formeln

$$\rho \sin\varphi = \frac{(1-c)^2 \sin\varphi'}{\sqrt{(\cos^2\varphi' + (1-c)^2 \sin^2\varphi')}}$$

$$\rho \cos\varphi = \frac{\cos\varphi'}{\sqrt{(\cos^2\varphi' + (1-c)^2 \sin^2\varphi')}}$$

durch welche man ρ in Theilen des Aequatorealhalbmessers ausgedrückt erhält. Seyen nun auf dieselbe Einheit bezogen h die Höhe des Beobachtungsortes über dem Meere, und x die Höhe des genannten Punktes über der Oberfläche der Erde, so erhalten wir, wenn wir diesen Punkt der Verticale durch eine grade Linie, deren Länge ich $\rho_,$ nennen will, mit dem Mittelpunkte der Erde verbinden, ein ebenes Dreieck, dessen Seiten ρ, $h+x$ und $\rho_,$ sind, und in welchem der der Seite ρ, gegenüber liegende Winkel $= 180° - (\varphi' - \varphi)$ ist; nennen wir ferner den Winkel, welchen der Radius $\rho_,$ mit dem Aequatorealhalbmesser macht, $\varphi_,$, so ist in unserm Dreiecke der der Seite $h+x$ gegenüber liegende Winkel $= \varphi_, - \varphi$ und wir erhalten durch die ebene Trigonometrie

$$\rho_, \sin(\varphi_, - \varphi) = (h+x)\sin(\varphi' - \varphi)$$
$$\rho_, \cos(\varphi_, - \varphi) = \rho + (h+x)\cos(\varphi' - \varphi)$$

aus welchen Formeln $\rho_,$ und $\varphi_,$ berechnet werden müssen, nachdem x berechnet worden ist. Die Gröfsen $\rho_,$ und $\varphi_,$ bestimmen also die Lage des genannten Punktes in Beziehung auf das Erdellipsoid, und wir berücksichtigen den Einfluss der Strahlenbrechung vollständig dadurch, dafs wir in allen Formeln der mehrmals genannten Abhandlung $\rho_,$ und $\varphi_,$ resp. statt ρ und φ substituiren, und übrigens auch in den Aufgaben, die von Maximis oder Minimis abhängen, auf die Veränderlichkeit von x Rücksicht nehmen.

Die Gröfse x, welche mit der oben $\frac{z}{a}$ bezeichneten Gröfse identisch ist, hängt von der scheinbaren Zenithdistanz ab, und kann wenigstens in dem Falle, wo die gröfste Genauigkeit wesentlich ist, nemlich bei der Berechnung der Längendifferenzen aus beobachteten Verfinsterungen oder Sternbedeckungen, direct berechnet werden. In den übrigen Fällen kann man, wenn man strenge verfahren will, nur durch indirecte Rechnung zum Ziele gelangen, und diese fängt man in den Aufgaben, wo $\varphi_,$ oder φ oder φ' eine unbekannte Gröfse ist, damit an, dafs man $\rho_, = 1$ setzt. Da x immer eine sehr kleine Gröfse ist, so braucht man in allen Fällen, die vorkommen können, die Zenithdistanz nie sonderlich genau zu berechnen, und man kann sich fast immer begnügen, statt der scheinbaren Zenithdistanz des Punkts, wo die Verfinsterung anfängt oder endigt, die wahre Zenithdistanz des Punktes (a, d) zu substituiren. Diese wird ohnehin in mehreren der hierher gehörigen Aufgaben gebraucht, denn wenn man sie z nennt, so ist

$$\cos z = \sin\varphi \sin d + \cos\varphi \cos d \cos(15t' + a')$$

und man sieht sogleich, dafs die rechte Seite dieser Gleichung in den Formeln der genannten Abhandlung vorkommt.

Die obigen Formeln zeigen ferner, dafs es selten oder nie nöthig seyn wird den Winkel $\varphi_,$ von φ zu unterscheiden, denn da der Unterschied zwischen φ und φ' höchstens 11 bis 12 Minuten beträgt, und $\frac{h+x}{\rho_,}$ selten gröfser als $\frac{1}{3600}$ ist, so kann $\varphi_, - \varphi$ selten 0″25 erreichen. Man kann daher fast ohne Ausnahme

$$\varphi_, - \varphi = 0$$

und

$$\rho_, = \rho + h + x$$

setzen. Um die Berechnung von x zu erleichtern habe ich aus der *Besselschen* Refractionstafel das folgende Täfelchen berechnet, dessen Argument die scheinbare Zenithdistanz ist.

Z. D.	x	Z. D.	x
90° 0′	0,0003531	86° 30′	0,0000610
89 50	3155	86 0	504
40	2831	85 30	420
30	2548	85 0	361
20	2301	84	271
10	2085	83	209
89 0	1897	82	167
88 50	1731	81	135
40	1584	80	111
30	1453	70	29
20	1337	60	13
10	1234	50	6
88 0	1140	40	0,0000004
87 30	905	0	0,0000000
87 0	738		

Ich benutze diese Gelegenheit, um einige in der angezogenen Abhandlung befindliche Druckfehler anzuzeigen.

Druckfehler in Nr. 339—342.

pag. 34	Zeile 1	v. u.	statt	$)(x, x', \gamma, \gamma', z, z')^2$	lies $)+(x, x', \gamma, \gamma', z, z')^2$
— 35	— 14	v. o.	—	zu lassen	lies: gelassen.
— 42	— 8	v. u.	—	u	— u'
— 43	— 10	v. u.	—	$\sin\varphi$	— $\sin\psi$
— 51	— 15	v. u.	—	$\frac{n' \cos N'}{r \cos\delta}$	— $\frac{n' \cos N'}{r \cos\delta}\zeta$
— 59	— 5	v. o.	—	(17) und (22)	— (17) oder (22)
— 63	— 24	v. u.	—	Störungen	— Näherungen
— 70	— 23	v. o.	—	Mittelpunkte	— Mittagspunkte
— 73	— 2	v. u.	—	W	— V
— 88	— 1	v. u.	—	fäanglich	— anfänglich
— 101	— 11	v. o.	—	längen	— Bögen.

Hansen.

Digitized by Google

Planetenbeobachtungen am Meridiankreise der Sternwarte zu Kremsmünster sammt ihrer Vergleichung mit dem Berliner Astr. Jahrbuche.

Jupiter.

1835 Dec.	18.	$13^h\ 7'\ 51''47$	m. Z. Kr.	AR. =	$6^h 55' 23''23$	Decl. =	$+22°\ 52'\ 38''8$	$d\alpha$ =	$+0^s85$	$d\delta$ = $-1''5$
	22.	12 49 56,40	———		53 11,32	———	56 2,2		+ 0,51	+ 0,8
1836 Januar	6.	11 42 19,04	———		44 31,03	———	23 8 22,7		+ 0,61	— 4,5
	7.	37 48,49	———		43 56,72	———	9 4,0		+ 0,26	— 0,8
	8.	33 18,31	———		43 22,20	———	9 47,0		+ 0,24	+ 0,6
	9.	28 47,92	———		42 47,59	———	10 33,2		+ 0,54	— 2,0
	11.	19 48,23	———		41 39,56	———	11 53,3		+ 0,54	+ 3,1
	13.	10 49,69	———		40 32,68	———	13 18,6		+ 0,36	— 0,4
	14.	6 21,02	———		39 59,85	———	14 0,1		+ 0,12	— 1,7
	21.	10 35 9,87	———		36 18,82	———	18 14,3		+ 0,19	+ 1,2
Febr.	5.	9 29 47,74	———		29 54,64	———	25 5,8		+ 0,35	+ 4,5
	10.	8 35,09	———		28 21,18	———	26 47,8		+ 0,29	+ 1,4
	21.	8 23 5,21	———		26 6,21	———	29 25,3		+ 0,43	+ 1,5
	23.	14 59,81	———		25 52,61	———	29 47,3		+ 0,50	— 0,1
	27.	7 58 59,69	———		25 35,78	———	30 17,8		+ 0,59	+ 2,9
	28.	55 2,22	———		25 34,31	———	30 26,4		0,00	+ 1,3
März	1.	47 8,77	———		25 32,48	———	30 38,2		+ 0,37	+ 1,0
	9.	16 8,90	———		26 0,27	———	31 4,6		+ 0,54	+ 0,3
	20.	6 34 58,82	———		28 5,29	———	30 34,4		+ 0,35	+ 4,0
	22.	27 39,66	———		28 38,21	———	30 22,2		+ 0,47	+ 3,1
	25.	16 47,21	———		29 33,62	———	———		+ 0,31	———
	26.	13 10,89	———		29 53,48	———	———		+ 0,36	———
	27.	9 35,92	———		30 14,21	———	———		+ 0,24	———

Vesta.

1836 März	5.	$13^h 19' 47,65$	m. Z. Kr.	AR. =	$12^h 14' 52''06$	Decl. =	$+11°\ 3'\ 31''2$	$d\alpha$ =	$+2^s87$	$d\delta$ = $-15''4$
	9.	0 52,85	———		11 40,89	———	36 34,3		+ 3,03	— 11,3
	12.	12 46 32,06	———		9 7,78	———	12 0 51,1		+ 3,04	— 12,9
	15.	32 5,60	———		6 28,07	———	24 24,2		+ 3,35	— 20,9
	19.	12 42,24	———		2 49,58	———	53 50,3		+ 3,09	— 21,5
	20.	7 52,49	———		1 54,08	———	13 0 40,0		+ 3,34	— 13,3
	21.	3 2,17	———		0 59,11	———	———		+ 3,00	———
	22.	11 58 11,01	———		0 3,91	———	13 14 5,0		+ 2,92	— 14,7
	23.	53 20,35	———		11 59 8,79	———	20 29,8		+ 2,88	— 14,8

Saturn.

1836 April	8.	$12^h 57' 48''40$	m. Z. Kr.	AR. =	$14^h\ 6'\ 42''21$	Decl.	———	$d\alpha$ =	$+0^s28$	$d\delta$ = ———
	16.	23 56,33	———		4 26,85	———	= $-9°\ 43'\ 40''8$		+ 0,24	— 15''0
	18.	15 29,82	———		3 52,65	———	40 35,8		— 0,11	13,1
	20.	7 3,45	———		3 17,85	———	37 23,7		+ 0,01	17,9
	23.	11 54 23,52	———		2 25,54	———	32 47,8		+ 0,22	15,1
	24.	50 10,44	———		2 8,22	———	31 15,5		+ 0,19	15,2
	25.	45 56,92	———		1 50,64	———	29 41,9		+ 0,44	17,0
Mai	3.	12 13,48	———		13 59 34,19	———	17 47,7		+ 0,12	16,5
	4.	8 0,80	———		59 17,44	———	16 21,1		+ 0,13	17,0

Digitized by Google

1836 Mai	5.	11h 3′ 48″36	m.Z.Kr.	AR. =	13h59′ 0″76	Decl. =	−9°14′54″8	dα =	+0″19	dδ =	−18″0
	7.	10 55 33,64	———		58 27,64	———	12 7,6		+ 0,40		17,2
	8.	51 11,51	———		58 11,45	———	———		+ 0,30		———
	19.	5 9,95	———		55 23,71	———	− 8 56 51,7		+ 0,15		− 20,0
	20.	0 59,99	———		55 9,63	———	55 43,8		+ 0,16		20,4
	22.	9 52 40,32	———		54 42,17	———	53 39,5		+ 0,20		14,5
Jun.	7.	8 46 45,82	———		51 41,79	———	40 16,7		− 0,09		19,3
	10.	34 32,63	———		51 16,17	———	38 44,8		+ 0,28		14,6
	11.	30 29,02	———		51 8,42	———	38 13,3		+ 0,28		17,8
	14.	18 20,16	———		50 47,28	———	36 59,1		+ 0,21		19,5
	16.	10 15,77	———		50 34,71	———	36 23,6		+ 0,34		17,0
	23.	7 42 12,62	———		50 2,83	———	35 18,0		− 0,07		15,9

Pallas.

1836 Juli	28.	12h 46′ 56″31	m.Z.Kr.	AR. =	21h13′ 36″26	Decl. =	+13°55′ 8″5	dα =	+2″21	dδ =	+31″0
August	3.	18 49,94	———		9 4,57	———	15 8,8		2,14		35,3
	4.	14 7,80	———		8 18,14	———	7 48,3		2,39		28,4
	8.	11 55 19,03	———		5 12,77	———	12 35 37,1		1,96		37,1
	13.	31 48,33	———		1 20,86	———	11 50 52,6		2,33		35,6
	22.	10 49 47,77	———		20 54 42,27	———	10 18 55,2		2,13		34,5

Ceres.

1836 Aug.	31.	12h 57′ 6″09	m.Z.Kr.	AR. =	23h37′ 50″82	Decl. =	−19°38′ 48″2	dα =	+0″59	dδ =	+ 8″8
Sept.	1.	52 23,18	———		37 4,10	———	45 5,4		+ 0,59		+ 12,7

Uranus.

1836 Aug	31.	11h 37′ 46″55	m.Z.Kr.	AR. =	22h18′ 18″25	Decl. =	−11°24′ 43″3	dα =	+ 3″74	dδ =	+ 10″4
Sept.	1.	33 41,21	———		18 9,16	———	25 36,7		+ 3,80		+ 13,0
	16.	10 32 32,99	———		15 59,10	———	37 42,3		+ 3,58		+12,0
	17.	28 29,11	———		15 50,86	———	38 25,4		+ 3,65		+10,1
	26.	9 51 56,49	———		14 41,46	———	44 44,7		+ 3,60		+ 9,8
	27.	47 53,60	———		14 34,40	———	45 22,9		+ 3,47		+ 9,0
	28.	43 50,38	———		14 27,19	———	46 1,9		+ 3,60		+ 9,7
	29.	39 47,52	———		14 20,16	———	46 38,3		+ 3,67		+ 8,6
Octbr.	4.	19 35,04	———		13 47,18	———	49 39,8		+ 3,68		+13,4
	6.	11 31,16	———		13 34,95	———	50 40,9		+ 3,65		+ 9,5
	7.	7 29,25	———		13 29,15	———	51 14,4		+ 3,54		+11,5

Beobachtungen der Monddculminationen sammt ihrer Vergleichung mit dem Berliner Astr. Jahrbuche.

1836	Januar	26.	AR. =	3h 3′ 46″60	Decl. =	+ 16°32′ 23″3	dα =	+ 0″35	dδ =	+ 5″3
	Febr.	27.		7 4 57,03		26 34 23,9		+ 0,67		+ 2,6
		28.		8 0 49,62		+ 25 10 29,7		+ 0,06		+ 8,4
	März	1.		9 49 48,61		+ 18 29 8,9		− 0,16		+ 6,4
		27.		8 31 57,49		———		+ 0,29		———
	April	25.		9 54 53,94		+ 18 17 23,5		+ 0,11		+ 2,9
		27.		11 36 7,59		+ 7 29 23,8		+ 0,08		+ 1,8
	Juni	27.		17 21 22,85		− 25 54 38,6		+ 0,40		− 0,5
	Juli	27.		20 16 44,93		− 24 42 12,6		+ 1,09		+ 1,2
		28.		21 22 7,55		− 20 41 41,1		+ 0,76		− 0,8
	August	22.		18 36 21,35		− 27 17 14,5		+ 0,77		+16,3
	Octbr.	16.		19 0 26,44		− 27 25 32,2		+ 0,50		− 0,2
		17.		20 5 53,42		− 25 33 49,2		+ 0,54		− 8,1

Digitized by Google

Beobachtungen der Sterne im Parallel des Mondes.

			AR.
1836 Jan.	26.	38 Ariet.	2h 36′ 1′76
		42 π Ariet.	2 40 8,75
		Mond I	3 2 42,73
		25 η Tauri	3 37 44,76
Febr.	27.	27 s Gemin.	6 33 50,44
		Mond I	7 3 47,78
		78 β Gemin.	7 35 16,90
		83 φ Gemin.	7 43 27,97
März	1.	4 λ Leonis	9 22 22,28
		Mond I	9 48 36,49
		41 γ Leonis	10 10 56,69
		47 ρ Leonis	10 24 11,22
	27.	σ Cancri	7 53 26,27
		19 λ Cancri	8 13 46,95
		Mond I	8 30 49,00
		77 ξ Cancri	8 59 55,63
April	25.	4 λ Leonis	9 22 21,54
		16 ψ Leonis	9 34 48,00
		Mond I	9 53 47,36
		41 γ Leonis	10 10 55,99
		47 ρ Leonis	10 24 10,95
	27.	77 σ Leonis	11 12 41,65
		84 ζ Leonis	11 19 31,22
		Mond I	11 35 1,89
		9 o Virginis	11 56 52,41
		23 τ Scorp.	16 25 43,22
1836 Juni	27.	36 A Ophiuchi	17h 5′ 18″53
		Mond I	17 20 5,02
		13 μ′ Sagittar.	18 3 59,82
		19 δ Sagittar.	18 10 32,10
Juli	27.	59 b Sagittar.	19 46 55,33
		62 c Sagittar.	19 52 36,84
		Mond I	20 15 28,48
		16 ψ Capric.	20 36 25,23
	28.	16 ψ Capric.	20 36 25,46
		22 η Capric.	20 54 6,59
		Mond II	21 23 21,02
Aug.	22.	13 μ′ Sagittar.	18 3 59,51
		22 λ Sagittar.	18 17 53,25
		Mond I	18 35 4,17
		41 π Sagittar.	19 0 2,93
		52 h² Sagittar.	19 26 46,82
Octbr.	16.	22 λ Sagittar.	18 17 52,71
		Mond I	18 59 10,27
		52 h² Sagittar.	19 26 45,28
		62 c Sagittar.	19 52 35,94
	17.	52 h² Sagittar.	19 26 45,32
		62 c Sagittar.	19 52 36,04
		Mond I	20 4 38,84
		16 ψ Capric.	20 36 24,89

Fädenzahl: 5.

Koller.

Beobachtungen in Kopenhagen.

(Beschluſs.)

Pallas.

		Mittl. Zeit.	AR.	Fehler der Ephemeride.
1835 Juni	6.	12h 7′ 33″7	17° 6′ 8″13	— 7″24
	7.	12 2 46,1	5 16,50	— 8,08
	8.	11 57 59,7	4 25,46	— 7,80
	9	53 12,6	3 34,29	— 7,78
	10.	48 25,9	2 43,28	— 7,76
	11.	43 39,5	1 52,48	— 7,74
	16.	19 51,0	16 57 42,98	— 7,87
1836 Aug.	6.	12 4 42,2	21 6 44,95	— 2,62
	7.	11 59 59,6	5 58,53	— 2,52
	13	11 31 47,0	1 20,61	— 2,38

Ceres

1835 Juni	4.	12 28 43,7	17 19 28,31	— 0,89
	6.	18 57,4	17 32,23	— 1,50
	7.	14 2,3	16 34,24	— 1,35
	8.	9 9,2	15 36,06	— 1,22
	11.	11 54 26,6	12 40,62	— 0,62
	15.	34 51,2	8 48,25	— 0,94
1836 Aug.	30.	13h 1′ 46″9	25° 38′ 36″76	— 0″62
Sept.	8.	12 19 11,1	31 22,82	— 0,43
	9.	14 25,3	30 32,69	— 0,41
	10.	9 39,9	29 42,36	— 0,41
	15.	11 45 47,2	25 29,62	— 0,68
	16.	41 1,5	24 39,42	— 0,61
	18.	31 30,0	22 59,72	— 0,68

Vesta.

1836 März	18.	12 17 33,0	12 3 44,33	— 3,20
	20.	7 51,4	1 54,08	— 3,10
	21.	3 0,3	0 58,76	— 3,11
	30.	11 19 31,8	11 52 51,78	— 3,23

Saturn.

1836 April	7.	13 1 49,8	14 6 58,76	— 0,10
	9.	12 53 25,1	6 25,72	— 0,11
	10.	49 12,2	6 8,81	— 0,32
	16.	23 54,6	4 26,62	— 0,40

Digitized by Google

	Mittl. Zeit.	AR.	Fehler der Ephemeride.
1836 April 19.	$22^h 11' 6''0$	$22^\circ 3' 35''12$	$-0''02$
22.	11 58 36,4	2 43,12	+0,07
26.	41 43,0	1 33,75	+0,05
27.	37 32,0	1 16,51	+0,06
29.	29 4,1	0 42,18	+0,09
30.	24 51,3	0 25,07	+0,06
Mai 5.	3 47,9	13 59 1,03	+0,17
6.	10 59 35,3	58 44,28	−0,08

Uranus.

	Mittl. Zeit.	AR.	Fehler der Ephemeride.
1836 Aug. 29.	11 45 55,5	22 18 36,39	−3,64
30.	43 45,7	18 27,23	−3,74
Sept. 1.	35 34,8	18 9,27	−3,64
3.	27 24,3	17 51,11	−5,85
8.	6 56,6	17 7,09	−3,58
9.	2 43,6	16 58,31	−3,64
10.	10 58 45,8	16 49,51	−3,76

Olufsen.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn Dr. *Mädler* an den Herausgeber.

Berlin 1837. Oct. 22.

Bei meiner Anwesenheit in Prag sprach *Morstadt* unter Andern auch über das Meteor vom 13ten Novbr., und stellte die Hypothese auf, dafs es zerstreute Schweiftheile des *Biela*schen Cometen, dessen Bahn die Erde am 13ten Nov. ziemlich nahe stehe, sein möchten. Dadurch veranlafst vereinigten sich am 25sten August die folgend genannten

Feldt aus Braunsberg,
Koller aus Kremsmünster,
Mädler aus Berlin,
v. Montedego aus Ofen,
Morstadt aus Prag,
Weisse aus Krakau,

alle persönlich gegenwärtig, in den Nächten vom $\frac{11}{12}$, $\frac{12}{13}$, $\frac{13}{14}$ten Nov. so viele Sternschnuppen als möglich, hauptsächlich aber die nach γ Leonis zu gesehenen, zu beobachten nach folgenden Merkmalen

T, α, δ des Erscheinens und Verschwindens, so genau als thunlich, besonders die Zeit,
Gröfse und Glanz.
Mit oder ohne Schweif.

und was sich sonst unter der Rubrik „besondere Bemerkung" ergäbe. Für α und δ wird man freilich meistens nur die Sterne angeben können, wo sie erscheinen.

Sind mehrere Beobachter auf einem Punkte, so theilen sie den Himmel unter sich; ist nur einer, so richtet er sein Auge gegen γ Leonis.

Jeder von uns hat übernommen, einen Bericht darüber an *Feldt* in Braunsberg jährlich zu schicken, der die Reduction übernommen hat und sie publiciren wird; und zugleich auch von seinem Wohnorte aus Andre sichere Beobachter zur Theilnahme aufzufordern. *Schwabe* in Dessau hat bereits zugesagt. *Lohrmann* in Dresden (dessen mir höchst erfreuliche persönliche Bekanntschaft ich auf der Hinreise machte) und *Steinort* in Stralsund habe ich aufgefordert. Im Falle Sie den ganzen Plan überhaupt angemessen finden, bin ich überzeugt, dafs Sie zur weitern Ausdehnung unsers projectirten meteorischen Dreiecksnetzes recht wesentlich beitragen können und werden. Dafs es übrigens nicht sowohl auf viele, sondern auf zuverlässige und möglichst entfernt von einander wohnende Beobachter ankommt, werden Sie besser wissen als ich.

Mädler.

Chronometer.

Es ist bei mir ein silbernes Taschenchronometer von *Arnold* Nr. 1927 zu dem billigen Preise von 100 holl. Ducaten zum Verkauf niedergelegt. Ich habe es früher bei der Bestimmung der Längendifferenz zwischen Altona und Berlin gebraucht, die es nur $0''35$ von dem Mittel aller 20 Chronometer verschieden gab. Der mittlere tägliche Gang vom 2ten Dec. 1837 bis jetzt ist $1''$ Voreilung. Die gröfste ein einzigesmal in dieser Periode beobachtete Abweichung vom mittleren Gange ist $1''1$. Zu näherer Auskunft über den Gang bin ich gern erbötig. Der Durchmesser der Uhr ist 23 Pariser Linien, so dafs sie sich sehr bequem in der Tasche tragen läfst.

S.

(Inh. zu Nr 346.) Schreiben des Herrn *Kreil*, Adjuncten der Sternwarte in Mailand, an den Herausgeber. p. 169. — Ueber einige Aeufserungen von *Bessel* in den Astr. Nachr. N. 344. p. 173. — Beobachtungen in Kopenhagen p. 177. — Schreiben des Herrn *Fischer* in Apenrade an den Herausgeber. p. 183.
(zu Nr. 247.) Ueber den Einfluss der Strahlenbrechung auf Sonnenfinsternisse u. Sternbedeckungen etc. Von Hrn. Prof. *Hansen*. p. 185. Planetenbeobb. am Meridiankreise der Sternwarte zu Kremsmünster sammt ihrer Vergleichung mit dem Berl. Astr. Jahrb. p. 193. Beobb. in Kopenhagen (Beschluss.) p. 197. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn Dr. *Madler* an den Herausgeber. p 199. Chronomet. p. 199.

Altona 1838. März 10.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

No. 348.

Note sur la théorie des perturbations planétaires.

Par M. *Hansen*,

Directeur de l'observatoire de Seeberg.

Je viens de donner dans les Fundamenta nova investigationis orbitae verae quam luna perluatrat, une nouvelle et complète exposition de la méthode dont je me suis servi en traitant le problème des 3 et des 4 corps. Cette méthode n'avait pas été réunie jusqu'alors dans un seul corps, et ce que j'en avais publié se trouvait dans différents mémoires inserés dans les Astronomische Nachrichten, et dans mon mémoire couronné par l'Académie de Berlin. J'espère qu'on pourra à présent s'en former une idée sans avoir besoin de parcourir ces différents mémoires ou bien sans être obligé de se tenir à l'aperçu que M. *de Pontécoulant* prétend d'en donner dans son mémoire (Additions à la C. d. T. 1837). Cet aperçu, qui loin de remplir ce qu'il promet ne parait écrit que pour défigurer mes travaux et pour en donner une idée fausse, avait paru dans un livre qui est dans les mains de tous les Astronomes, et exigeait donc une réplique de ma part. Je la donne ici aussitôt que mon ouvrage sur la théorie de la Lune a paru. Les Géomètres y trouveront les preuves de mes assertions et leur auguste tribunal décidera en dernière instance sur les mérites de mes travaux.

M. *de Pontécoulant* annonce dans les premières lignes de son mémoire qu'il va donner une idée juste et claire de ma méthode. Or quand on veut donner une idée juste et claire d'une méthode quelconque, il n'en faut pas détacher quelques points, mais en donner un aperçu complèt et relever tout ce qui la caractérise et la distingue des autres. Il est évident qu'il faut satisfaire à ces conditions.

Mais si à la seconde page de son mémoire il déclare qu'il ne s'occupera que des termes du 1er ordre, ne débute-t-il pas par dérober ma méthode, dont les formules fondamentales sont rigoureuses et se trouvent développées dans mon mémoire couronné jusqu'aux termes du 3ème ordre *) par rapport aux masses perturbatrices, d'un de ses principaux avantages? Quand après M. *de Pontécoulant* dans son développement de mes deux formules principales part de formules dans lesquels on a déjà négligé quelques termes, sans prendre notice de ce que j'ai exposé dans le Nr. 244 et suiv. des Astron. Nachrichten (quoique à en juger par le Tome III de sa Théorie analytique du Système du monde, mon mémoire semble être parvenu à sa connaissance) n'a-t-il pas démontré mes formules d'une manière incomplète? En effet s'il ne s'agit que de reproduire par un développement quelconque mes deux formules principales, on y peut parvenir de plusieurs manières, et on peut trouver des développemens plus courts, que celui que M. *de Pontécoulant* a choisi; mais s'il s'agit d'un développement qui démontre toute l'étendue de mes formules, je n'en connais jusqu'à présent qu'un seul, et c'est celui que j'ai donné dans le mémoire inseré dans le Nr. 238 et suiv. des A. N. et reproduit sans le sécours des séries dans la 1ère section de mes Fundamenta. Il dit (p. 41), que j'ai fait l'application de mes formules pour déterminer les termes du second ordre, par rapport aux masses, des deux grandes inégalités de Jupiter et de Saturne. En verité, j'ai déterminé dans mon mémoire couronné ces termes relatifs à Saturne, mais j'ai déterminé aussi tous les termes du second ordre de cette planète, qui sont au-dessus d'une certaine quantité numérique, ce qui M. *de Pontécoulant* passe tout-à-fait sous silence.

M. *de Pontécoulant* dit (p. 43) *), qu'il restait à appliquer la méthode des quadratures mécaniques aux planètes principales, et en particulier à la théorie de Jupiter et de Saturne, et que cette tâche avait été heureusement remplie par moi, tandis qu'à la page 92 il dit, que la méthode du développement en série de la fonction perturbatrice a toute la précision désirable dans la théorie des mouvemens troublés des planètes, et que les inégalités planétaires calculées de cette manière peuvent suffire aux besoins de l'astronomie. Ces deux assertions se contredisent, la première m'accorde d'avoir fait ce qui restait encore à faire et la seconde veut que ce que j'ai fait soit inutile. Cette dernière assertion se fonde sur la comparaison de mes resultats aux valeurs des diverses parties des grandes inégalités de Jupiter et de Saturne obtenues par lui-même par l'ancienne méthode, qui lui donne seulement des différences

*) Les développemens dans les Fundamenta s'étendent aux termes de tous les ordres.

*) Les citations se rapportent au mémoire dans la C. d. T. 1837.

Digitized by Google

qu'il appelle petites. Or ces petites différences suffisantes aux besoins de l'astronomie vont à 10″ Sexagésimales! D'ailleurs supposons pour un moment que les différences dans cette inégalité n'ayent pas une influence sensible; est-ce donc la grande inégalité seule qui décide pour ou contre un calcul des perturbations de Jupiter et de Saturne. Les autres inégalités n'ont-elles aucune influence sur le lieu de ces planètes? Qu'il plaise à M. *de Pontécoulant* de jetter un coup d'oeil sur le tableau des inégalités que j'ai trouvées dans mon mémoire couronné, il y verra sans calcul que j'en ai trouvé beaucoup, qui ont été négligées par M. *de Laplace*, et parmi lesquelles se trouvent des coëfficients, qui ne sont pas tout-à-fait petits. Un petit calcul lui découvrira encore des différences, qui ne sont pas négligéables dans quelques uns des coëfficiens, que nous avons calculés tous les deux.

Je pourrais multiplier davantage ces reflexions sur ce qu'il plait à M. *de Pontécoulant* d'appeller un essai de donner une idée juste et claire de mes travaux sur la théorie des perturbations; mais ce que j'ai dit, suffira pour prouver qu'il ne rend pas ni mes idées ni l'esprit de ma méthode. Cette assertion devient encore plus manifeste, quand il dit dans la note de la page 43: „J'ai peine à comprendre pourquoi il a „choisi la méthode d'intégration fondée sur la variation des „constantes arbitraires, dont il avait lui-même signalé les in„convéniens, plutôt que celle qui donne directement, sous forme „finie, les expressions de la longitude vraie, du rayon vecteur „et de la latitude, et qui semble s'adapter bien plus aisément „au calcul des quadratures paraboliques."

Je remarque d'abord, que je ne connais pas de méthode, qui donne sous forme finie toutes les perturbations de ces coordonnées. Avant que j'eusse donné mes formules finies il existoit seulement des formules qui donnent sous forme finie les perturbations de ces coordonnées du premier ordre par rapport aux masses. Mais voulant aller plus loin, je ne pouvais pas faire usage de ces formules.

Secondement, pour éclaircir les doutes de M. *de Pontécoulant* sur le choix que j'ai fait de la méthode de la variation des constantes arbitraires, après en avoir signalé moi-même les inconvéniens, je vais exposer les idées qui ont dirigé mes recherches, idées qui à la vérité sont renfermées dans les développemens analytiques de mes mémoires, mais que je n'y ai pas exposées en résumé. En même tems j'espère, que par le recit que je vais faire, les bizarreries et le défaut de clarté et de méthode, que M. *de Pontécoulant* croit avoir trouvé dans mes mémoires, disparôitront *).

*) Dans son mémoire publié dans la Conn. d. t. M. *de Pontécoulant* veut bien encore laisser quelque mérite réel à mes travaux (pag. 92), mais dans le tome III de sa „Theorie analytique etc." (pag. 510), il m'objecte un choix malheureux des variables, des innovations analytiques dont les avantages ne rachètent pas la bizarrerie, enfin une absence complète de clarté et de méthode, qui rend mon travail à peu-près inutile. Je ne sais pas ce qui arrive aux autres; mais j'avoue franchement que quelquefois un livre m'a paru au premier coup d'oeil dépourvu de clarté et de méthode, qui, après l'avoir mieux étudié n'avait ni l'un ni l'autre de ces défauts.

Une classe de problèmes de mécanique très-étendue embrasse les cas où les forces qui animent un corps ou un système de corps, étant données on demande les positions de ces corps pour un temps quelconque, et par conséquent les expressions des coordonnées de ces corps en fonctions du temps. Les problèmes de ce genre conduisent toujours à des équations différentielles du second ordre entre les coordonnées et le temps, équations qui, lorsqu'il s'agit des cas de la nature, le plus souvent ne sont pas intégrables, au moins sous forme finie. Pour rendre les intégrations praticables on a imaginé la belle méthode de la variation des constantes arbitraires, introduites par des intégrations préparatoires, et cette méthode, dans ses applications à la mécanique consiste en ce, qu'après avoir divisé les forces données en deux parties, dont l'une rend les équations entre les coordonnées et le temps intégrables, on considère les constantes arbitraires introduites par cette première intégration comme affectées et rendues variables par l'autre partie des forces.

Dans les applications aux cas de la nature, c'est toujours la partie principale des forces, qui rend les équations différentielles intégrables, et c'est le rapport des forces secondaires à la force principale qui cause la variabilité des constantes arbitraires. D'ailleurs, ces constantes arbitraires devenues variables sont déterminées par des équations différentielles (pas par des simples expressions différentielles.) du premier ordre, et comme dans le cas que nous considérons le rapport des forces secondaires à la force principale est toujours très-petit, on peut intégrer ces équations par des approximations successives.

De cette manière on peut supposer le problème analytiquement resolu, quoiqu'il ne soit pas directement resolu, car, au lieu de donner les coordonnées des corps explicitement en fonction du temps, on les donne en fonction du temps et de certaines quantités, qui à leur tour sont aussi des fonctions du temps.

Telle est la méthode de la variation des constantes arbitraires. Mais cette méthode, quoique considerée sous un point de vue analytique, soit un des procédés les plus ingénieux et les plus élegants, a pour la pratique, au moins dans la théorie des perturbations célestes quelques inconvéniens, qui rendent son application difficile et laborieuse. Comme les équations

Digitized by Google

différentielles desquelles ou part sont des équations du second ordre, le nombre des constantes arbitraires est le double de celui des coordonnées, et par conséquent il faut calculer les perturbations d'un nombre de quantités double de celui des coordonnées; ces calculs faits, il faut substituer les valeurs obtenues des constantes arbitraires dans les expressions des coordonnées; ainsi par ces considérations seules, on voit que le calcul des perturbations par la méthode de la variation des constantes arbitraires exige des travaux plus laborieux, que ceux auxquelles une méthode qui donneroit immédiatement les perturbations des coordonnées conduirait. En vérité, on pourrait se dispenser de substituer les séries qui représentent les perturbations des élémens (c'est-à-dire des constantes arbitraires) dans les expressions des coordonnées, car calculant dans chaque cas au moyen de ces séries les valeurs numériques des élémens, on obtiendrait les valeurs numériques des coordonnées pour le temps pour lequel on veut calculer le lieu de la planète, en substituant ces valeurs numériques des éléments dans les expressions connues du mouvement elliptique. Mais en procédant ainsi on ne gagnerait rien. Les séries qui représentent les valeurs des élémens troublés sont beaucoup moins convergentes que celles qui donnent les coordonnées troublées, et par conséquent on aurait beaucoup plus que le double nombre de coëfficients à calculer, mais l'inconvénient le plus grave consiste en ce que la plupart des coëfficiens des perturbations des élémens se reduisent à des quantités beaucoup plus petites, quand on les aura substitués dans les expressions des coordonnées, et qu'ainsi les coëfficiens des divers termes des séries qui donnent les valeurs troublées des élémens sont beaucoup plus grands, que ne seraient les termes correspondants dans les expression des coordonnées troublées, et cela n'existe pas seulement pour les termes du premier ordre par rapport aux masses, mais à plus forte raison pour les termes des ordres supérieurs. Cependant cette méthode fut jusqu'à présent la seule qu'on avait pour calculer les perturbations du second ordre des planètes, et arrêté par ces difficultés et par le grand nombre des termes que naissent de l'emploi de cette méthode, personne n'a pu donner ainsi un calcul des perturbations qu'on pouvait en aucune manière regarder comme satisfaisant et complet. On s'est contenté de calculer quelques termes isolés et on a rejetté les autres par une espèce de divination. C'était plutôt un présentiment que les termes négligés n'avaient pas une influence réelle qu'une démonstration mathématique de leur non-influence. Aussi n'a-t-on considéré parmis les termes du premier ordre par rapport aux masses que ceux qui résultent du premier terme des coëfficiens du développement de la fonction perturbatrice, excepté dans la grande inégalité de Jupiter et de Saturne, sans avoir montré que les autres termes de ces coëfficiens ne donneraient que des quantités négligeables.

En effet mes calculs des perturbations de Jupiter et de Saturne ont fait voir une plusieurs de ces termes négligés jusqu'alors n'appartiennent pas aux quantités qu'il est permis de négliger dans l'état actuel de l'astronomie.

Remédier aux inconvéniens que je viens d'exposer ce fut premièrement le but, que je m'étais proposé, et je cherchai les moyens a y parvenir dans une amélioration de la méthode de la variation des constantes arbitraires, sans être d'abord trop sûr du succès de mon entreprise. Cependant j'ai réussi, et j'y suis parvenu en donnant à cette méthode une extension, par laquelle on est à même de s'en servir pour déterminer immediatement les valeurs troublées des coordonnées. On savait déjà qu'au lieu du système des constantes arbitraires qui, par l'intégration des équations du mouvement dans lesquelles on n'a consideré que la force principale, se présente de soi-même, on peut, en appliquant la méthode de la variation des constantes arbitraires, regarder comme constante arbitraire toute fonction de celles-là, et on a déjà appliqué ce principe à plusieurs systèmes de constantes arbitraires, mais on a toujours pris des fonctions déterminées de ces constantes.

Au lieu de procéder ainsi, j'imaginai des fonctions, qui parce qu'elles renferment une quantité indéterminée sont des fonctions indéterminées de ces constantes arbitraires qu'on désigne par le nom d'élémens elliptiques. $f(a, b, c,$ etc. $\tau)$ étant une telle fonction où $a, b, c,$ etc. sont les élémens elliptiques et τ une quantité indéterminée, je démontrais qu'on obtient rigoureusement la valeur troublée de la fonction $f(a, b, c,$ etc. $t)$, où t représente le temps, en déterminant la valeur de la fonction $f(a, b, c,$ etc. $\tau)$ considerée comme constante arbitraire et en changeant après l'intégration τ en t. Ainsi en donnant à la fonction f et à plusieurs fonctions du même genre, une forme en $a, b, c,$ etc. et τ, absolument la même que celle que les coordonnées ont en $a, b, c,$ etc. et t, on peut, analytiquement parlé, déterminer directement et aussi exactement qu'on voudra, les valeurs troublées des coordonnées.

Dans mon premier mémoire sur ce sujet, qui a été inseré dans le Nr. 166 et suiv. des Astr. Nachrichten, je n'ai démontré les propositions nécessaires qu'indirectement, mais j'ai rempli cette tâche dans mon dernier mémoire, qui a paru dans le Nr. 258 et suiv. du même Journal, et je crois que les demonstrations, qui y ont été données ne laissent rien à désirer, du côté de l'évidence. D'ailleurs quoique je n'y aie parlé que du problème des perturbations célestes, tout ce qui concerne ce point s'applique également à tous les problèmes de mécanique où, étant données les forces qui animent un système de corps, on demande les positions de ces corps pour un temps quelconque.

Je me suis proposé après de donner, dans l'application des principes ci-dessus à la théorie des perturbations des

Digitized by Google

planètes, des formules qui permettraient une application rigoureuse, et qui seraient telles qu'on pouvait être assuré de n'avoir pas négligé quelque terme au dessus d'une quantité numérique fixe. Pour obtenir ce but il ne m'était pas permis de négliger le moindre terme dans les développemens analytiques, et c'était seulement quand on venait aux calculs numériques qu'on pouvait négliger les termes au-dessous de la quantité fixe prise à volonté. J'eus déjà pour cet effet la méthode d'intégration par les quadratures mécaniques, mais cette méthode ne suffisait pas, et j'avais besoin d'autres moyens.

J'ai déjà dit plus haut, que la méthode de la variation des constantes arbitraires conduit à des équations différentielles entre ces constantes devenues variables et le tems, et si le nombre des corps qui constituent le système de corps soumis à leur attraction mutuelle est égal à $n+1$, on a $2n$ équations différentielles, qui déterminent les valeurs des $2n$ constantes arbitraires en fonction du temps, et par conséquent les mouvemens des n corps relatifs au $(n+1)^{\text{ième}}$ corps, considéré comme corps principal. Comme les constantes arbitraires devenues variables se trouvent entremêlées dans ces équations, il faut à la rigueur intégrer ces équations simultanément, et seulement lorsqu'on ne se propose que de déterminer les perturbations du premier ordre par rapport aux forces perturbatrices, on peut les considérer comme des expressions différentielles qui peuvent être intégrées chacune à part. Lorsqu'on veut déterminer les perturbations du second ordre et des ordres supérieurs, on ne peut pas intégrer une de ces équations sans s'y servir de toutes les autres. Ainsi les équations qui déterminent les perturbations des fonctions dont j'ai appellé ci-dessus l'une f, ne doivent pas contenir explicitement les élémens a, b, c etc., mais seulement ou les fonctions f et des fonctions de ces fonctions, ou encore des groupes des élémens a, b, c, etc. telles que leurs perturbations ont un rapport simple avec les perturbations des fonctions f. Car si elles contenaient les élémens isolés a, b, c, etc., il faudrait pour pouvoir les intégrer complètement, outre les équations pour les fonctions f, par lesquelles les positions des corps du système seraient déjà déterminées complètement, calculer aussi les équations qui déterminent les perturbations des élémens a, b, c etc., ce qui rendrait les calculs longs et pénibles, et amenerait les difficultés que je voulais éviter. Ainsi le choix des fonctions f, ou ce qui revient au même, le choix des coordonnées n'est nullement indifférent dans l'application des principes exposés ci-dessus. Si l'on veut obtenir des expressions simples, il faut les choisir telles, que l'élimination des élémens a, b, c, etc. par les fonctions f devienne praticable et conduise à des expressions simples.

Je reconnus bientôt que la longitude moyenne dans l'orbite et le logarithme du rayon vecteur donnaient les équations les plus simples pour le calcul des perturbations. Si au contraire on voulait faire usage de la longitude vraie, ou aurait obtenu des équations moins simples, ainsi qu'on peut le voir par la transformation générale des coordonnées, qui j'ai donnée dans mon mémoire inseré dans le Nr. 258 et suiv. des A. N. En dénotant par m la masse perturbatrice, et par W, W', etc. V, V', etc. U, U', etc. X, X', etc. des fonctions des élémens et du temps, cette transformation fait voir que dans le cas de la longitude moyenne on a

$$\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right) = 1 + mW + m^2 W' + \text{etc.}$$

$$\left(\frac{d\beta}{d\tau}\right)\frac{\left(\frac{d\zeta}{dt}\right)}{\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)} = m^2 V + m^3 V' + \text{etc.}$$

et que dans le cas de la longitude vraie on aurait

$$\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right) = U + m U' + m^2 U'' + \text{etc.}$$

$$\left(\frac{d\beta}{d\tau}\right)\frac{\left(\frac{d\zeta}{dt}\right)}{\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)} = mX + m^2 X' + \text{etc.}$$

les formules pour le calcul des perturbations restant d'ailleurs les mêmes *). Ainsi dans le premier cas le terme $\left(\frac{d\beta}{d\tau}\right)\frac{\left(\frac{d\zeta}{dt}\right)}{\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)}$ est une fonction du second ordre par rapport aux masses perturbatrices, et $\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)$, qui entre comme facteur dans mes formules, ne differe de l'unité que d'une quantité de l'ordre des masses perturbatrices, mais dans le second cas le terme $\left(\frac{d\beta}{d\tau}\right)\frac{\left(\frac{d\zeta}{dt}\right)}{\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)}$ est du premier ordre et le facteur $\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)$ est une quantité finie des élémens et du tems, les formules pour le calcul des perturbations restant d'ailleurs les mêmes. Il est donc clair que le calcul des perturbations tant du premier ordre que des ordres supérieurs doit devenir plus simple dans le cas de la longitude moyenne que dans le cas de la longitude vraie. Ainsi par le choix des quantités, que j'ai appellées ζ, β, p, q, pour la planète troublée et ζ', β', p', q', ζ'', β'' etc. pour les planètes perturbatrices, quantités dont dépendent les perturbations de la longitude moyenne, du logarithme du rayon vecteur, de la latitude au-dessus d'un plan quelconque et de la réduction de la longitude dans l'orbite au plan auquel se

*) Voir l'art. 30 et suiv. du Nr. 260 des Astr. Nachrichten.

Digitized by Google

rapporte la latitude, je suis parvenu à des équations rigoureuses, qui sous la forme la plus simple donnent ces perturbations. Ces équations ne contiennent pas les élémens isolés a, b, c, etc. mais seulement des fonctions des inconnues $\zeta, \beta, p, q, \zeta', \beta', p', q'$, etc. et encore deux groupes des élémens a, b, c, etc., savoir les quantités $\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}$ et $\frac{1}{a(1-e^2)}$ les perturbations desquelles dérivent d'une manière extrèmement simple des perturbations de ζ et β. Il faut encore remarquer que dans ces expressions les termes ont déjà disparu, qui, existant dans les expressions des perturbations des élémens elliptiques, se détruisent mutuellement, lorsqu'on substitue ces perturbations dans les expressions des coordonnées.

On voit ainsi que par la manière dont je me suis servi de la méthode de la variation des constantes arbitraires, j'ai remédié aux inconvéniens qui naissent de l'emploi de cette méthode dans son état ordinaire, et j'espère que M. *de Pontécoulant* verra maintenant pourquoi je me suis servi de la variation des constantes arbitraires, après en avoir signalé moi-même les inconvéniens. Il paraît en même temps, que le choix des inconnues, quant au calcul même des perturbations, n'est pas si malheureux comme M. *de Pontécoulant* nous le veut faire croire. Je serais presque tenté de l'appeller heureux. En effet mes inconnues se prêtent aussi mieux aux applications des perturbations. Supposons premièrement qu'on veuille construire des tables des planètes dans la forme usuelle. On calculera alors les valeurs de p et q telles, que par ces quantités le lieu de la planète soit rapporté à l'écliptique mobile, et les tables qui en resultent auront partout la forme usuelle, on prendra seulement l'équation du centre et la partie elliptique du logarithme du rayon vecteur avec la longitude moyenne, à laquelle on aura ajouté les perturbations, au lieu de prendre ces quantités avec l'anomalie comme on la fait jusqu'à présent, et au lieu de prendre la latitude et la réduction de la longitude à l'écliptique avec l'argument de la latitude on les prendra avec la longitude vraie dans l'orbite *). Ainsi, l'addition des perturbations à la longitude moyenne occasionant le même travail que l'addition à la longitude vraie, on épargnera le calcul de l'anomalie moyenne et de l'argument de latitude et on n'aura pas besoin de prendre le logarithme du rayon vecteur dans les tables des logarithmes, car les tables des planètes le donneront immédiatement, et c'est précisement le logarithme du rayon vecteur, dont on doit se servir pour le calcul du lieu géocentrique de la planète. Ainsi déjà sous ce point de vue les inconnues que j'ai choisies se prêtent mieux aux applications, que ne font les inconnues adoptées auparavant; mais on peut aller plus loin. Au moyen des quantités que j'ai appellées s et w, je donne les perturbations de la longitude et du logarithme du rayon vecteur indépendantes de tout plan de projection, et tout ce qui se rapporte au plan de projection est contenu dans les quantités p et q de la manière que l'angle que fait le plan de l'orbite de la planète avec le plan de projection peut-être aussi grand qu'on voudra. Par conséquent on peut prendre pour ce plan le plan de l'équateur, et par ce moyen on peut rendre le calcul de l'ascension droite et de la déclinaison géocentrique beaucoup plus facile. Mais ce sont précisement ces quantités que les observations astronomiques donnent directement et on compare ainsi les observations immédiatement au résultat de la théorie. Le mémoire dans lequel j'ai expliqué la construction de telles tables a paru dans les Astr. Nachr. Nr. 295. 296. 297. D'ailleurs il est aisé à démontrer qu'on peut partout éviter l'emploi de la longitude, et que l'ascension droite et la déclinaison suffisent pour tout l'usage de l'astronomie, sans qu'il en résulte une augmentation de calcul. Si cependant on voudrait avoir les longitudes, ces nouvelles tables des planètes, sans augmenter beaucoup leur volume, peuvent être construites de manière, qu'elles donnent à volonté ou la longitude, ou l'ascension droite et la déclinaison de la planète.

On voit déjà par ce que je viens de dire, que les inconnues que j'ai choisies ont de grands avantages j'ajoute que mes équations qui déterminent ces inconnues jouissent de belles propriétés inattendues, tant pour le calcul des perturbations que pour leur application.

Il existe entre les deux équations qui déterminent les quantités ζ et β une relation rigoureuse et très-simple au moyen de laquelle on peut calculer très-facilement les perturbations de β ou de w, lorsqu'on aura calculé celles de ζ; les séries que donne le développement de ζ pour les coëfficiens des divers argumens sont plus convergentes que les séries par lesquelles on calcule les coëfficiens des argumens de la longitude vraie, ainsi que je l'ai fait voir à la page 9 de mon mémoire couronné; les séries aussi qui constituent les perturbations de la longitude moyenne et du logarithme du rayon vecteur sont plus convergentes que les séries qui représentent les perturbations de la longitude vraie et les perturbations correspondantes du rayon vecteur, ainsi que je l'ai dit dans la préface de mon mémoire couronné à la page VII. A la vérité, je n'ai pas encore donné une démonstration directe de ce dernier théorème, je l'ai trouvé en calculant les perturbations de Jupiter et de Saturne.

*) On peut aussi rédiger les tables de manière que la partie principale de la latitude et la réduction de la longitude doivent être prises avec la longitude moyenne augmentée de ses perturbations; car la longitude vraie dans l'orbite est fonction de cette variable unique.

Digitized by Google

mais ne voyant aucune raison pourquoi cela devait seulement exister pour ces deux planètes, je me crois en droit de conclure, que cela devra avoir généralement lieu, aussi ai-je trouvé la même chose pour la lune, les perturbations de laquelle j'ai déjà calculé dans ce moment jusqu'aux termes de 3ème ordre par rapport à la force perturbatrice. De plus, dans l'art. 8 de mon mémoire couronné, j'ai démontré, que les trois premiers termes des séries dont se composent les coëfficiens des argumens des perturbations de la quantité ζ, de la quelle les perturbations de la longitude moyenne dépendent, étant donnés on peut trouver tous les autres termes de ces séries par la multiplication par deux nombres constants, dont l'un est presque toujours si petit qu'il peut être négligé. On pourrait même se contenter de n'en calculer que deux termes, mais le calcul du troisième terme donne lieu à une équation de condition par laquelle on peut vérifier une partie considérable des calculs numériques. Ce théorème facilite extrêmement le calcul numérique des perturbations, soit du premier, soit des ordres supérieurs par rapport aux masses, et cela seul pourrait décider en faveur de ma méthode, même s'il n'y avait pas d'autres avantages. D'ailleurs j'ai trouvé plusieurs équations rigoureuses de condition par lesquelles j'ai pu vérifier l'exactitude de mes calculs numériques, ce qui est encore un grand avantage de ma méthode. Si l'on rassemble tout ce qui a été dit ici, on voit que mes formules s'adaptent non seulement bien plus aisément aux calculs des perturbations que les formules connues auparavant, mais qu'elles rendent aussi sous plusieurs regards l'application des perturbations plus sûre et plus facile.

Lorsque je publiais mes deux premiers mémoires sur ce sujet, celui inséré dans le Nr. 166 et suiv. des A. N. et le mémoire couronné par l'académie Royale de Berlin, je n'étais pas en possession de toute la théorie dont je viens de donner l'exposition. J'avais été forcé de négliger dans le calcul analytique quelques petits termes, qui en vérité ne sont d'aucune influence du moins pour Jupiter et Saturne, si l'on projette l'orbite de la planète troublée telle qu'elle est pour un tems quelconque, au plan de la même orbite qui répond à l'origine du temps, ainsi que je l'ai fait dans ces deux mémoires. C'est depuis que j'ai trouvé les moyens de remédier à cela, et je les ai exposés dans le mémoire inséré dans le Nr. 244 et suiv. des A. N. J'y ai démontré, que les formules données dans mes mémoires précédents conservent leur forme et que seulement la signification de quelques lettres change un peu, et c'est de cette manière que j'ai réduit les termes négligés auparavant à deux termes dont l'un est subsidiaire *) et ne donne que des termes du second ordre et des ordres supérieurs, et dont l'autre s'ajoute à la réduction de la longitude à un plan quelconque. Ce terme ajouté à cette réduction rend celle-ci plus simple, et j'ai trouvé un théorème, qui d'une manière très-simple donne toutes les perturbations du premier ordre par rapport aux masses de cette réduction, au moyen des perturbations de la latitude, soit que le plan de réduction soit fixe ou qu'il soit mobile suivant une loi quelconque. Dans le mémoire qui a paru dans les Astr. Nachr. Nr. 295 et suiv. j'ai étendu ce théorème aux perturbations du second ordre par rapport aux masses **).

Ces recherches entreprises sous le point de vue purement scientifique de considérer dans mes formules des termes, dont on aurait pu presque toujours éviter l'influence en faisant la réduction de la longitude ainsi que je l'avais faite auparavant, ont été après utiles pour la pratique, parcequ'elles m'ont fourni les moyens de donner les formules pour les perturbations de p et q ces quantités se rapportant à un plan quelconque mobile. Les principes fondamentaux de cette réduction se trouvent dans le mémoire cité, et je me bornerai ici à dire que j'y ai donné la réduction de la longitude et de la latitude, à un plan quelconque ou ce qui revient au même, la réduction des quantités p et q, par des moyens qui me sont tout-à-fait propres, et qui ne supposent nullement que l'orbite de la planète et le plan de réduction fassent un angle petit l'un avec l'autre; seulement j'y ai supposé que le mouvement du plan mobile de réduction soit tel qu'on y puisse négliger le cube du temps. Je me suis servi dans cette réduction d'une quantité arbitraire, que j'ai aussi appellée τ, mais cette quantité n'a presqu'aucune analogie avec la quantité τ, dont je me suis servi d'ailleurs. Enfin par la transformation générale des coordonnées, dont j'ai parlé ci-dessus, et que j'ai donnée dans le mémoire, publié dans les A. N. Nr. 258. 259. 260. j'ai fait voir que mes formules fondamentales n'appartiennent pas seulement aux perturbations de la longitude moyenne, mais qu'il y a une infinité de manières dont on peut s'en servir, et en même

*) Ce terme est la différence en longitude entre le noeud ascendant de la planète perturbatrice sur l'orbite de la planète troublée et le noeud descendant de la planète troublée sur l'orbite de la planète perturbatrice, différence qui n'est nulle que pour un moment de temps déterminé.

**) Une extension de ce théorème se trouve dans les Fundamenta Sect. VI.

Digitized by Google

temps j'ai fait voir, qu'elles deviennent les plus simples, si l'on les considère comme appartenant à la longitude moyenne.

Telles sont les idées qui ont dirigé mes recherches, et telles sont les conséquences principales de la méthode qui en est la traduction analytique. Il serait superflu de reproduire ici mes développemens analytiques. Mais je ne peux pas finir cette note sans dire deux mots sur quelques endroits des ouvrages de M. *de Pontécoulant*. A la page 52 de son mémoire dans la C. d. T. 1837. M. *de Pontécoulant*, après avoir développé la formule suivante *):

$$2\frac{d\rho}{\rho dt}+\frac{d.\left(\frac{d\lambda}{dt}\right)}{\frac{\left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right)}{d\tau}}=\frac{d.\sqrt{(a\mu(1-e^2))}}{\sqrt{(a\mu(1-e^2))}} \quad \ldots\ldots(5)$$

s'exprime ainsi: „La formule (5) peut servir à déterminer „les inégalités du rayon vecteur au moyen de celles de la „longitude vraie supposées connues, et je l'ai employée „à cet usage dans le livre II de la *Théorie analytique du Système du Monde*." J'avoue que j'étais un peu surpris en lisant cette assertion. L'ouvrage de M. *de Pontécoulant* a paru avant que je publiais mon premier mémoire sur la théorie des perturbations; a-t-il donc introduit la quantité indéterminée τ avant moi? A-t-il déduit les perturbations du rayon vecteur de celles de la longitude, contre l'usage adopté jusqu'alors généralement, d'après lequel on déterminait les perturbations de la longitude de celles du rayon vecteur? Je n'en sais rien. Pour m'informer, j'ai lu le second livre de son ouvrage, mais je n'y ai rien trouvé qui prouvat qu'il m'avait prévenu. La seule chose que j'y ai trouvé qui paraisse se rapporter à ce point, c'est la formule suivante

$$\delta r=\int\left(\frac{\delta k}{k}-\frac{2\delta r}{r}\right)dv$$

à laquelle M. *de Pontécoulant* parvient à la page 474 du Tome premier de son ouvrage, mais cette formule ne peut en nulle part être confondue avec la formule (5) ou avec la formule que j'en ai dérivée. Elle ne contient pas l'indéterminée; elle sert à déterminer les perturbations de la longitude des perturbations du rayon vecteur; et elle ne vaut que pour les inégalités du premier ordre, tandis que la formule (5) et celle que j'en ai dérivée contiennent la quantité indéterminée τ, donnent les perturbations du rayon vecteur au moyen des perturbations de la longitude, et s'étendent à toutes les puissances de la force perturbatrice. Ainsi je ne sais ce que M. *de Pontécoulant* a voulu dire dans la phrase citée, et je désire vivement qu'il s'explique clairement sur ce point.

En général M. *de Pontécoulant* fera bien de mettre plus de précision et dans ses assertions et dans ses ouvrages. Voyons par exemple la page 51. du troisième volume de sa Théorie analytique où il donne les perturbations de Saturne d'après son calcul. En comparant ce résultat aux perturbations de Saturne produites par Jupiter que j'ai données à la page 189 de mon mémoire couronné, on trouve que M. *de Pontécoulant* a omis vingt-sept arguments dont la somme des coëfficients monte à 15″ sexagésimales, et parmi lesquels il y a un coëfficient qui monte à 5″, un qui est de 3″, deux qui surpassent 1″ et onze qui sont dans les dixaines de seconde. Il faut se rappeller en même temps que mes coëfficiens doivent être appliqués à la longitude moyenne ce qui rend la série des coëfficiens plus convergente. Par conséquent si on réduisait mes perturbations à être appliquées à la longitude vraie on trouverait la somme des coëfficiens négligés par M. *de Pontécoulant* plus grande encore que 15″. Le résultat de M. *de Pontécoulant* a donc sous ce point de vue déjà besoin de correction, mais les corrections ne se bornent pas là. On trouve encore des erreurs dans les coëfficiens calculés par M. *de Pontécoulant*. Prenons par exemple l'inégalité qui dépend de quatre fois la longitude moyenne de Saturne moins deux fois celle de Jupiter; cette inégalité est pour l'an 1800 suivant M. *de Pontécoulant* égale à

$$+652''59\ \sin(4l'-2l-59^\circ 34')$$

l' étant la longitude moyenne de Saturne et l celle de Jupiter, et ce résultat suppose la masse de Jupiter égale à $\frac{1}{1053,924}$; en adoptant la masse de M. *Bouvard*, qui est égale à $\frac{1}{1070,5}$, cette inégalité devient

$$+642''48\ \sin(4l'-2l-59^\circ 34')$$

Suivant M. *de Laplace*, en prenant pour dernier résultat de ce géomètre celui sur lequel les tables les plus récentes de M. *Bouvard* ont été construites, cette même inégalité est égale à

$$+667''01\ \sin(4l'-2l-56^\circ 52')$$

et suivant moi, après avoir rédigé le coëfficient tel qu'il devait être appliqué à la longitude vraie, on a

$$+668''39\ \sin(4l'-2l-57^\circ 11')$$

et ces deux dernières valeurs supposent la même masse de M. *Bouvard*. En calculant le maximum de la différence entre ces résultats on trouve ce maximum

*) J'ai copié cette formule littéralement du mémoire de M. *de Pontécoulant*, et sans y corriger les irrégularités, qui s'y trouvent.

Digitized by Google

entre M. *de Laplace* et M. *de Pontécoulant* = 39″41 } sexa-
entre M. *de Laplace* et moi = 3,94 } gésl-
entre M. *de Pontécoulant* et moi = 37,62 } males.

La différence entre M. *de Laplace* et moi tient à ce que M. *de Laplace* a négligé les termes dépendants de la quatrième puissance des excentricités et des inclinations, ainsi que les termes du second ordre par rapport aux masses qui proviennent des perturbations périodiques. Ce résultat de mon calcul a été confirmé par des équations de condition, et d'ailleurs la petitedifférence avec M. *de Laplace*, qui est au-dessous des quantités négligées par lui, en montre la justesse. La différence énorme du résultat de M. *de Pontécoulant* prouve donc, que son analyse a besoin d'une revision soigneuse. En effet c'est seulement en feuilletant le 3ème Tome de sa Théorie analytique, que j'ai trouvé les erreurs indiquées. Pour être plus généralement compris j'ai écrit cette note dans une langue étrangère, en renonçant aux avantages que j'aurais pu tirer de l'emploi de ma langue maternelle. C'est à ce titre que j'ose compter sur l'indulgence de mes lecteurs. Ils apprécieront les motifs de mon choix, et ne seront pas trop sévères contre les fautes de langue, qui sans doute se trouveront dans ces lignes.

Hansen.

Schreiben des Herrn *Weisse*, Directors der Cracauer Sternwarte, an den Herausgeber.

Cracau 1838. Febr. 27.

Vor allem sage ich Ihnen meinen verbindlichsten Dank für die mir gütigst überschickten Beobachtungen der Mondsterne. Ich habe die Ermittelung unserer Länge bereits begonnen; indessen erwarte ich doch noch von verschiedenen Sternwarten correspondirende Beobachtungen. Hiebei übersende ich zur gefälligen Aufnahme in die Astr. Nachrichten die im Jahre 1837 an der hiesigen Sternwarte gemachten Beobachtungen der Mondsterne und Sternbedeckungen. Wie überall, so war auch hier dieses Jahr sehr ungünstig für astronomische Bestimmungen.

Die Resultate der an der hiesigen Sternwarte täglich dreimal, nämlich um 6 Uhr früh, um 2 Uhr Nachmittags, und um 10 Uhr Abends gemachten meteorologischen Beobachtungen sind folgende:

Mittl. Barometerstand (auf 0° reducirt)		27ˢ	4ᴸ90 Par. M.
Höchster ———	den 6ten Februar	28	1,90
Tiefster ———	den 29sten Novbr.	26	8,86

Mittl. Wärme + 5°33 R. (tiefer als im J. 1829, wo sie + 5°47 war.)
Gröfste — (Juni 24) + 24°4
Kleinste — (Febr. 5) — 16°8
Mittl. Stand von *August's* Psychrometer *e* = 2ᴸ84.

Ganz heitere Tage zählten wir blofs 22, heiter mit Wolken 83, trübe Tage 260; an 161 Tagen hatten wir Regen, an 54 T. Schnee und an 17 T. Hagel. Der herrschende Wind war von NO. und Stürme zählten wir 17. In der Nacht vom 14ten zum 15ten Novbr. hatten wir hier ein sehr schönes Nordlicht.

In den Nächten, die zur Beobachtung der Sternschnuppen bestimmt waren, war es immer trübe.

Im Juli des verflossenen Jahres habe ich den dritten Band der Stern-Verzeichnisse aus *Bessels* Zonen-Beobachtungen nach Petersburg zum Drucke gesandt. Dieser Band enthält die Stunden XII—XVII incl. mit 6973 verschiedenen Sternen. Von diesen sind 1127 öfters beobachtet, die ich also zur Berechnung der wahrscheinlichsten Fehler benutzte. Ich fand so für diesen 3ten Band den wahrscheinlichen Fehler einer AR. aus 2275 Beobachtungen = 0″111, mit den Gränzen 0″112 / 0,110

einer Decl. aus 2276 Beob. = 1″128, mit den Gränzen 1″140 / 1,117

Verbinde ich alle Beobachtungen der Sterne, die mehrmals beobachtet sind, in allen drei Bänden, so erhalte ich den wahrscheinlichsten Fehler einer AR.

aus 6775 Beob. = 0″118 mit den Gränzen 0,119 / 0,117; einer Decl.

aus 6778 —— = 1″132 mit den Gränzen 1″138 / 1,125

Diese 3 ersten Bände enthalten bereits 23231 verschiedene Sterne.

An dem vierten und letzten Bande arbeite ich eben mit allem Eifer, um ihn auch bald an den Druckort absenden zu können. Bald wird also diese mühsame Arbeit, die mich schon durch mehrere Jahre beschäftigt hat, ganz vollendet seyn. Wie weit der Druck bereits vorgerückt ist, weifs ich nicht genau, da ich schon seit längerer Zeit keine Nachrichten aus Petersburg und Dorpat habe. Nach früheren Nachrichten aber wird der Druck ununterbrochen bis zur Vollendung des ganzen Werkes fortgesetzt.

Dr. *Max Weisse.*

Note sur la théorie des perturbations planétaires. Par M. *Hansen*. p. 201.
Schreiben des Herrn Prof. *Weisse*, Directors der Sternwarte in Cracau, an den Herausgeber. p. 215.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 349.

Schreiben des Herrn *Airy*, Astronomer Royal, an den Herausgeber.

Greenwich 1838. Febr. 24.

Dear Sir,

I do not think that it has been remarked that the Tabular Radius Vector of Uranus is considerably in error. Yet it appears certain that it is so. To shew this I will give the results of the observations made at Cambridge in 1833, 1834 and 1835, and at Greenwich in 1836.

The method which has been pursued in reducing the observations is the following. In all these years, every observation has been so reduced as to shew the error of the tables in R. A. (the right ascensions in the Cambridge Observations being diminished by 0ˢ.14, and those in the Greenwich Observations being reduced to the same equinox) and in N. P. D. The observations have been divided into groups of about 10 each, and the mean error in R. A. and the mean in N. P. D. have been adopted for the mean day in each group. From these, the errors in Longitude and Ecliptic Polar Distance have been formed by means of the factors contained in the Tables Nr. II in the Appendix to the Greenwich Observations 1836. With the errors in Ecliptic Polar Distance we have nothing further to do here: but those in Longitude are thus treated. An error in Geocentric Longitude depends upon two errors, namely the error in Heliocentric Longitude and the error of the Radius Vector. Consequently from a single Normal Error in Geocentric Longitude we can obtain nothing but an Equation between the error in Heliocentric Longitude and the error of the Radius Vector. Therefore, if we compute from this the error in Heliocentric Longitude, it will have a term depending on the error of the Radius Vector. But the factor of the last term will have different signs according as the observations are before or after opposition. Therefore if we have any other means of judging how the error in Heliocentric Longitude ought to change in this time, we can infer the error of the Radius Vector from the difference of the computed errors in Heliocentric Longitude before and after opposition.

In the following tables, the Tabular Error signifies the excess of the tabular quantity over the observed quantity. Instead of the month and day, I have (for convenience) put the number of the day reckoned from the beginning of the year. The sign δR is used to denote the Tabular Error of the Radius Vector of Uranus, expressed in parts of the earth's mean distance from the Sun.

Normal Tabular Errors of Uranus in Heliocentric Longitude.

1833 day	215	+ 32″63	+ 90″ × δR
	235	+ 33,13	− 90 × δR
	265	+ 31,03	− 333 × δR
	279	+ 32,00	− 418 × δR
	295	+ 32,24	− 484 × δR
	323	+ 31,54	− 505 × δR
1834 day	229	+ 37,87	+ 3 × δR
	258	+ 37,28	− 255 × δR
	283	+ 38,23	− 417 × δR
	312	+ 39,15	− 507 × δR
	336	+ 39,61	− 489 × δR
1835 day	215	+ 45,46	+ 165 × δR
	232	+ 45,48	+ 21 × δR
	255	+ 44,79	− 183 × δR
	293	+ 44,81	− 438 × δR
	326	+ 44,37	− 500 × δR
	337	+ 45,53	− 488 × δR
1836 day	203	+ 53,66	+ 290 × δR
	236	+ 52,62	+ 12 × δR
	256	+ 52,32	− 165 × δR
	285	+ 51,69	− 380 × δR
	307	+ 51,52	− 476 × δR
	327	+ 52,66	− 503 × δR

The means for each year are as follows

1833,	day 269	+ 32″10	− 290″ × δR
1834,	day 284	+ 38,43	− 333 × δR
1835,	day 276	+ 46,07	− 237 × δR
1836,	day 269	+ 52,41	− 204 × δR

Considering that δR is a very small quantity and is not likely to vary much between one year and the next, we may in taking the differences consider it as the same quantity. The difference between 1833 and 1834 may be used for finding the changes in the error of Heliocentric Longitude in the course of the observations of 1833: the difference between 1833 and 1835 will give the change for 1834: the difference between 1834 and 1836 will give the change for 1835: the difference between 1835 and 1836 will give the change for 1836. Thus we find

Digitized by Google

[1833 — 1834]	Change in 380 days	+ 6″33 — 43″ x δR	[to be used for 1833]
[1833 — 1835]	Change in 737 days	+12,97 + 53 x δR	[to be used for 1834]
[1834 — 1836]	Change in 715 days	+13,98 + 129 x δR	[to be used for 1835]
[1835 — 1836]	Change in 358 days	+ 7,34 + 33 x δR	[to be used for 1836]

Taking the distance of each Normal Day from the mean of the days for that year, computing the proportional part of the change just given, and applying it to the mean of the Normal Tabular Errors for the year, we have the following.

Tabular Errors formed by applying the proportional part of the change to the Mean of the Normal Tabular Errors for the year

1833 day 215	+ 31″20	— 284″ x δR
235	+ 31,53	— 286 x δR
265	+ 32,03	— 290 x δR
279	+ 32,27	— 291 x δR
295	+ 32,53	— 293 x δR
323	+ 33,00	— 296 x δR
1834 day 229	+ 37,47	— 337 x δR
258	+ 37,97	— 335 x δR
283	+ 38,41	— 333 x δR
312	+ 38,92	— 331 x δR
336	+ 39,34	— 329 x δR
1835 day 215	+ 43,88	— 248 x δR
232	+ 44,21	— 245 x δR
255	+ 44,66	— 241 x δR
293	+ 45,40	— 234 x δR
326	+ 46,05	— 228 x δR
337	+ 46,26	— 226 x δR
1836 day 203	+ 51,06	— 210 x δR
236	+ 51,73	— 207 x δR
256	+ 52,14	— 205 x δR
285	+ 52,74	— 203 x δR
307	+ 53,19	— 201 x δR
327	+ 53,60	— 199 x δR

These may be considered as true errors, liable to no greater uncertainty than that of the mean of all the observations made in each year, and liable to no sensible relative uncertainty whatever.

Making these equal to the Normal Tabular Errors deduced from observation only, and performing the subtractions so as to make the sign of δR always positive we obtain the following equations

1833	0 =	+ 1″48	+ 874″ x δR
	0 =	+ 1,63	+ 196 x δR
	0 =	+ 1,00	+ 43 x δR
	0 =	+ 0,27	+ 127 x δR
	0 =	+ 0,29	+ 191 x δR
	0 =	+ 1,46	+ 209 x δR
Sum for 1833	0 =	+ 6,08	+ 1140 x δR
1834	0 =	+ 0,40	+ 334 x δR
	0 =	— 0,69	+ 80 x δR
	0 =	+ 0,18	+ 84 x δR
	0 =	— 0,23	+ 176 x δR
	0 =	— 0,27	+ 160 x δR
Sum for 1834	0 =	— 0,61	+ 834 x δR
1835	0 =	+ 1,58	+ 413 x δR
	0 =	+ 1,27	+ 266 x δR
	0 =	+ 0,13	+ 58 x δR
	0 =	+ 0,59	+ 204 x δR
	0 =	+ 1,68	+ 272 x δR
	0 =	+ 0,73	+ 262 x δR
Sum for 1835	0 =	+ 5,98	+ 1475 x δR
1836	0 =	+ 2,60	+ 500 x δR
	0 =	+ 0,89	+ 219 x δR
	0 =	+ 0,18	+ 40 x δR
	0 =	+ 1,05	+ 177 x δR
	0 =	+ 1,67	+ 275 x δR
	0 =	+ 0,94	+ 304 x δR
Sum for 1836	0 =	+ 7,33	+ 1515 x δR

Thus from the observations of 1833, $\delta R = -0{,}00533$
——— ——— ——— 1834, $\delta R = +0{,}00074$
——— ——— ——— 1835, $\delta R = -0{,}00405$
——— ——— ——— 1836, $\delta R = -0{,}00483$

I cannot imagine what has made the difference between the result of the observations of the year 1834 and that of the other years. It is not any error in my computations. The observations shew a systematic difference between the progress of the errors in AR. in the year 1834 and in the other years. I suspect that some difference must have been made in the radius vector used for the computations of the Nautical Almanac in 1834.

If, however, we adopt the mean of the four results, we find $\delta R = -0{,}00337$: that is, the tables of *Bouvard* give the radius vector of Uranus too small by a quantity considerably greater than the moon's distance from the earth. If we adopt the mean of 1833, 1835 and 1836, the error appears to be nearly equal to the diameter of the moon's orbit.

G. B. Airy.

Physische Beobachtungen des Mars in der Opposition von 1837.

(Hiebei ein Steindruck.)

Die fast beispiellos schlechte Witterung, welche den ganzen Herbst und Winter, so wie den gröfsten Theil des Frühlings hindurch beinahe alle astronomischen Beobachtungen vereitelte, hat sich auch unsern Bemühungen, die diesmalige Opposition des Mars zur Vervollständigung der 1830 begonnenen Zeichnung seiner Oberfläche zu benutzen, entgegengestellt, und uns nur unvollkommene Resultate gewinnen lassen, die ohne den Umstand, dafs wir den grofsen Refraktor der Königl. Sternwarte mit

Digitized by Google

benutzen konnten, noch unbedeutender geworden wären. Erst am 12ten Januar gelangen zwei Zeichnungen, und späterhin bis zum 22sten März in 14 theilweise heitern Nächten noch 30, die aber schon wegen der bedeutendern Entfernung des Mars den im September und October 1830 erhaltenen und in Nr. 192 der A. N. mitgetheilten sämmtlich nachstehen. Der weifse Fleck am Nordpole war indefs mit einer Deutlichkeit sichtbar, wie wir den Südpolfleck uns nie erinnern wahrgenommen zu haben; er erschien zugleich, besonders im Januar und Februar, ungemein scharf gegen den übrigen Theil der Kugel abgesetzt, so dafs der erste Anblick glauben machen konnte, es bedecke ein Planet den andern an dieser Stelle. Ein dunkler Fleck von ungleicher Intensität und Breite umgab diese weifse Zone ringsherum; alle übrigen Flecken der Nordhalbkugel waren dagegen sehr matt und auch meistens höchst unbestimmt begrenzt, auch durchaus nicht denen der Südhalbkugel zu vergleichen, wovon diesmal nur wenige recht zu Gesicht kamen. Dafs dieser Unterschied nicht etwa vorzugsweise der allerdings sehr schlechten, nicht ein einzigesmal völlig heitern Luftbeschaffenheit zuzuschreiben sei, davon überzeugten wir uns durch den Gegensatz mit den zum Theil sichtbaren Flecken der Südhalbkugel, deren Schwärze nahe dieselbe wie 1830 war.

Es bestätigt sich also, was wir schon in jener Opposition über die verhältnifsmäfsig gröfsere Lichtstärke und geringere Unterbrechung der Continuität in der Nordhalbkugel des Mars wahrgenommen haben, so wie sich überhaupt die Constanz der damals und in den beiden folgenden Oppositionen beobachteten Flecke auch diesmal so weit bewährt hat, als es bei der verschiedenen Lage der Erde gegen die Marsaxe, der gröfsern Entfernung und andern Umständen erwartet werden konnte. Von dem 1830 gesehenen weifsen Fleck am Südpole hätte, wenn seine Ausdehnung nicht die damalige weit übertraf, gegenwärtig nichts zu Gesicht kommen können. Er erstreckte sich nemlich am 10ten Sept. 1830 bis zum 84° S. B., und der südlichste, diesmal im Rande der Marskugel liegende Punkt war 76° S. B. Gleichwohl war in einigen Beobachtungen eine zwar äufserst schwache, doch aber sichere Spur dieses Südpolflecks wahrzunehmen; nimmt man an, dafs die Breite dieser Zone geocentrisch $\frac{1}{2}''$ gewesen sei, so folgt dafs das weifse Licht des Südpols sich bis 55° S. B. erstreckt habe. Nach den *Herschel*schen Bestimmungen der Axenlage war der Südpol des Mars in der gegenwärtigen Opposition noch 33° von seinem kürzesten Tage entfernt und stand folglich, abgesehen von der stärkern Neigung, in Absicht auf Jahreszeiten in demselben Verhältnifs zur Sonne, wie der Erdnordpol am 18ten November, während er sich 1830 fast mitten in seinem Sommer befand. Bei der nächsten Opposition (April 1839) wird er sich mitten in seinem Winter befinden, aber auch von der Erde alsdann noch stärker abgewandt sein. Demnach erscheint die Benennung Schneezone nicht unpassend, wenigstens wird sie durch die Beobachtungen so gut gerechtfertigt, als es der Natur der Sache nach möglich ist, da mit Ausnahme dieses weifsen Polarfleckes kein einziger Fleck auf der Kugel eine merkliche physische Veränderung der Gröfse oder des Ortes hat wahrnehmen lassen.

Der Nordpolfleck zeigte sich in der ersten Beobachtung am 12ten Januar (auf der Königl. Sternwarte) so scharf begrenzt, dafs seine Ausdehnung mit ziemlicher Sicherheit geschätzt werden konnte; sie betrug längs des Randes 0,27 des Marsdurchmessers, und die Breite 0,13. Die erste Angabe führt auf einen Halbmesser von 15°7 der Marskugel, oder auf 74°3 N. B. des Randes; die zweite, wenn man den um 18°13′ einwärts gerückten Pol als Mitte des Flecks annimmt, auf eine nördliche Breite von 78°7; also war nach beiden Angaben (von denen die erstere das doppelte Gewicht hat) der Nordpolfleck beträchtlich gröfser, als der Südpolfleck 1830. Bei den folgenden Beobachtungen schien seine Ausdehnung, doch nicht erheblich, in Abnahme begriffen zu sein; sicherer ist die Wahrnehmung, dafs die Schärfe seiner Begrenzung sich nach der Opposition verminderte. Die Jahrszeit des Marsnordpols am 12ten Januar 1837, wo er 46° vom Maximo seiner Erwärmung abstand, läfst sich mit der des Erdnordpols am 4ten Mai vergleichen.

Es lag in unserm Plane, den Positionswinkel des weifsen Flecks wiederholt mikrometrisch zu bestimmen, um die erforderlichen Data zu einer directen Prüfung der Axenstellung des Mars zu erhalten. Die ungünstige Witterung hat diese Absicht vereitelt. Indefs ergaben die wenigen Messungen, die als gelungene bezeichnet werden können, dafs die etwanige Excentricität des Polarflecks jedenfalls nur gering sein müsse. Fällt nämlich der wahre Mittelpunkt des als kreisförmig angenommenen Flecks nicht mit dem Pole zusammen, sondern steht um den Bogen i von demselben entfernt, so mufs, wenn C den Positionswinkel des Poles für eine gegebene Nacht bezeichnet, die Mitte des Flecks innerhalb einer Rotationsperiode zweimal alle zwischen $C+i$ und $C-i$ fallenden Lagen einnehmen. Es wurden nun folgende Beobachtungen erhalten:

	Mittl. Berl. Zeit.	Winkel mit dem Decl.-Kreise, von N. durch O. gezählt.	
1837 Febr. 10.	7h 51′	+ 4°50′	
	8 52	+ 6 22	
	10 25	+ 7 0	
	15 49	+ 1 30	sehr schwierig.
Febr. 11.	7 28	+ 3 20	
	8 45	+ 4 22	
Febr. 12.	9 16	+ 5 27	
	10 17	+ 6 46	
	17 39	+ 3 46	

Digitized by Google

	Mittl. Berl. Zeit.	Winkel mit dem Decl.-Kreise, von N. durch O. gezählt.	
1837 Febr. 18.	$11^h 36'$	$+4°\ 0'$	kurz vor der Bedeckung,
Febr. 22.	10 7	$+1\ 18$	die durch Nebel ver-
	11 26	$+0\ 14$	eitelt ward.
Febr. 28.	6 44	$+2\ 1$	
März 7.	8 12	$+4\ 3$	
	8 53	$+5\ 47$	
	10 28	$+0\ 40$	
März 10.	7 17	$+4\ 32$	

Die nahe Uebereinstimmung dieser Winkel, in denen noch die Veränderungen von C zu berücksichtigen und die wol kaum auf $1\frac{1}{2}°$ zu verbürgen sind (jede einzelne ist das Mittel aus 4 Ablesungen, in denen Abweichungen von 2° bis 3° vorkommen) führt auf das Resultat, dafs i nicht wohl über 4° steigen könne und zu seiner Bestimmung überhaupt mehr und besserer Beobachtungen bedürfe, als die diesmal von uns erhaltenen. Bei der Reduction der einzelnen Zeichnungen haben wir deshalb kein Bedenken getragen, i = Null zu setzen. Unbemerkt können wir indefs den Umstand nicht lassen, dafs in den wenigen Beobachtungen, wo eine Spur des Südpolflecks wahrgenommen wurde, diese dem Nordpolfleck nicht grade gegenüberstand, sondern am 7ten Februar $16^h 14'$ um etwa 12°, um $14^h 28'$ 8° nach Osten, am 7ten März $10^h 24'$ etwa 5° nach Osten, endlich am 18ten März $7^h 56'$ um 3° bis 5° nach Westen abwich.

Dafs auch die Neigung und Knotenlage des Marsäquators, wie *Herschel* sie gefunden, nicht erheblich von den wahren Werthen abweichen, zeigt die verhältnifsmäfsig sehr befriedigende Uebereinstimmung rücksichtlich der Breite derjenigen Flecke, die 1830 und 1837 in entgegengesetzten Lagen beobachtet worden sind. Eine schärfere Reduction beider Beobachtungsreihen wird indefs erst möglich sein, wenn sowohl die Lage der Axe als auch die etwanige Excentricität beider Polarflecke ermittelt sein wird, wozu die Oppositionen von 1839, 1845 und 1847 am meisten geeignet scheinen. Bis dahin können nur Materialien zu einer künftigen Marskarte erhalten werden.

Von den 1830 beobachteten deutlicheren Flecken der Südhalbkugel war nur einer, in unsrer früheren Zeichnung mit pn bezeichnet, sicher wiederzuerkennen. Wir sahen ihn zuerst am 7ten Febr. um $16^h 4'$ M. Z. deutlich, ferner am 28sten Febr. um $6^h 49'$ und in 3 Beobachtungen in der Nacht des 7ten März; endlich noch, aber weniger bestimmt, am 10ten März von $7^h 7'$ bis $9^h 22'$ und am 11ten März um $8^h 22'$. Die areographische Breite des westlichen Endes p ergab sich aus 11 Beobachtungen = 43° 29'; im Jahre 1830 war sie zwischen 40° und 42° gefunden worden und sowohl dies als auch die Uebereinstimmung der Figur, sprechen für die Identität beider. Ein Versuch, seine diesmal beobachtete Länge an die von 1830 anzuknüpfen, ergab eine Rotationsperiode von $24^h 37' 29''0$, zwar hinreichend genau, um die Identität auch in dieser Beziehung zu bestätigen und gewifs zu sein, dafs die angenommene Zahl der ganzen Rotationen keinen Fehler enthalte, aber schon der ungünstigen Lage des Flecks wegen nicht geeignet, die früher bestimmte Rotation zu verbessern. Diese hatte sich nemlich, wie folgt, ergeben:

Aus den Beobachtungen vom Sept. und Oct. 1830	$24^h 37' 9''9$
Aus der Verbindung von 1830 — 1832.....	24 37 23,0
Aus der Verbindung von 1830 — 1834.....	24 37 20,4

Der Fleck a, dessen Epoche 1830 am schärfsten bestimmt werden konnte und durch den wir den ersten Marsmeridian legten, hat sich weder 1834 noch 1837 mit Sicherheit gezeigt; wir sind daher noch immer geneigt, dem zweiten der obigen Werthe ($24^h 37' 23''0$) den Vorzug zu geben, da er allein hinreichende Sicherheit zu gewähren scheint, um die Beobachtungen von 1830 an die späteren, noch zu erwartenden, anzuknüpfen.

Ein zweiter, mit efh bezeichneter Fleck, ward am 12ten Januar und 22sten Februar, jedesmal in 2 Beobachtungen, auch noch später am 22sten März wieder erkannt, doch zeichnete sich kein Punkt desselben scharf genug aus, um auf ihn eine Bestimmung zu gründen. Eine specifische Verschiedenheit der Farbe des Grundes (die Polarflecke ausgenommen) war ebenfalls nicht deutlich wahrzunehmen; zwar schien es in der ersten, auf der Königl. Sternwarte angestellten Beobachtung, als sei die Mittelzone der Kugel, eine Gegend, deren Mitte beiläufig in 40° L. und 15° S. B. liegt, röthlich im Vergleich zur übrigen Kugel, allein Herr Prof. *Encke*, der an dieser und mehreren folgenden Beobachtungen Theil nahm, entschied nicht bestimmt für Roth, sondern nur für eine von der übrigen Fläche verschiedene, und namentlich dunklere Färbung. Diejenigen Stellen, an welchen in der Opposition von 1830 ein röthlicher Schimmer wahrgenommen worden war, lagen diesmal zu weit abgewandt.

Die dunkle, den Nordpolfleck umgebende Zone war zwar von sehr ungleicher Breite und auch nicht überall gleich schwarz, doch in allen Beobachtungen merklich dunkler als die übrigen Flecke, selbst als die der Südhalbkugel. Um den entgegengesetzten Pol hatte sich 1830 nichts Aehnliches gezeigt; die Flecke in seiner Nähe waren vielmehr äufserst matt, wenig zusammenhängend und nur in den günstigsten Momenten mit Mühe wahrzunehmen, wogegen bei dieser Erscheinung die erwähnte Zone auf den ersten Blick ins Auge fiel, sobald nur Mars überhaupt sichtbar war. Wenn, wie man anzunehmen geneigt sein könnte, ein Schmelzen des Schnees diese stark dunkle Färbung veranlafste, so stände zu erwarten, diesen Fleck bei der Opposition von 1839 nicht in gleicher Gestalt und Farbe wiederzufinden.

Digitized by Google

Auf diese wenigen Resultate müssen wir uns diesmal beschränken. Vielleicht dafs andere, von Witterungs-Störungen weniger als wir gemifshandelte Beobachter glücklicher waren. Jedenfalls ist es uns angenehm die Erfahrung gemacht zu haben, dafs die gröfsere Entfernung des Mars in dieser und also auch den beiden nächsten Oppositionen kein absolutes Hindernifs physischer Beobachtungen sei, obgleich es gewifs ist, dafs wir die Südhalbkugel des Mars stets besser als die entgegengesetzte kennen lernen werden, da Jahrtausende hindurch in allen Oppositionen, wo die Entfernung von der Erde geringer als 0,5 ist, der Nordpol unsichtbar bleibt.

Wir behalten uns vor, die einzelnen Original-Zeichnungen in einer künftigen Zusammenstellung unserer sämmtlichen physischen Planetenbeobachtungen mitzutheilen, und geben hier einen Versuch, die beiden Marshalbkugeln in Polarprojection darzustellen. Die Südhalbkugel ist bis auf wenige schwache Flecke, die aus den Beobachtungen von 1837 resultiren, dieselbe welche in Nr. 192 der A. N. gegeben worden; die beiden concentrischen punktirten Kreise bezeichnen die Grenzen des Polarflecks 1830 und 1837, letzteres unter der oben gemachten Voraussetzung, die andern durch Punkte begrenzten Stellen hingegen das damals wahrgenommene Roth. Die Nordhalbkugel ist zwischen 0° und 30° B. gröfstentheils nach den früheren Beobachtungen entworfen; für die Gegenden jenseit des 30° konnten dagegen nur die gegenwärtigen benutzt werden. Der Nordpolarfleck ist nach der Beobachtung vom 12ten Januar angesetzt und erstreckt sich hiernach bis 74°3 B.; die übrigen gründen sich meistens auf 4 bis 6 einzelne Zeichnungen. Am unvollkommensten dürfte die Gegend zwischen 70° und 120° L. dargestellt sein, da diese in keiner Beobachtung der Mitte nahe genug stand um gut gesehen zu werden.

Wilhelm Beer. Dr. *Mädler.*

Dieser Aufsatz, den ich schon im Mai 1837 erhielt, hatte sich in den mitgesandten Steindrücken versteckt, wodurch seine Verspätung erklärt wird.

S.

Meridiankreis von *A.* und *G. Repsold* aufgestellt in der Hamburger Sternwarte im Frühjahre 1836.

(Hiebei ein Steindruck.)

Bei Construirung des durch beifolgende Zeichnung erläuterten Instruments haben die Verfertiger es sich zur Aufgabe gemacht, durch möglichst grofse Gleichmäfsigkeit und Conterbalancirung aller einzelnen Theile desselben unter einander, jeden durch verschiedenartige Durchbiegungen entstehenden Fehler zu vermeiden. Aus obigem Grunde ist das Instrument in allen Theilen symmetrisch, die Achse innen wie aufsen gedreht, zwei gleich schwere Kreise mit den dazu gehörigen Microscopenträgern belasten die Achse gleichmäfsig und bedingen gleich schwere Gegengewichte an beiden Seiten; um eine mögliche Torsion der Achse zu vermeiden, ist die Festhaltung ganz nahe dem Fernrohr, ein entsprechendes Gegengewicht an der andern Seite stellt das Gleichgewicht des Ganzen her.

Die Kreise sind von Gufsmessing, 3 Fufs 2 Zoll franz. im Durchmesser, auf Silber von 2 zu 2 Min. getheilt und liegen gegen Ansätze auf der Achse. Ihre Befestigung daselbst geschieht durch vorgeschrobene Platten, welche Befestigungsart jede Spannung beim Anschrauben verhindert und es erlaubt, das Null der Theilung auf jedem verlangten Punkte fest zu stellen. Die Ablesung der Theilung eines jeden Kreises geschieht durch 4, um 90° von einander entfernte Microscope. Das massive Mittel der, die Microscope tragenden, aus hohlen Röhren construirten, sehr festen Kreuze ist, um absolute Höhen messen zu können, auf Conen an der Achse der Art aufgepafst, dafs sich selbige ohne grofse Reibung frei in den Büchsen bewegt. Ein mit letzteren verbundener Arm, der durch die in Lager sich bewegenden, beim Umlegen des Instruments nieder zu drückenden Haltungsstücke gefafst wird, dient zur Feststellung und Nivellirung des Ganzen. Mit den Microscopen liest man directe Secunden ab, kann also bis auf 0,1 Secunden schätzen. Die Unwandelbarkeit jener Microscop-Kreuze wird durch zwei an denselben befindlichen, zu nivellirenden Stahlcylindern gezeigt, zwei Nonien an den verticalen Seiten der Kreuze dienen zur ungefähren Ablesung.

Das Fernrohr mit *Fraunhofer*'schem Objectiv von 5 Fufs Brennweite besteht aus zwei gleich schweren, innen und aufsen gedrehten conischen Röhren von geschlagenem Messing, welche innig mit der Achse verbunden, vermöge ihrer Form eine möglichst geringe Durchbiegung gestatten. Die Beleuchtung der Fäden geschieht durch die hohle Achse vermittelst eines Spiegels im Mittel des Fernrohrs, zu welchem Zwecke auf dem Ende einer der in der Verlängerung der Achse fortlaufenden Röhren eine Lampe aufzustecken ist. Die Verdunkelung, so wie die Regulirung der Lichtstelle wird durch einen, vermittelst eines Triebes zu bewegenden Keil von farbigem Glase leicht und schnell bewerkstelliget.

Die Lager der Achse stehen, ganz unabhängig von den übrigen Theilen des Instruments, auf in den Pfeilern mit Gyps festgegossenen Messingklötzen aufgeschraubt, hinter denselben die messingenen Platten, welche die Säulen für die Gegengewichte tragen.

Digitized by Google

Die Umlegung des Instruments ist leicht und mit wenig Umständen vorzunehmen, da die Gegengewichte nicht umgesteckt zu werden brauchen, und statt der sonst üblichen Ringe, in welchen die Rollen zur Aufhebung des Gewichts der Achse befindlich, nur Halbringe oder grofse Haken gewählt sind (wie in der Zeichnung zu sehen), die bei der Umlegung die Achse frei durchlassen, und daher hängen bleiben können.

Der auf einer Eisenbahn zu bewegende Umlegebock hebt beim Drehen der Kurbel das Instrument lothrecht in die Höhe, die Umdrehung geschieht, nachdem dasselbe zwischen den Pfeilern herausgefahren, mit gröfster Leichtigkeit, ein Arm an dem oberen drehenden Theil, welcher sich an einen zweiten festen stützt, verhindert dessen Drehen um mehr oder minder als 180°, und ein auf der Eisenbahn festgeschrobener Kloben giebt das Maas, wie weit der Wagen wieder hinein zu fahren, damit die Zapfen beim Herablassen des Instruments die Lager treffen.

Der Kreis ist im Juli 1833 angefangen, und im März 1836 aufgestellt.

A. und *G. Repsold.*

Mondsterne auf der Cracauer Sternwarte im Jahre 1837 beobachtet.

Datum.	Gestirne.	Scheinb. AR.	Anzahl der Faden.
1837 Januar 18.	112 β Tauri	5^{h}16′ 0″22	5
	123 ζ Tauri	5 27 55,02	5
	Mond I	5 42 49,24	5
	44 $\varkappa$ Aurigae	6 5 0,43	5
	13 μ Geminor.	6 13 6,64	5
19.	44 $\varkappa$ Aurigae	6 5 0,28	5
	13 μ Geminor.	6 13 6,86	5
	Mond I	6 38 8,46	5
	55 δ Geminor.	7 10 23,94	5
	66 α Geminor.	7 24 12,33	5
Februar 11.	87 μ Ceti	2 36 8,04	5
	Mond I	2 45 15,88	5
	57 δ Arietis	3 2 18,87	5
12.	57 δ Arietis	3 2 18,76	5
	Mond I	3 36 44,04	5
	50 ω^2 Tauri	4 7 43,03	5
	69 υ^1 Tauri	4 16 33,77	5
13.	50 ω^2 Tauri	4 7 14,26	5
	69 υ' Tauri	4 16 4,80	4
	Mond I	4 29 15,55	5
	102 ι Tauri	4 52 51,45	2
	109 n Tauri	5 8 59,37	4
14.	109 n Tauri	5 9 1,20	5
	Mond I	5 23 44,91	5
	(145) Tauri	5 26 30,36	5
	136 C Tauri	5 42 37,28	5
	7 η Geminor.	6 4 34,74	5
März 14.	112 β Tauri	5 15 59,51	5
	Mond I	5 58 35,46	5
	27 ε Geminor.	6 33 54,48	4
15.	27 ε Geminor.	6 33 54,58	5
	Mond I	6 54 18,78	3
	60 ι Geminor.	7 15 36,63	5
	77 $\varkappa$ Geminor.	7 34 36,90	5
16.	60 ι Geminor.	7 15 36,28	5
	77 $\varkappa$ Geminor.	7 34 36,93	2
	Mond I	7 48 53,08	5
	19 λ Cancri	8 10 50,79	3
	23 Φ^2 Cancri	8 16 56,12	5
18.	77 ξ Cancri	8 59 59,80	5
	83 q Cancri	9 9 53,77	5
	Mond I	9^{h}31′ 57″85	5
1837 März 18.	29 π Leonis	9 51 36,90	5
	32 $\varkappa$ Leonis	9 59 59,30	5
April 13.	9 μ' Cancri	7 56 39,00	5
	Mond I	8 20 45,36	5
	47 δ Cancri	8 35 25,47	5
	77 ξ Cancri	8 59 59,30	5
15.	14 o Leonis	9 32 27,63	4
	29 π Leonis	9 51 36,86	5
	Mond I	10 0 54,34	5
	ζ Leonis	10 10 52,69	5
	47 ρ Leonis	10 24 14,79	5
Mai 14.	63 χ Leonis	10 56 37,16	5
	73 n Leonis	11 7 20,99	5
	Mond I	11 14 7,81	5
	2 ξ' Virginis	11 36 53,95	5
	5 β Virginis	11 42 13,37	5
16.	15 η Virginis	12 11 2,98	5
	29 γ' Virginis	12 32 53,22	5
	Mond I	12 45 18,21	5
	61 ϑ Virginis	13 1 0,14	5
	67 α Virginis	13 16 6,16	4
Juni 17.	21 α Scorpii	16 19 27,90	5
	23 τ Scorpii	16 25 47,31	5
	Mond I	16 56 39,66	5
	42 ϑ Ophiuchi	17 12 2,79	5
	3 p Sagittarii	17 37 21,14	5
Juli 13.	Mond I	15 23 13,51	5
	8 β' Scorpii	15 56 0,32	5
14.	6 π Scorpii	15 49 2,46	5
	8 β' Scorpii	15 56 0,56	5
	Mond I	16 23 43,70	5
	36 A Ophiuchi	17 5 22,64	4
	42 ϑ Ophiuchi	17 12 3,16	4
Aug. 11.	21 α Scorpii	16 19 27,73	5
	23 τ Scorpii	16 25 47,12	5
	Mond I	16 58 15,48	5
	42 ϑ Ophiuchi	17 12 2,44	5
	10 γ^2 Sagittarii	17 55 23,65	5
13.	34 σ Sagittarii	18 45 12,86	5
	Mond I	19 14 28,27	5

Digitized by Google

Datum.	Gestirne.	Scheinb. AR.	Anzahl der Faden.
1837 Aug. 13.	59 b Sagittarii	19h 46′ 59″77	5
	62 c Sagittarii	19 52 41,07	5
14.	59 b Sagittarii	19 46 59,48	4
	62 c Sagittarii	19 52 40,99	5
	Mond I	20 23 17,23	5
	22 η Capric.	20 55 10,43	3
	34 ζ Capric.	21 17 24,46	4
Sept. 9.	Mond I	18 43 58,20	5
	41 π Sagittarii	19 0 6,63	4
	52 h² Sagittarii	19 26 49,77	5
10.	41 π Sagittarii	19 0 6,39	2
	52 h² Sagittarii	19 26 49,96	5
	Mond I	19 51 10,35	5
	10 π Capric.	20 18 2,01	3
	16 ψ Capric.	20 36 29,18	5
Octbr. 12.	20 n Piscium	23 39 36,98	5
	30 r Piscium	23 53 39,03	5
	Mond I	0 19 31,64	5
1837 Octbr. 12.	(189) Piscium	0h 39′ 53″48	5
	71 s Piscium	0 54 32,42	5
Decbr. 7.	71 s Piscium	0 54 32,45	5
	Mond I	1 21 27,29	5
	110 o Piscium	1 36 51,06	5
	5 γ Arietis	1 44 39,19	5
8.	110 o Piscium	1 36 51,07	5
	5 γ Arietis	1 44 39,37	5
	Mond I	2 14 15,50	5
	42 π Arietis	2 40 16,04	5
	48 s Arietis	2 49 57,93	5
31.	33 i Aquarii	21 57 40,40	2
	Mond I	22 29 51,56	5
	73 λ Aquarii	22 44 9,16	5
	95 ψ² Aquarii	23 10 31,66	5

Bemerkung. An den Tagen Febr. 13. 14, Mai 16 und Dec. 31 sind blofs die Durchgänge durch den Meridian angegeben, weil an diesen Tagen keine gute Zeitbestimmung gemacht werden konnte.

Sternbedeckungen in Cracau im Jahre 1837 beobachtet.

Datum.		Sternzeit.	
1837 Febr. 14.	Eintritt (145) Tauri in den dunkeln Mondsrand um	5h 56′ 2″58	Wegen Wolken unsicher.
März 13.	— (43) Aurigae — — —	10 24 8,07	— —
— 15.	— 47 Geminorum — — —	9 53 34,24	Sehr gut.
— 16.	— 2 ω′ Cancri — — —	7 49 44,66	Sehr gut.
Mai 10.	— 19 λ Cancri — — —	13 55 21,95	Sehr gut.
Juni 6.	— 4 ω² Cancri — — —	14 23 39,80	Sehr gut.
Aug. 14.	— (170) Capric. — — —	19 10 43,61	Gut.
Nov. 10.	— 54 Ceti — — —	0 48 1,82	Auf 0″5 unsicher.

Schreiben des Herrn Professors *Benzenberg* an Herrn Dr. und Ritter *Olbers*.

Düsseldorf 1838. Januar 7.

Das Jahr 1837 ist nun vollendet und ich habe in demselben 31 Beobachtungen über die Anzahl der Sternschnuppen.

1)	Den 30sten	Januar	innerhalb	3	Stunden	4 Sternschnuppen.
2)	Den 8ten	Februar	—	3	—	5 —
3)	Den 6ten	März	—	3	—	4 —
4)	Den 10ten	—	—	3	—	4 —
5)	Den 31sten	—	—	3	—	3 —
6)	Den 11ten	April	innerhalb	3	Stunden	4 Sternschnuppen.
7)	Den 14ten	Mai	—	6½	—	18 —
8)	Den 2ten	Juni	—	5	—	15 —
9)	Den 7ten	—	—	5	—	12 —
10)	Den 14ten	—	—	5	—	7 —
11)	Den 17ten	Juni	innerhalb	3½	Stunden	4 Sternschnuppen.
12)	Den 23sten	—	—	5	—	9 —
13)	Den 11ten	Juli	—	5	—	19 —
14)	Den 27sten	—	—	6	—	29 —
15)	Den 5ten	August	—	5½	—	24 —
16)	Den 9ten	August	innerhalb	6	Stunden	47 Sternschnuppen.
17)	Den 7ten	—	—	6	—	11 —
18)	Den 9ten	—	—	6	—	98 —
19)	Den 10ten	—	—	2	—	24 —
20)	Den 17ten	—	—	6	—	44 —
21)	Den 20sten	August	innerhalb	7	Stunden	17 Sternschnuppen.
22)	Den 2ten	Septbr.	—	7	—	38 —
23)	Den 21sten	—	—	3	—	13 —
24)	Den 3ten	October	—	3	—	18 —
25)	Den 13ten	—	—	4	—	13 —
26)	Den 19ten	October	innerhalb	3	Stunden	20 Sternschnuppen.
27)	Den 26sten	—	—	4	—	16 —
28)	Den 7ten	November	—	3	—	10 —
29)	Den 30sten	—	—	10½	—	37 —
30)	Den 3ten	December	—	3	—	11 —
31)	Den 16ten	—	—	3	—	7 —

In 140 Stunden 583 Sternschnuppen

Digitized by Google

Man sieht also aus dieser Tabelle, wenn man auch sonst nichts wüfste, dafs zu Zeiten viele Sternschnuppen sind und zu Zeiten wenige. Unter diesen waren 5 Beobachtungen, wo die Sternschnuppen häufig erschienen. Nemlich:

1) Vom 6ten zum 7ten August in 6 Stunden 47 Sternschnuppen.
2) Vom 9ten zum 10ten ——— 6 ——— 98 ———
3) Vom 10ten zum 11ten ——— 2 ——— 24 ———
4) Vom 17ten zum 18ten ——— 6 ——— 44 ———
5) Vom 6ten zum 7ten September 7 ——— 38 ———

In 27 Stunden 251 Sternschnuppen.

Also in jeder Stunde 9.

Wenn man in 27 Stunden 251 Sternschnuppen abzieht, so bleiben für 119 Stunden noch 332 übrig. Diese mit 113 getheilt gibt 3 Sternschnuppen auf die Stunde.

Wenn also die Sternschnuppen selten sind, so hat man bei einem einzelnen Beobachter 3 auf die Stunde.

Wenn sie häufig sind, so hat man für einen Beobachter 9 auf die Stunde.

Sind sie aber sehr häufig, z. B. den $\frac{9}{10}$ August 1837, so hat man 16 Sternschnuppen für einen Beobachter auf die Stunde.

Es ist hier immer nur von Einem Beobachter die Rede. Obschon ich zwei Ruhebetten habe, so liefs ich doch durch meinen Gehülfen nur das eine in den Garten bringen und von diesem beobachten.

Dr. *Schnabel* in Gummersbach, 7½ Meilen von Düsseldorf, hatte die Nacht vom 12ten zum 13ten November 1836 4 Beobachter an den Fenstern des Gesellschaftssaales. Er selbst war in der Mitte des Saales und schrieb die Beobachtungen auf. Hier war es wo durch Einen in einer Stunde 30 bis 38 Sternschnuppen beobachtet wurden.

Zeit.	Süd.	Ost.	Nord.	West.	Summe.
12 — 1	9	20	8	12	49
1 — 2	17	8	16	12	53
2 — 3	16	17	20	12	65
3 — 4	30	14	17	7	68
4 — 5	38	15	6	15	74
	110	74	67	58	309

Man mufs das ganze Jahr hindurch jede Stunde beobachten, und es können daher noch viele Jahre hingehen, ehe wir die Sternschnuppen von einem ganzen Jahre vollständig haben. Aber jede Stunde ist nothwendig, weil die Erde in jeder Stunde 15600 Meilen fortrückt, und da kann sie denn in eine Gegend kommen, wo es sehr wenige Sternschnuppen gibt. Z. B. *Brandes* hat den 6ten Decbr. 1798 gleich nach der Dämmerung in 4 Stunden 400 Sternschnuppen gesehen. Der Anfang wäre also bei Tage gewesen. Nachher wurden sie seltener, und während 8 Stunden sah er im Ganzen nur 80.

Wir müssen daher zuerst eine Sternwarte am Cap der guten Hoffnung haben, weil da Sommer ist wenn wir hier Winter haben, und denn 180 Grad davon im südlichen Asien eine zweite, wo es Mitternacht ist, wenn wir Mittag haben.

Benzenberg.

Erklärung.

Herr Professor *Encke* hat, in dem Aufsatze, welcher in Nr. 346 der Astron. Nachrichten abgedruckt worden ist, gewünscht, dafs ich meine Pflicht gethan hätte, ohne dafs er mich daran erinnerte. Wenn er für meine Pflicht hält, mich über meine Arbeiten über die Pendellänge für Berlin weiter zu äufsern, als in der dieselben betreffenden Abhandlung schon geschehen ist, so willfahre ich ihm hiermit, indem ich noch erkläre, dafs ich sie zu den zuverlässigsten Arbeiten zähle, welche ich ausgeführt habe. Ich selbst halte aber für meine Pflicht, auf diesen neuen, oder auf jeden andern Angriff des Herrn Professors nichts zu entgegnen.

Königsberg 1838. März 3.

F. W. Bessel.

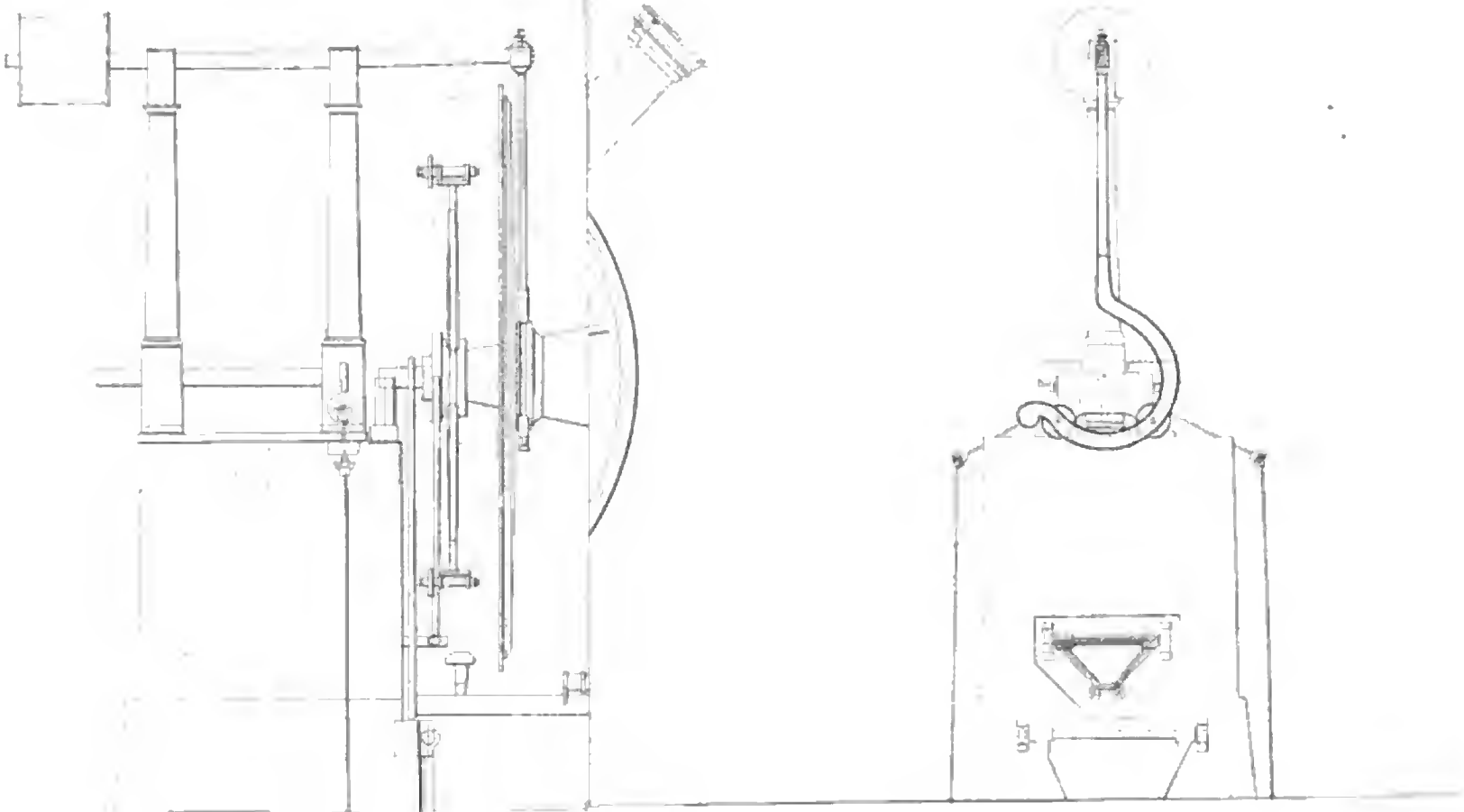
Inhalt.

Schreiben des Herrn *Airy*, Astronomer Royal, an den Herausgeber. p. 217. — Physische Beobachtungen des Mars in der Opposition von 1837. Von den Herren *W. Beer* und Dr. *Mädler*. p. 219. — Meridiankreis von *A.* und *G. Repsold*, aufgestellt in der Hamburger Sternwarte im Frühjahre 1836. p. 225. — Mondsterne u. Sternbedeckungen auf der Cracauer Sternwarte im Jahre 1837 beobachtet. p. 227 und 229. — Schreiben des Herrn Professors *Benzenberg* an Herrn Dr. u. Ritter *Olbers*. p. 229. — Erklärung. p. 231.

Die Steindrucktafel zu *Beer* und *Mädlers* Beobb. des Mars werden mit der nächsten Nummer nachgeliefert.

Altona 1838. April 7. (Hiebei eine Steindrucktafel.)

Digitized by Google



(1) . . . . . $R \sin B = \rho \sin\beta - r \sin b$

(2) . . . . . $R \cos B \sin L = \rho \cos\beta \sin\lambda - r \cos b \sin l$

(3) . . . . . $R \cos B \cos L = \rho \cos\beta \sin\lambda - r \cos b \cos l$

Zur Bestimmung von $\frac{r}{\rho}$ erhält man leicht diese Gleichung:

$$\frac{r}{\rho} = 206265$$

Durch Verbindung der Gleichungen (2) und (3) erhält man folgende zur Bestimmung von L und B,

$$\sin\pi \cos B \sin(L-l) = \cos\beta \sin(\lambda-l) \quad \ldots\ldots(6)$$

$$\sin\pi \cos B \cos(L-l) = \cos\beta \cos(\lambda-l) - \frac{r}{\rho} \cos b \quad \ldots\ldots(7)$$

Digitized by Google

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

No. 350.

Bestimmung der Rotationselemente der Himmelskörper aus Beobachtungen von Punkten oder Flecken auf ihren Oberflächen.

Von Herrn *Hardenkamp*,

Oberlehrer der Mathematik und Naturwissenschaften am Gymnasium zu Hamm in Westphalen.

§. 1.

Wenn die Astronomen in der neuern Zeit eine sehr genaue Kenntnifs der Bahnelemente der zu unserm Sonnensystem gehörigen Himmelskörper erlangt haben, so scheint dieses nicht in demselben Maafse von den Rotationselementen derselben zu gelten. Obgleich diese nicht von so grofser Wichtigkeit wie jene sind, so ist es doch wünschenswerth, eine den jetzigen Hülfsmitteln der Astronomie entsprechende Genauigkeit auch hierin zu erlangen. Ich glaube daher, dafs es nicht uninteressant seyn werde, wenn ich im Folgenden die Formeln entwickele, die zur Bestimmung dieser Elemente aus beobachteten Punkten oder Flecken dienen, und zugleich zeige, wie die von *Gauss* erfundene Methode der kleinsten Quadrate hier anzuwenden ist, um diejenigen Elemente der Rotation zu finden, die sich so genau als möglich den Beobachtungen anschliefsen. Vorzüglich werden diese Formeln dienen können, um aus vorhandenen Beobachtungen über Sonnen- und Mondsflecken die Rotationselemente dieser Himmelskörper zu bestimmen.

Es sei für die Beobachtungszeit t die vom Mittelpunkte des Himmelskörpers aus gesehene Länge und Breite der Erde (resp. Beobachtungsortes) λ und β, der Abstand ρ; die von einem Punkte auf seiner Oberfläche aus gesehene Länge und Breite der Erde (resp. des Punktes, von wo aus die Beobachtung gemacht wird) l und b, der Abstand r; endlich Länge, Breite und Abstand in Beziehung auf den Mittelpunkt des Himmelskörpers, L, B, R, und die scheinbare Gröfse desselben π. Wird nun die Lage des beobachteten Punktes, so wie die des Himmelskörpers und der Erde auf die drei rechtwinklicht sich schneidenden Ebenen bezogen, wovon die Pole in 90° und 0 der Ecliptik und in deren Pole selbst liegen, so erhält man bekanntlich folgende Gleichungen zur Bestimmung dieses Punktes:

$$(1)\ldots\ldots R\sin B = \rho\sin\beta - r\sin b$$

$$(2)\ldots\ldots R\cos B\sin L = \rho\cos\beta\sin\lambda - r\cos b\sin l$$

$$(3)\ldots\ldots R\cos B\cos L = \rho\cos\beta\sin\lambda - r\cos b\cos l.$$

Zur Bestimmung von $\frac{r}{\rho}$ erhält man leicht diese Gleichung:

$$\left(\frac{r}{\rho}\right)^2 - 2\left(\frac{r}{\rho}\right)\cos\varphi = \sin\pi^2 - 1;\ldots\ldots\ldots(4)$$

wo $\cos\varphi = \sin\beta\sin b + \cos\beta\cos b\cos(L-l)$, und

$$R = \rho\sin\pi.$$

Aus (4) erhält man

$$\frac{r}{\rho} = \cos\varphi \pm \sqrt{(\sin\pi^2 - \sin\varphi^2)}$$
$$= \cos\varphi \pm \sqrt{(\sin(\pi+\varphi)\sin(\pi-\varphi))}.$$

Für unsern Fall mufs das Minuszeichen genommen werden, da der beobachtete Punkt auf der der Erde zugewandten Seite liegt. Der Winkel φ ist der scheinbare Abstand des Punktes vom Mittelpunkte des Himmelskörpers und kann mit aller Schärfe gefunden werden. Man kann auch $\cos\varphi$ so schreiben:

$$\frac{\cos(\beta-b) - \cos(\beta+b) + [\cos(\beta-b) + \cos(\beta+b)]\cos(\lambda-l)}{2}$$
$$= \cos(\beta-b)\cos^2\left(\frac{\lambda-l}{2}\right) - \cos(\beta+b)\sin^2\left(\frac{\lambda-l}{2}\right);$$

zu einer bequemern Rechnung kann diese Formel dienen

$$\sin^2\tfrac{1}{2}\varphi = \sin^2\left(\frac{\beta-b}{2}\right)\cos^2\left(\frac{\lambda-l}{2}\right) + \cos^2\left(\frac{\beta+b}{2}\right)\sin^2\left(\frac{\lambda-l}{2}\right).$$

Für $\sin\frac{1}{2}\varphi$, $\sin\left(\frac{\beta-b}{2}\right)$ und $\sin\left(\frac{\lambda-l}{2}\right)$ kann man, ohne an Genauigkeit etwas einzubüfsen, den Bogen setzen; daher wird endlich

$$\varphi = \sqrt{\left((\beta-b)^2\cos^2\left(\frac{\lambda-l}{2}\right) + (\lambda-l)^2\cos^2\left(\frac{\beta+b}{2}\right)\right)}\ldots(5)$$

und somit auch

$$\frac{r}{\rho} = \cos\varphi - \sqrt{(\sin(\pi-\varphi)\sin(\pi+\varphi))}$$

oder auch ohne merklichen Fehler

$$\frac{r}{\rho} = \cos\varphi - \frac{\sqrt{((\pi-\varphi)(\pi+\varphi))}}{206265}.$$

Durch Verbindung der Gleichungen (2) und (3) erhält man folgende zur Bestimmung von L und B,

$$\sin\pi\cos B\sin(L-l) = \cos\beta\sin(\lambda-l)\ldots\ldots\ldots\ldots(6)$$

$$\sin\pi\cos B\cos(L-l) = \cos\beta\cos(\lambda-l) - \frac{r}{\rho}\cos b.\ldots(7)$$

Digitized by Google

Hieraus berechnet man zuerst

$$tg\,(L-l) = \frac{\cos\beta \sin(\lambda-l)}{\cos\beta\cos(\lambda-l) - \frac{r}{\rho}\cos b}$$

und dann $\cos B$; zur Prüfung der Rechnung kann

$$\sin\pi \sin B = \sin\beta - \frac{r}{\rho}\sin b$$

dienen.

§. 2.

Um aus den Veränderungen von l und b die entsprechenden von B und L zu finden, differenzire man zuerst die Gleichung (1):

$$\sin\pi\cos B\,dB = -\sin b\,d\frac{r}{\rho} - \frac{r}{\rho}\cos b\,db;$$

da nun

$$d\left(\frac{r}{\rho}\right) = \frac{\frac{r}{\rho}\sin\varphi}{\sqrt{(\sin\pi^2 - \sin\varphi^2)}}\cdot\left(\frac{d\varphi}{db}db + \frac{d\varphi}{dl}dl\right),$$

$$-\sin\varphi\frac{d\varphi}{db} = \cos b\sin\beta - \cos\beta\sin b\cos(\lambda-l)$$

$$-\sin\varphi\frac{d\varphi}{dl} = \cos\beta\cos b\sin(\lambda-l)$$

so erhält man

$$dB = \frac{\frac{r}{\rho}\sin b\cos b\sin(L-l)}{\sqrt{(\sin\pi^2-\sin\varphi^2)}}dl - \frac{\frac{r}{\rho}\cos(L-l)}{\sqrt{(\sin\pi^2-\sin\varphi^2)}}db \ldots (8)$$

Differenzirt man dann die Gleichungen (2) und (3), so wird

$$-\sin\pi\sin B\sin L\,dB + \sin\pi\cos B\cos L\,dL = -\cos b\sin l\,d\left(\frac{r}{\rho}\right) + \frac{r}{\rho}\sin b\sin l\,db - \frac{r}{\rho}\cos b\cos l\,dl,$$

$$-\sin\pi\sin B\cos L\,dB - \sin\pi\cos B\sin L\,dL = -\cos b\cos l\,d\frac{r}{\rho} + \frac{r}{\rho}\sin b\cos l\,db + \frac{r}{\rho}\cos b\sin l\,dl;$$

multiplizirt man die erste dieser Gleichungen mit $\sin L$, die zweite mit $\cos L$, und zieht von der ersten die zweite ab, so ergiebt sich

$$\sin\pi\cos B = d\left(\frac{r}{\rho}\right)\sin(L-l)\cos b - \frac{r}{\rho}\sin b\sin(L-l)\,db - \frac{r}{\rho}\cos b\cos(L-l)\,dl$$

oder

$$= -\frac{\frac{r}{\rho}(\cos b\cos B + \sin b\sin B\cos(L-l))}{\cos B\sqrt{(\sin\pi^2-\sin\varphi^2)}}dl + \frac{\frac{r}{\rho}\sin B\sin(L-l)}{\cos B\sqrt{(\sin\pi^2-\sin\varphi^2)}}db;$$

setzt man noch

$$\sin b\cos(L-l) = m\cos\mu$$
$$\cos b = m\sin\mu,$$

so wird endlich

$$dL = -\frac{\frac{r}{\rho}m\cos b\cos(B-\mu)}{\cos B\sqrt{(\sin\pi^2-\sin\varphi^2)}}dl + \frac{\frac{r}{\rho}\sin B\sin(L-l)}{\cos B\sqrt{(\sin\pi^2-\sin\varphi^2)}}db \ldots\ldots (9)$$

Umgekehrt ergiebt sich auch leicht aus den Gleichungen (8) und (9)

$$-\frac{\frac{r}{\rho}\cos b}{\sin\pi}dl = \cos B\cos(L-l)\,dL - \sin B\sin(L-l)\,dB$$

$$-\frac{\frac{r}{\rho}db}{\sin\pi} = \sin b\cos B\sin(L-l)\,dL - (\cos b\cos B + \sin b\sin B\cos(L-l))\,dB$$

Um die Winkel l und b auf die beobachtete Länge und Breite zurückzuführen, bemerke man, dafs l die beobachtete Länge $+180°$ und b die beobachtete Breite negativ genommen, ist.

Eben so ist λ die vom Beobachtungsorte aus gesehene Länge des Himmelskörpers $+180°$, β die Breite auch negativ genommen; und müssen aus den Coordinaten des Himmelskörpers und aus den des Beobachtungsortes bestimmt werden, welches durch die Formeln (6) und (7) geschehen kann, da diese ganz allgemein sind. Bedeuten x, y, z die Coordinaten des Mittelpunkts des Himmelskörpers, dieselben Gröfsen für den Beobachtungsort x', y', z'; so hat man auch

$$\rho\sin\beta = x' - x$$
$$\rho\cos\beta\sin\lambda = y' - y$$
$$\rho\cos\beta\cos\lambda = z' - z.$$

Wodurch β und λ von der Parallaxe des Beobachtungsortes befreit werden.

§. 3.

Hat man durch die Formeln (6) und (7) die Lage des Punktes oder Fleckens in Beziehung auf die Ekliptik bestimmt, so läfst sich aus diesen die Lage in Beziehung auf den Aequator des Himmelskörpers und die Lage dieses Aequators selbst, d. i. Neigung und Länge des Knotens finden; bezeichnet man durch A, D die Gerade Aufsteigung und Abweichung des

Digitized by Google

Punktes, durch i und ω die Neigung und Länge des Knotens, so erhält man, wie die sphärische Trigonometrie lehrt, folgende Gleichungen:

(10)........ $\sin D = \cos i \sin B - \sin i \cos B \sin(L-\omega)$

(11)... $\cos D \sin A = \sin i \sin B + \cos i \cos B \cos(L-\omega)$

(12)... $\cos D \cos A = \cos B \cos(L-\omega)$;

von welchen die eine aus den beiden andern folgt. Da jede Beobachtung drei solcher Gleichungen gibt, so reichen also drei Beobachtungen vollkommen zur Bestimmung der Unbekannten hin. Wir müssen hier die Voraussetzung machen, dafs der beobachtete Punkt oder Flecken aus dem wir die Elemente bestimmen, mit der Oberfläche des Himmelskörpers fest verbunden sei; in wiefern man dies annehmen kann, wollen wir bei der mathematischen Behandlung unsers Problems nicht untersuchen. Aufser den Gröfsen i und ω bleibt also auch D constant, nur A, B und L ändern sich. Wenn man für zwei andere Beobachtungen die Gröfsen A, B, L in $A_{,}$, $B_{,}$, $L_{,}$ und $A_{,,}$, $B_{,,}$, $L_{,,}$ übergehen läfst, so hat man statt der Gleichung (10) folgende drei:

$$\sin D = \cos i \sin B - \sin i \cos B \sin(L-\omega) \quad \ldots(13)$$
$$\sin D = \cos i \sin B_1 - \sin i \cos B_1 \sin(L_1-\omega) \quad \ldots(14)$$
$$\sin D = \cos i \sin B_2 - \sin i \cos B_2 \sin(L_2-\omega); \quad \ldots(15)$$

zieht man von der ersten dieser Gleichungen die beiden andern ab, so erhält man diese beiden:

(16)............... $0 = \cos i\,(\sin B - \sin B_1) - \sin i\,(\cos B \sin(L-\omega) - \cos B_1 \sin(L_1-\omega))$

(17)............... $0 = \cos i\,(\sin B - \sin B_2) - \sin i\,(\cos B \sin(L-\omega) - \cos B_2 \sin(L_2-\omega))$

Hieraus ergiebt sich

(18)........ $$\operatorname{tg}\omega = \frac{(\sin B - \sin B_2)(\cos B \sin L - \cos B_1 \sin L_1) - (\sin B - \sin B_1)(\cos B \sin L - \cos B_2 \sin L_2)}{(\sin B - \sin B_2)(\cos B \cos L - \cos B_1 \cos L_1) - (\sin B - \sin B_1)(\cos B \cos L - \cos B_2 \cos L_2)}$$

Man kann diesem Werthe von $\operatorname{tg}\omega$ eine etwas bequemere Form geben, wenn der Kürze wegen

$$-\lambda_1 = \frac{\cos B_1 \sin L_1}{\cos B \sin L} - 1, \quad -\lambda_2 = \frac{\cos B_2 \sin L_2}{\cos B \sin L} - 1;$$
$$-\nu_1 = \frac{\cos B_1 \cos L_1}{\cos B \cos L} - 1, \quad -\nu_2 = \frac{\cos B_2 \cos L_2}{\cos B \cos L} - 1;$$
$$\varkappa = \frac{\sin B - \sin B_1}{\sin B - \sin B_2} = \frac{\sin\left(\frac{B-B_1}{2}\right)\cos\left(\frac{B+B^1}{2}\right)}{\sin\left(\frac{B-B_2}{2}\right)\cos\left(\frac{B+B_2}{2}\right)}$$

setzt; dadurch erhält man einfacher

(19)... $$\operatorname{tg}\omega = \frac{\lambda_1 - \varkappa\lambda_2}{\nu_1 - \varkappa\nu_2}\operatorname{tg} L = \frac{\lambda_1}{\nu_1}\left(\frac{1-\varkappa\frac{\lambda_2}{\lambda_1}}{1-\varkappa\frac{\nu_2}{\nu_1}}\right)\operatorname{tg} L.$$

Das Zeichen von $\operatorname{tg}\omega$ bestimmt, ob ω im ersten oder dritten, oder im zweiten oder vierten Quadranten liege. Wenn B in den folgenden Beobachtungen wächst, so liegt $L-\omega$ entweder im ersten oder vierten; wenn B abnimmt, im zweiten oder dritten Quadranten. Hiernach ist es leicht, ω in dem richtigen Quadranten zu nehmen.

Aus (16) und (17) erhält man, wenn ω bestimmt ist,

$$\operatorname{tg} i = \frac{\sin B - \sin B_1}{\cos B \sin(L-\omega) - \cos B_1 \sin(L_1-\omega)}$$
$$= \frac{\sin B - \sin B_2}{\cos B \cos(L-\omega) - \cos B_2 \cos(L_2-\omega)};$$

setzt man auch hier wieder

$$m_1 = 1 - \frac{\cos B_1 \cos(L_1-\omega)}{\cos B \sin(L-\omega)}, \quad n_1 = 1 - \frac{\cos B_2 \sin(L_2-\omega)}{\cos B \sin(L-\omega)};$$

so wird

(20)............ $$\operatorname{tg} i = \frac{2\cos\left(\frac{B+B_1}{2}\right)\sin\left(\frac{B-B_1}{2}\right)}{m_1 \cos B \sin(L-\omega)} = \frac{2\cos\left(\frac{B+B_2}{2}\right)\sin\left(\frac{B-B_2}{2}\right)}{n_1 \cos B \sin(L-\omega)}.$$

Auch hier ergibt sich durch eine einfache geometrische Anschauung, dafs i im ersten Quadranten liegen müsse, wenn L wächst, hingegen im zweiten, wenn L abnimmt.

Aus der Gleichung (12) erhalten wir für die 3 Beobachtungen, durch Addition und Subtraction folgende:

(16)........................ $\cos D(\cos A - \cos A_1) = \cos B \cos(L-\omega) - \cos B_1 \cos(L_1-\omega)$

(17)........................ $\cos D(\cos A - \cos A_2) = \cos B \cos(L-\omega) - \cos B_2 \cos(L_2-\omega)$

(18)........................ $\cos D(\cos A + \cos A_1) = \cos B \cos(L-\omega) + \cos B_1 \cos(L_1-\omega)$

(19)........................ $\cos D(\cos A + \cos A_2) = \cos B \cos(L-\omega) + \cos B_2 \cos(L_2-\omega)$.

Durch Verbindung der Gleichungen 10, 11, 12 ergibt sich

$$\sin B = \sin i \cos D \sin A + \sin i \sin D;$$

und demnach aus 3 Beobachtungen:

(20)..... $\sin i \cos D(\sin A - \sin A_1) = \sin B \sin B_1$,

(21)..... $\sin i \cos D(\sin A - \sin A_2) = \sin B \sin B_2$.

Dividirt man die Gleichung (16) durch die Gleichung (20), so ist

$$\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{A+A_1}{2}\right)}{\sin i} = \frac{\cos B \cos(L-\omega) - \cos B_1 \cos(L_1-\omega)}{\sin B - \sin B_1} \quad \ldots(22)$$

eben so ist, wenn (17) durch (21) dividirt wird,

$$\operatorname{tg}\left(\frac{A+A_2}{2}\right) = \frac{\cos B \cos(L-\omega) - \cos B_2 \cos(L_2-\omega)}{\sin B - \sin B_2} \quad \ldots(23)$$

Digitized by Google

Auf ähnliche Weise ist

$$(24)\ldots\ldots cotg\left(\frac{A-A_1}{2}\right) = \frac{\cos B\cos(L-\omega)+\cos B_1\cos(L_1-\omega)}{\sin B-\sin B_1},$$

$$(25)\ldots\ldots cotg\left(\frac{A-A_2}{2}\right) = \frac{\cos B\cos(L-\omega)+\cos B_2\cos(L_2-\omega)}{\sin B-\sin B_2}.$$

Was die Quadranten betrifft, in welchen die vorstehenden Winkel liegen müssen, so ist leicht zu ermessen, dafs $\frac{A-A_1}{2}$ und $\frac{A+A_1}{2}$ mit $\frac{L-L_1}{2}$ und $\frac{L-\omega+L_1-\omega}{2}$ in denselben Quadranten, $\frac{A-A_2}{2}$ und $\frac{A+A_2}{2}$ mit $\frac{L-L_2}{2}$ und $\frac{L-\omega+L_2-\omega}{2}$ in denselben Quadranten fallen müsse.

Hat man ω, A und i bestimmt, so berechnet man D entweder durch die Formel

$$\cos D = \frac{\cos B\cos(L-\omega)}{\cos A},$$

oder

$$\sin D = \cos i\sin B - \sin i\cos B\sin(L-\omega);$$

in welcher letztern Formel man

$$\sin i\sin(L-\omega) = N\sin\psi$$
$$\cos i = N\cos\psi$$

setzen kann, und somit

$$\sin D = N\sin(B-\psi).$$

Es bleibt nun noch übrig, die Dauer der Axendrehung zu bestimmen. Wenn die Rotationsdauer durch T bezeichnet wird, so hat man für die 3 Beobachtungszeiten t, t', t''

$$T = \frac{360^\circ}{A_1-A}(t'-t) = \frac{360^\circ}{A_2-A}(t''-t)\ldots\ldots(27)$$

Man erhält für T zwei Werthe, (die, wegen der Unvollkommenheit der Beobachtungen, nicht gleich seyn werden) was daher rührt, dafs die drei Beobachtungen sechs, von einander unabhängige Gleichungen geben, aus denen also sechs Unbekannte gefunden werden können, in unserm Falle aber nur fünf zu bestimmen waren.

§. 4.

In dem Vorhergehenden haben wir nur 3 Beobachtungen betrachtet und aus diesen die Elemente der Umdrehung berechnet. Wenn aber die Aufgabe ist, aus einer beliebigen Anzahl von Beobachtungen die Elemente zu bestimmen, die sich so genau als möglich allen gemachten Beobachtungen anschliessen, so mufs man sich der Methode der kleinsten Quadrate bedienen.

Wie diese auf den vorliegenden Fall am bequemsten angewandt werden, wollen wir im Folgenden kurz zeigen. Zuerst entwickeln wir die aus der Natur des Problems sich ergebenden sogenannten Bedingungsgleichungen.

Um die Veränderungen, die L und B durch Veränderungen der Rotationselemente erleiden, zu erhalten, differenzire man folgende Gleichungen, die durch Verbindung der Gleichungen (10), (11), (12) leicht erhalten werden können,

$$\sin B = \cos i\sin D + \sin i\cos D\sin A$$
$$\cos B\cos(L-\omega) = \cos i\cos D - \sin i\sin D;$$

Dadurch erhält man

$$\cos B\,dB = (\cos i\cos D\sin A - \sin i\sin D)\,di + (\cos i\cos D - \sin i\sin D\sin A)\,dD + \sin i\cos D\cos A\,dA,$$
$$-(\sin B\sin(L-\omega)dB + \cos B\cos(L-\omega)d(L-\omega) = -(\sin i\cos D\sin A + \cos i\sin D)di - (\sin i\cos D + \cos i\sin D)dD + \cos i\cos D\cos A\,dA.$$

Man kann diesen Gleichungen eine etwas bequemere Form geben. Wenn man das sphärische Dreieck, dessen Ecken die Pole der Ekliptik, und des Aequators und der vom Mittelpunkt des Himmelskörpers aus gesehene Ort des Fleckens ist, so sieht man, dafs $90^\circ-B$, $90-D$, i, die 3 Seiten, und $90^\circ-A$, $90+L-\omega$ zwei gegenüberstehende Winkel sind; der dritte Winkel mag durch v bezeichnet werden. In diesem Dreiecke hat man folgende Gleichungen:

$$\cos D\cos v = \cos i\cos B + \sin i\sin B\sin(L-\omega)$$
$$\cos v = \cos i\cos D - \sin i\sin D\sin A$$
$$\sin B\sin v\cos(L-\omega) = \sin A - \sin(L-\omega)\cos v.$$

Setzt man die Werthe in die vorstehenden Differenzialgleichungen, so wird einfach

$$(28)\ldots\ldots dB = \sin(L-\omega)\,di + \cos v\,dD + \sin i\cos(L-\omega)\,dA,$$

$$(29)\ldots\ldots dL = d\omega - tg\,B\cos(L-\omega)\,di - \frac{\sin v}{\cos B}\,dD + \frac{\cos v\cos(L-\omega)}{\cos A}\,dA$$

Wenn man den irgend einer Zeit T entsprechenden Werth von $A = E$ setzt, so wird nach (27) die der Zeit t entsprechende Geradeaufsteigung des Punktes

$$A = E + \frac{t-\tau}{T}360^\circ;$$

differenzirt man diese Gleichung, so erhält man den Fehler in A, den die fehlerhaft angenommenen oder bestimmten Werthe von E und T hervorbringen

$$dA = dE - 360^\circ\frac{t-\tau}{T^2}dT.$$

Setzt man diesen Werth in die Gleichung (28) und (29), so wird endlich

$$(30)\ldots\ldots dB = \sin(L-\omega)\,di + \cos v\,dD + \sin i\cos(L-\omega)\,dE - 360^\circ\cdot\frac{t-\tau}{T^2}\sin i\cos(L-\omega)\,dT$$

$$(31)\ldots\ldots dL = d\omega - tg\,B\cos(L-\omega)\,di - \frac{\sin v}{\cos B}\,dD + \frac{\cos v\cos D}{\cos B}\,dE - 360^\circ\cdot\frac{t-\tau}{T^2}\sin i\cos(L-\omega)\,dT.$$

Jede Beobachtung gibt zwei solche Bedingungsgleichungen. Hat man nun eine Reihe von Beobachtungen vor sich und will diese alle zur Bestimmung der Bahnelemente benutzen, so bedient man sich, wie erwähnt, der Methode der kleinsten Qua

Digitized by Google

drate. Die Anwendung derselben auf den vorliegenden Fall ist jetzt, nachdem wir die Formeln (30) und (31) gefunden haben, einfach. Man berechnet für jede gemachte Beobachtung aus den Formeln (6) und (7) die Gröfsen L und B, und dann dieselben aus den näherungsweise bekannten Elementen, die aus drei dazu passend erachteten Beobachtungen berechnet werden können, und setzt die Unterschiede dem Werthe von dL und dB gleich, und behandelt dann die so erhaltenen Bedingungsgleichungen, wie es die Methode der kleinsten Quadrate vorschreibt, um diejenigen Verbesserungen der Rotationselemente zu erhalten, welche sich den Beobachtungen so genau als möglich anschliefsen. Setzt man den Unterschied der aus den Beobachtungen und den Elementen berechneten Längen und Breiten, n und n_1, so erhalten die Bedingungsgleichungen (30) u. (31) folgende Form

$$\begin{aligned} n &= a\,d\omega + b\,di + cD + d\,dE + e\,dT \\ n_1 &= \quad + b'di + c'dD + d'dE + e'dT. \end{aligned}$$

Läfst man die Summe der Quadrate dieser Unterschiede oder Fehler ein Minimum werden, so erhält man 5 Gleichungen, aus denen die Verbesserungen der Elemente gefunden werden, welche den Beobachtungen am besten genügen. Man kann auch, statt dieses Verfahren anzuwenden, unmittelbar die beobachteten Oerter mit den aus den Elementen berechneten vergleichen; es lassen sich nämlich dl und db unmittelbar durch $d\omega$, di, dD, dE, dT ausdrücken. Oben aus den Gleichungen (8) u. (9) erhält man, wenn in diese die Werthe für dL u. dB aus (30) u. (31) gesetzt werden,

$$\begin{aligned} (32)\ldots\ldots -\frac{\frac{r}{\rho}\cos b\,dl}{\sin\pi} &= \cos B\cos(L-l)\,d\omega - \sin B\cos(l-\omega)\,di - \big(\sin v\cos(L-l) + \cos v\sin B\sin(L-l)\big)\,dD \\ &\quad - \cos(L-\omega)\Big[\sin i\sin B\sin(L-l) - \frac{\cos B\cos v\cos(L-l)}{\cos A}\Big]\,dE \\ &\quad + \cos(L-\omega)\Big[\sin i\sin B\sin(L-l) - \frac{\cos B\cos v\cos(L-l)}{\cos A}\Big]\,360^\circ\,\frac{t-\tau}{T^2}\,dT; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (33)\ldots\ldots -\frac{\frac{r}{\rho}\,db}{\sin\pi} &= \sin b\cos B\sin(L-l)\,d\omega + \Big[\cos b\cos B\sin(L-\omega) + \sin b\sin B\sin(L-\omega)\Big]\,di \\ &\quad + \Big[\cos v\,(\cos b\cos B + \sin b\sin B\cos(L-l)) - \sin v\sin b\sin(L-l)\Big]\,dD \\ &\quad + \cos(L-\omega)\Big[\sin i\,(\cos b\cos B + \sin b\sin B\cos(L-l)) + \frac{\sin b\cos B\cos v\sin(L-l)}{\cos A}\Big]\,dE \\ &\quad - \cos(L-\omega)\Big[\sin i\,(\cos b\cos B + \sin b\sin B\cos(L-l)) + \frac{\sin b\cos B\cos v\sin(L-l)}{\cos A}\Big]\,360^\circ\,\frac{t-\tau}{T^2}\,dT. \end{aligned}$$

Man kann vielleicht einige Rechnungsvortheile bei der Berechnung dieser Gröfsen erlangen, wenn man folgende Hülfsquantitäten einführt:

$$\begin{aligned} \sin B\sin(L-l) &= M\sin\psi \\ \cos(L-l) &= M\cos\psi, \\ \cos B\sin(L-\omega) &= M_1\sin\psi_1 \\ \sin B\sin(L-\omega) &= M_1\cos\psi_1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin B\cos(L-l) &= M_2\sin\psi_2 \\ \sin(L-l) &= M_2\cos\psi_2 \\ \cos B\cos v &= M_3\sin\psi_3 \\ M_2\sin(v-\psi_2) &= M_3\cos\psi_3, \\ \sin v\cos B &= M_4\sin\psi_4 \\ M_2\cos(v-\psi_2) &= M_4\cos\psi_4. \end{aligned}$$

Hiedurch gestalten sich die Formeln (32) und (33) einfach so

$$(34)\ldots -\frac{\frac{r}{\rho}\cos b\,dl}{\sin\pi} = \cos B\cos(L-l)\,d\omega - \sin B\cos(l-\omega)\,di - M\sin(v+\psi)\,dD + M\cos D\cos(v+\psi)\,dE - M\cos(v+\psi)\,360^\circ\,\frac{t-\tau}{T^2}\,dT,$$

$$\begin{aligned} (35)\ldots\ldots -\frac{\frac{r}{\rho}\,db}{\sin\pi} &= \sin b\cos B\sin(L-l)\,d\omega + M_1\sin(b+\psi_1)\,di - M_3\sin(b-\psi_3)\,dD \\ &\quad + M_4\sin(b+\psi_4)\cos D\,dE - M_4\sin(b+\psi_4)\cos D\,360^\circ\,\frac{t-\tau}{T^2}\,dT. \end{aligned}$$

Bestimmt man hier die Unterschiede der unmittelbar beobachteten und berechneten Gröfsen l und b oder dl und db so, dafs die Summe der Quadrate dieser Fehler ein Kleinstes wird, so erhält man aus 5 Gleichungen die gesuchten Verbesserungen der Rotationselemente. Was die Berechnung der Coëficienten der Bedingungsgleichungen betrifft, so ist es wohl wegen der vielen Hülfswinkel in den Gleichungen (34) und (35) vortheilhafter, die Formeln (30) und (31) anzuwenden. Sind die Neigung und Länge des Knotens des Himmelskörpers gewissen mit der Zeit wachsenden oder abnehmenden Bewegungen unterworfen, wie dies z. B. beim Monde der Fall ist, so lassen sich auch die hieraus entstehenden Veränderungen der Elemente noch berücksichtigen. Setzt man für die Zeit τ die Neigung und Länge des Knotens ω_1 und i_1 und die Veränderungen derselben in der Zeiteinheit $\Delta\omega_1$ und Δi_1, so ist für die Zeit t

$$\begin{aligned} \omega &= \omega_1 + (t-\tau)\,\Delta\omega_1 \\ i &= i_1 + (t-\tau)\,\Delta i_1 \end{aligned}$$

und hieraus

$$\begin{aligned} d\omega &= d\omega_1 + (t-\tau)\,d\Delta\omega_1 \\ di &= di_1 + (t-\tau)\,d\Delta i_1; \end{aligned}$$

Digitized by Google

setzt man diese Werthe in die Gleichung (30) und (31) oder (34) und (35), so kann man die den Elementen anzuhängenden Verbesserungen finden. Dafs alle hier gegebenen Formeln auch noch ihre Gültigkeit haben, wenn man den beobachteten Punkt oder Flecken, statt ihn auf die Ekliptik zu beziehen, auf den Aequator der Erde bezieht, ist einleuchtend.

Hamm, im Februar 1838.

Hardenkamp.

Ueber die Flecken der Sonne.

Von Herrn Hofrath *Schwabe.*

Im vergangenen Jahre 1837 war die Thätigkeit der Sonne in Erzeugung von Flecken so ungewöhnlich grofs, dafs ich veranlafst wurde meine Tagebücher in dieser Hinsicht nachzusehen, wo ich denn sehr merkwürdige Unterschiede mit den frühern Jahren fand, was mich um so mehr bestimmte die von mir seit 12 Jahren über ihre Menge und Gröfse gemachten Beobachtungen mitzutheilen, da mir eine ähnliche Arbeit unbekannt ist.

Ich glaube aber einige Bemerkungen über mein hierbei befolgtes Verfahren vorausschicken zu müssen, da gewifs Jedem, der dergleichen Beobachtungen anstellte, bekannt ist, wie viel der Willkühr dabei überlassen bleibt.

Seit 1826, wo ich anfing mit zwei *Fraunhofer*schen Fernröhren von 3½ und 6 Fufs Brennweite zu beobachten, sehe ich nur diejenigen Fleckenhaufen als Gruppen an, die abgesondert dastehen und durch keine gröfsern und kleinern Flecken und durch keinen Nebel miteinander verbunden sind. Hierdurch hängt die Zahl der Gruppen zwar von der Güte des Fernrohres ab und es trifft allerdings sehr oft, dafs Haufen von mehreren Hunderten, ja Tausenden von Flecken nur eine einzige Nummer bekommen, während bei einem einzeln stehenden dasselbe statt findet. Allein die Neigung der Sonne, ihre Flecken meistens haufenweis hervorzubringen, ist so grofs, dafs andere Beobachter während eines Jahres gewifs keinen beträchtlichen Unterschied in der Zahl mit meinen Nummern haben werden. Der Einfluss aber, den immer noch bedeutende Mängel meiner Arbeit auf das Resultat haben, wird durch ein gleichmäfsiges Verfahren hierbei sehr vermindert und ich theile meine Beobachtungen nur von der Zeit an mit, wo ich ein solches so streng als möglich durchgeführt zu haben glaube. Nicht die Zahl der Gruppen, sondern ihr gegenseitiges Verhältnifs ist das, was mir bemerkenswerth scheint und den Zweck dieses Aufsatzes ausmacht.

Den ersten neuen Flecken, den ich beim Anfang des Jahres sehe, bezeichne ich mit Nr. 1 und fahre in fortlaufender Zahl so bis zum Jahresschlufs fort, dafs auch die alten Flecken, die im neuen Jahre fortbestehen, ihre vorjährigen Nummern behalten.

Von den beiden Instrumenten hat das 3½füfsige ein Okular mit einem Fadenkreuz zur Eintragung der Gruppen und eine 45malige Vergröfserung; auch bei dem 6füfsigen gebrauche ich nur eine 64malige Vergröfserung, um diejenigen Flecken, welche als Gruppen Nummern erhalten müssen, im kleinern Fernrohr aber wegen ihrer Feinheit übersehen wurden, nachzutragen, und nur selten bin ich gezwungen in zweifelhaften Fällen eine 96mal. Vergr. anzuwenden. So habe ich es auch für zweckmäfsig gehalten, die Objectivgläser mit Kapseln zu decken, welche dem 6füfsigen nur eine Oeffnung von 2½ Zoll und dem 3½füfsigen eine von 1¼ Zoll lassen, die jedoch durch Einsatzringe erweitert werden können, wenn es eine geringere Heiterkeit des Himmels erfordert. Ich erreiche hierdurch einen doppelten Zweck, erstens vermeide ich das Zerspringen der Sonnengläser, was oft einen schwer zu ersetzenden Verlust mit sich bringt, und zweitens kann ich hellere Sonnengläser anwenden, als wenn das Objectiv seine ganze Oeffnung behält; denn selbst die besten Sonnengläser, welches unstreitig die von *Utzschneider* und *Fraunhofer* sind, verlieren mit der gröfsern Sättigung der Farbe an Klarheit und Schärfe; ich wende nur die von gelber und grünlicher Farbe an, weil sie die gröfste Deutlichkeit und wenigste Wärme verursachen.

Hieran schliefsen sich nun noch folgende allgemeine Bemerkungen:

1) Behofte Kernflecken sind die grofsen dunkelschwarzen Kerne mit grauem, scharfbegrenztem Nebel umgeben, der ungefähr die Zacken, Einrisse, kurz die Gestalt des Kernes besitzt. Dieser Hof ist stets unter die Oberfläche der Sonne concav eingesenkt und hat sehr mannigfaltige, meistens strahlenförmige Zeichnungen, die durch Reihen kleiner Punkte gebildet werden, welche von den hervorragenden Zacken des Kernes bis zum Umfang des Hofes fortlaufen und oft selbst noch über diesen hinausgehen. Weichen die Höfe bedeutend von der Gestalt des Kernes ab, was oft bei ihrer Bildung und ihrer Auflösung geschieht, so sehe ich sie als unregelmäfsig an.

2) Kernflecken nenne ich diejenigen schwarzen Flecken ohne Hof, bei denen eine Ausdehnung deutlich unterschieden werden kann.

Digitized by Google

3) **Punkte**, die nur als deutliche Punkte, d. h. ohne merkliche Ausdehnung und ohne Hof erscheinen.

4) **Poren**, die äufserst feinen, nur mit den besten Fernröhren bei günstigem Wetter kennbaren Pünktchen, welche meistens auf der ganzen Oberfläche der Sonne zerstreut sind, besonders wenn diese ihr marmorirtes, griessandiges Ansehen zeigt. Bei gröfserer Menge machen sie die mehr gleichförmig graue Färbung der Höfe aus und bilden

5) die **Nebel**, welche oft mit ihrer grauen Farbe ganze Gruppen einschliefsen und grofse Räume bedecken.

6) Unter **Lichtgewölk** verstehe ich hellere und glänzendere Erscheinungen, die sich nur nahe am Sonnenrande befinden, sie seien nun zusammengeballt (sonst Sonnenfackeln genannt) oder aderförmig gestaltet.

7) **Narben** ist schon ein bekannter Ausdruck, man bemerkt sie nur nach der Mitte der Sonne zu; sie werden wahrscheinlich durch Lichtgewölk gebildet, das hier dieses Ansehen gewinnt.

Bei der nachfolgenden Aufzählung der Sonnenflecken ist auch noch der Lichtflocken, einer Erscheinung gedacht, deren Wesen mir zwar unbekannt ist, allein von denen mir so viel gewifs zu seyn scheint, dafs sie in keiner andern Beziehung zur Sonne stehen, als dafs sie von ihr beleuchtet und sichtbar gemacht werden, sonst aber unsrer Erdatmosphäre angehören, sich jedoch sehr hoch in derselben befinden. Meine Gründe hierzu sind in der nachfolgenden nähern Beschreibung enthalten.

Diese Lichtflocken besitzen so viel Licht, dafs sie nicht nur dem Glanze der Sonne wenig nachstehen, wenn sie mit derselben im Gesichtsfelde des Fernrohrs zugleich beobachtet werden, sondern auch selbst dann fast noch ungeschwächt sichtbar bleiben, wenn die Sonne aus dem Gesichtsfelde entfernt wird und dasselbe dunkelschwarz erscheint. Sie sind viel weifser als die Sonne und die Farbe des Sonnenglases hat wenig Einfluss darauf, obgleich die Farbe des Sonnenbildes sich nach der des Glases richtet. Sie haben eine etwas unregelmäfsig runde Gestalt, wodurch man im Stande ist, während ihres Vorüberfliegens nicht nur eine wälzende, sondern auch die elastische Bewegung einer Seifenblase, an ihnen zu unterscheiden, indem ihr Flug mit der eines in unruhigem Wasser schwimmenden Körpers verglichen werden kann. Die Geschwindigkeit, mit der sie das 28 Minuten grofse Gesichtsfeld des 6füfs. Fernrohrs durchfliegen, ist sehr verschieden und es geschieht dieses zuweilen in 3 bis 4, zuweilen in kaum einer Zeitsecunde, so dafs es leicht möglich wird, die langsamern mehre Grade von der Sonne mit dem Fernrohr verfolgen zu können. Eine noch gröfsere Verschiedenheit herrscht bei der Richtung ihres Fluges, wo durchaus keine vorwaltet, obgleich sie in der einmal angenommenen Stunden, ja Tage lang beharren; zuweilen schien es mir, als wenn sie sich nach Wind und Wolkenzug richteten, allein oft ziehen sie dem ersteren gerade entgegen, aber öfter stimmen sie mit letzteren überein. Ihre Entfernung von der Erde kann ich gar nicht bestimmen, ich schliefse aber auf eine sehr beträchtliche, weil ich sie mit dem für die Sonne gestellten Okular am schärfsten sehe und jede Verrückung desselben sie weniger deutlich macht. Ich fand sie am häufigsten in den Sommermonaten, besonders an heifsen Tagen, seltner im Frühling und Herbst, nie aber bemerkte ich sie im November, December, Januar und Februar. Der Meinung eines frühern Beobachters, der diese Lichtflocken für den sogenannten fliegenden Sommer hält, kann ich jedoch nach der obigen Beschreibung und dann auch deswegen nicht beitreten, weil ich sie in den Jahren nicht sah, wo dieses Gespinust hier ungemein häufig vorkam. Die von Herrn *Göbel* (Astr. Nachr. Nr. 144. p. 483. 484) erwähnte Lichterscheinung durch Staubtheilchen kann ich nicht identisch mit den Lichtflocken halten. Diese Staubtheilchen im Fernrohr beobachte ich sehr häufig, doch nur mit einem einzigen Okulare, wo sie aber als dunkle Punkte erscheinen, die von dem Collectivglase electrisch angezogen und abgestofsen werden, ehe dieses sich gleichmäfsig erwärmt hat. Leichter könnte man die Lichtflocken mit den Staubtheilchen verwechseln, welche aufserhalb des Instruments im Sonnenstral umherwirbeln, wenn man bei der Beobachtung das Auge, womit man nicht in das Fernrohr sieht, nicht gehörig schliefst; allein auch gegen diese Täuschung kann man sich leicht sichern. Correspondirende Beobachtungen könnten vielleicht eine nähere Aufklärung geben und es würde mir sehr angenehm seyn, wenn dieser Aufsatz mir Mitbeobachter erweckte.

Wie verschieden die Menge der Sonnenflecken und die Gröfse der Gruppen in verschiedenen Zeiten ist, zeigt folgende Uebersicht und die dazu gehörigen Anmerkungen.

1826	zählte ich	118 Gruppen.
1827	———	161 ———
1828	———	225 ———
1829	———	199 ———
1830	———	190 ———
1831	———	149 ———
1832	———	84 ———
1833	———	33 ———
1834	———	51 ———
1835	———	173 ———
1836	———	272 ———
1837	———	333 ———

1826 beobachtete ich an 277 Tagen, von denen enthielten 22 keine Sonnenflecken und fielen fast sämmtlich in den August und September. Die Gruppen waren nicht sehr reichhaltig, im März war ein Flecken von ausgezeichneter Gröfse sichtbar.

Digitized by Google

Einige Lichtflocken bemerkte ich am 7ten und 8ten Juli und 3ten und 4ten August.

1827. Beobachtungstage 273. Die Sonne war nur den 21sten und 22sten Januar fleckenlos. Die Gruppen ziemlich reichhaltig, enthielten oft unregelmäfsig behofte Kernflecken. Lichtflocken bemerkte ich im April, Mai, Juni, Juli, August, September und October oft häufig auf einander folgend.

1828. Beobachtungstage 282. Kein Tag ohne Sonnenflecken. Die Gruppen meistens sehr reichhaltig und ihre Flecken entstanden sehr schnell. Im Mai und September war ein Flecken mit unbewaffnetem Auge sichtbar. Lichtflocken häufig im Juni, Juli, August; sparsam im April, Mai und September.

1829. Beobachtungstage 244. Kein Tag ohne Flecken. Die Gruppen wurden Ende des Jahres etwas sparsamer und nahmen an Reichhaltigkeit der Flecken ab. Im April entstand ein ausgezeichnet grofser behofter Kernflecken. Lichtflocken sparsam im Juni und Juli.

1830. Beobachtungstage 217. Die Sonne war nur am 24sten Januar fleckenlos. Die Gruppen enthielten oft unregelmäfsig behofte Kernflecken. Lichtflocken sah ich nur am 6ten Juli sehr sparsam.

1831. Beobachtungstage 239. Die Sonne zeigte nur am 12ten Mai, 2ten Juli und 11ten December keine Flecken. Die Gruppen waren nicht sehr reichhaltig und wurden immer sparsamer, jedoch erschienen die wenigsten im April, mehrentheils wurden nur einzelne, doch sehr regelmäfsig behofte Kernflecken von mittlerer Gröfse sichtbar, welche nicht viele Nebenflecken in ihrer Begleitung hatten. Im Juni und Juli zeichneten sich die breiten Zonen, worin die Flecken entstehen, durch starkes Lichtgewölk, grofse Narben und deutliche Poren so augenfällig aus, dafs sie wie zwei Gürtel sichtbar waren. Lichtflocken im Juli und August sehr häufig; im April, Mai und September sparsam und einzeln.

1832. Beobachtungstage 270, davon 49 Tage fleckenlos; die meisten derselben waren im Juli, August und September. Die Gruppen sehr arm; kleine Flecken lösten sich sehr schnell auf. Keine Lichtflocken.

1833. Beobachtungstage 267. Die 139 Tage, wo die Sonne keine Flecken zeigte, fielen vorzüglich in den Juni, Juli, August, October und November. Die Flecken waren einzeln und klein, oft nur Punkte, die sich zuweilen in einigen Stunden aufgelöst hatten; im October zeichnete sich ein behofter Kernflecken durch seine Grösse und Schönheit aus. Keine Lichtflocken.

1834. Beobachtungstage 273, 120 Tage ohne Sonnenflecken, welche vorzüglich in den Januar, April, Mai, Juni, Juli und August fielen; im December nahm die Fleckenbildung beträchtlich zu. Keine Lichtflocken.

1835. Beobachtungstage 244. Die 18 Tage ohne Sonnenflecken waren sämmtlich im Januar. Die Gruppen bestanden mehrentheils aus behoften Kernflecken mit wenigen Nebenflecken und Punkten. Keine Lichtflocken.

1836. Beobachtungstage 200, an keinem Tage war die Sonne fleckenlos. Die Gruppen mehrten sich vom März an sehr schnell, sowohl an Gröfse als an Menge, jedoch befanden sich die meisten und reichhaltigsten nur auf der einen Halbkugel der Sonne. Höchst merkwürdig war das plötzliche Entstehen selbst von bedeutenden Kernflecken, so wie ihre Veränderlichkeit. Keine Lichtflocken.

1837. Beobachtungstage 168. Die Sonne war nie ohne Flecken, vielmehr häuften diese sich auf der einen Halbkugel immer mehr an, so dafs diese damit wie übersäet war, indem sich mehrere Gruppen durch schnell entstandene Zwischenflecken zu grofsen Massen vereinigten; ihr Entstehen und ihre Veränderlichkeit war eben so plötzlich und beträchtlich wie im vorigen Jahre; es zeigten sich aber mehr unregelmäfsig behofte Kernflecken und so aufserordentlich grofse Strecken von Nebeln, dafs nach ungefähren Zählungen und Schätzungen, diese oft mehrere tausend Flecken und Punkte umgaben. Lichtflocken sah ich nur im August ziemlich häufig; im September sparsamer und nur einige im October.

Dessau, im Februar 1838.

Heinrich Schwabe.

Inhalt.

Bestimmung der Rotationselemente der Himmelskörper aus Beobachtungen von Punkten oder Flecken auf ihren Oberflächen. Von Herrn *Hardenkamp*, Oberlehrer der Mathematik und Naturwissenschaften am Gymnasium zu Hamm in Westphalen. p. 233.

Ueber die Flecken der Sonne. Von Herrn Hofrath *Schwabe*. p. 243.

(Hiebei die zu *Beer* und *Mädlers* Beobachtungen des Mars in der vorigen Nummer gehörende Steindrucktafel.)

Altona 1838. April 19.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

No. 351. 352.

Schreiben des Herrn *James Yates*, Secretary to the Council of the British Association, an den Herausgeber.

London 1838. April 10.

I have the pleasure of informing you, that the next meeting of the British Association for the Advancement of Science will be held at Newcastle-on Tyne during the week commencing on Monday, August the 20th. You will oblige the Council by making these circumstances known; and be assured, how much pleasure they will feel, if any of your distinguished countrymen can attend the meeting.

James Yates.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn Professors *Gerling* an den Herausgeber.

Marburg 1838. März 12.

Ich übersende Ihnen anliegend einen Aufsatz über meine im vorigen Herbst ausgeführte Längen-Bestimmung zwischen Göttingen (Altona) und Mannheim, dessen bisherige Verspätung seinen Grund darin hat, dafs ich die deshalbigen Rechnungen neben meinen übrigen Amtsgeschäften und neben der noch fortgehenden Rechnung für den Rest meiner Triangulirung besorgen mufste, deren Resultate noch in diesem Frühjahre als zweites Heft meiner Beiträge erscheinen sollen.

Ich habe zum eventuellen Abdruck der Abhandlung gleich einen Brief von *Nicolai* an mich beigeschrieben, woraus hervorgeht, dafs er seine Länge = 24′ 29″84 setzt,

dazu meine Bestimmung....	5 55,86
gäbe für Göttingen.....	30 25,70

Sehr neugierig bin ich zu erfahren, wie dieses mit den früheren Angaben stimmt.

Gerling.

Die Längen-Unterschiede zwischen Göttingen (Altona), Marburg und Mannheim durch Signale bestimmt.

Von Herrn Professor *Gerling.*

Die Beendigung der Messungen für das über Kurhessen sich erstreckende Netz grofser Dreiecke machte ein ferneres Anschliefsen derselben an eine astronomische Bestimmung wünschenswerth. Hiezu bot sich der Umstand gleichsam von selbst dar, dafs auf dem Frauenberg ohnweit Marburg sowohl der Feldberg sichtbar ist, welcher im Gesichtsfeld des Passagen-Instruments der Mannheimer Sternwarte liegt (nur 7′ 6″2 westlich von der Collimationslinie) als auch der Meisner, welcher von der Göttinger Sternwarte aus beobachtet werden kann. Nachdem ich auf deshalbige Anfrage von Herrn Hofrath *Gauss* und Herrn Hofrath *Nicolai* die Zusicherung erhalten hatte, dafs die von mir zu veranstaltenden Signale auf ihren Sternwarten würden beobachtet werden, auch die Regierungen der Staaten, deren Territorien am Feldberg zusammengränzen, auf Ersuchen der Kurhessischen, diese Operation aufs kräftigste fördernden, Regierung die Benutzung dieses Berges zu dem fraglichen Zweck aufs bereitwilligste gestattet hatten, liefs sich der Plan für die Arbeit entwerfen, deren Ergebnisse mitzutheilen der Zweck dieses Aufsatzes ist.

§. 1.

Der Unterschied der geographischen Längen zwischen den beiden Endstationen, den ich als Haupt-Resultat auszumitteln bezweckte, konnte offenbar unabhängig von der Zeit-Bestimmung auf dem Frauenberg gefunden werden, wenn die an diesem letzten Punkte zur Beobachtung gebrauchte Uhr die Zeit nur zwischen den Signalen hielt, die abwechselnd auf beiden Bergen gegeben werden sollten. Dazu hatte ich ein vortreffliches Hülfsmittel an einem Box-Chronometer von *Kessels* Nr. 1314, der sich hiebei so bewährte, wie es bei einem Werke dieses Meisters zum Voraus zu erwarten war. Ich wünschte aber auch als Neben-Resultat hiedurch eine astronomische Längen-Bestimmung für Marburg zu gewinnen, dessen Schlofsthurm nach den in meinen Beiträgen zur Geo-

Digitized by Google

graphie von Kurhessen u. s. w. mitgetheilten geodätischen Messungen 1575 rhein. Ruthen nördlich und 376 rhein. Ruthen (d. h. 4″82 in Zeit) westlich *) von Frauenberg liegt. Zu diesem letzten Zweck mufste ich mir auf dem Frauenberg auch Zeitbestimmungen verschaffen, soweit solches die mangelhaften Hülfsmittel erlaubten.

§. 2.

Die Pulversignale, als das am längsten bekannte und durch Erfahrung erprobte Hülfsmittel, wurden nach den Angaben des Herrn *v. Zach* und den schätzbaren Notizen angeordnet, welche ich durch gütige Vermittelung des Herrn Hofrath *Nicolai* dem Herrn Major *Klose* in Karlsruhe verdanke, welcher 1824 die Signale gegeben hatte, deren Resultate in *Bode's* Jahrbuch für 1828 S. 127 abgedruckt sind. Zur Vervielfältigung der Beobachtungen sollten aber auch Heliotropsignale gegeben werden; und hierüber ist vorerst noch einiges zu erinnern. Ein Heliotropsignal kann nämlich entweder dadurch gegeben werden, dafs der vorher leuchtende Spiegel plötzlich verdeckt wird, oder der vorher gedeckte Spiegel plötzlich geöffnet, oder endlich durch einen einzelnen Blitz, den der vorher und nachher verdeckte Spiegel giebt. Obwohl die erste dieser Methoden, wie ich von *Nicolai* erfuhr, die Autorität eines *Bohnenberger* für sich hatte, entschied ich mich doch für die dritte, und zwar aus dem Grunde, weil nicht erwiesen ist, ob das Zeitmoment des Verschwindens eines vorher anhaltend leuchtenden Lichtpunkts genau eben so von den Beobachtern geschätzt wird, als das Moment eines Blitzes, welche Frage nebst vielen andern noch einer besondern Untersuchung bedarf, und es vor allem also darauf ankam, möglichst gleichförmige Erscheinungen zu beobachten, die Heliotrop-Signale also so viel als thunlich den Pulversignalen ähnlich zu machen. Um übrigens die Beobachter von der Lebhaftigkeit des zu erwartenden Blitzes und dem Punkt des Fernrohrs, wo er erscheinen würde, jedesmal zum Voraus in Kenntnifs zu setzen, liefs ich jedem Blitz ein kurzes Attentions-Zeichen vorausgehen. Ferner war zu erwägen, wie die Gleichzeitigkeit der auf jedem Berge zu gebenden Signale zuverlässig verbürgt würde. Zu diesem Ende wurden die zwei nach den Beobachtungsplätzen zu richtenden Heliotrope in den rückwärts verlängerten Richtungslinien so aufgestellt, dafs die zu denselben entsendeten Licht-Prismen sich so nahe als möglich in einem und demselben Parallelogram durchkreuzten, in welches dann ein das Licht abwechselnd abfangender und freilassender Pappdeckel gebracht wurde. Es ist hiebei vortheilhaft, wenn die Pappe nahe senkrecht auf die Halbirungs-Linie des Winkels nach den Beobachtungsstationen gehalten werden kann, weil sich sodann die Spiegel auf derselben Seite der Pappe abbilden, und also der Signalgeber, obwohl er ganz aus freier Hand arbeitet, dafür bürgen kann, dafs gleichzeitig beide Heliotrope geöffnet und geschlossen werden. Nähert sich aber jener Winkel zweien rechten und ist man dadurch gezwungen, die Pappe nahe in die Halbirungslinie selbst zu stellen, so macht ihre Beleuchtung an verschiedenen Seiten das gleichzeitige Sehen unmöglich und mufs also die Pappe auf irgend eine mechanische Weise an dem einmal für sie bestimmten Platz zu bleiben genöthigt werden.

Freilich könnte man, wenn an Heliotropen Mangel, dagegen an Chronometern Vorrath wäre, auch wohl mit einem Heliotrop auf jeder Signal-Station fertig werden; abgesehen aber von der Unbequemlichkeit, die es dem Signalgeber brächte, seine Richtung stets zu wechseln und die Signale nach dem Chronometer aufzuschreiben, würden dann 4mal so viele zu geben und doppelt so viele zu beobachten seyn, indem die Beobachtung eines Paars solcher correspondirender Signale nur das Gewicht ½ hat, wenn das Gewicht eines gleichzeitig beobachteten = 1 gesetzt wird.

§. 3.

Weil die Erfahrung gelehrt hat, dafs dergleichen Erscheinungen desto genauer beobachtet werden, je genauer sie zu dem vorausbestimmten Augenblick erscheinen, waren meine Gehülfen (Herr *Ise* auf dem Meisner und Herr *Fliedner* auf dem Feldberg) durch ihre Instruction unter andern angewiesen, die Signale nach ihren Taschenuhren so genau als möglich zu den vorgeschriebenen Zeiten zu geben, und wurden diese Taschenuhren täglich, so oft die Witterung es zuliefs, vermittelst meiner Heliotrop-Signale und überdies noch jeden Abend durch zwei Pulversignale, die ich auf dem Frauenberge abbrennen liefs, nach meinem Chronometer gestellt, dessen Stand gegen M. Z. ich den beiden Sternwarten mitgetheilt hatte, und dessen Angaben also gleichsam das Argument bildeten, nach welchem die übrigen Zahlenangaben sich ordneten.

Die Signale erfolgten nach dieser Vorschrift auf jedem Berge mit Pausen von 8′ dergestalt, dafs immer die Meisner-Signale den Feldberg-Signalen um 4′ vorangingen. Eine kürzere Pause eintreten zu lassen, würde wegen der Beobachtungen auf dem Frauenberg nicht rathsam gewesen seyn, da sich auf den Gang der Taschenuhren nicht zu verlassen war. Für die Heliotrop-Signale war überdies zu Vermehrung ihrer Anzahl festgesetzt, dafs jedesmal drei hinter einander in Zwischenräumen von 30″ folgten. Wären alle in der Instruction

*) Diese Zahlen beziehen sich nicht mehr auf die Signalstange, sondern auf einen erst im vorigen Jahr errichteten Postamentstein. Die Reduction der späteren Messungen kann sie vielleicht noch um eine Kleinigkeit ändern.

Digitized by Google

vorgeschriebenen gelungen, so hätte jeder Tag 45 Heliotrop-Signale und 11 Pulversignale geliefert.

§. 4.

Durch die Witterung wurde die Operation wenig begünstigt, denn Wolken (die besonders oft den Feldberg umlagerten, während der Meisner viel häufiger Sonne hatte) und Regen wechselten schon in den ersten Tagen, nachdem wir (Aug. 16) die Berge bezogen hatten, vom 28sten August an trat eine Pause von vollen 8 Tagen ein, während welcher kein Signal gleichzeitig auf den Beobachtungs-Stationen gesehen werden konnte, und überdies tobte mit wenigen Ausnahmen ein so heftiger Wind, dafs es nicht nur auf dem Frauenberge oft sehr schwer hielt, die Schläge des kaum 2 Fufs vom Ohr entfernten Chronometers zu hören, sondern dafs besonders auf dem Feldberge Schwierigkeiten entstanden, die Heliotrope in der einmal gegebenen Richtung zu erhalten, durch welchen letzten Umstand namentlich die dortigen Signale vom 6ten Sept., weil nie gleichzeitig beide Heliotrope gehörig gerichtet waren, ganz verloren gingen. Einige wenige Meisner-Signale gingen auch deshalb Anfangs verloren, weil die Regulirung der dortigen Taschenuhr vom Frauenberg aus mifslang, und ein mangelhafter Sonnenweiser ihr einen um 5′ fehlerhaften Stand gab. Nachdem endlich so viele Signale beobachtet waren, dafs sich hoffen liefs, es werden für das Hauptresultat doch wenigstens 100 von einer Zeitbestimmung unabhängige Bestimmungen sich zusammenfinden, wurde mit dem 9ten Sept. die Operation eingestellt.

§. 5.

Die Beobachtung geschah in Mannheim unmittelbar am Passagen-Instrument, an welchem auch von Hofrath *Nicolai* allein die Zeitbestimmungen gemacht waren. In Göttingen wurden die Zeitbestimmungen von Dr. *Goldschmidt* allein besorgt, die Heliotropsignale wurden von dem Hofrath *Gauss* und ihm mit Fernröhren ohnweit der Uhr des Passage-Instruments beobachtet, die Beobachtungen der Pulversignale dagegen konnten bei der verhältnifsmäfsig geringen Entfernung des Meisners mit bloßen Augen angestellt werden. Ich hatte unter meinem Zelt auf dem Frauenberge einen zwölfzölligen *Ertel*schen Theodolithen aufgestellt, dessen beide Fernröhre bei Tage auf die beiden Signalberge gerichtet und gleich für die Nacht festgestellt wurden; diesen Fernröhren gab ich dann gegen Abend am Objectiv noch kleine Papierstreifen als Blendungen bei, die von der Laterne, welche den Chronometer beleuchtete, hinlänglich erhellt wurden, um meinem übrigens beschatteten Auge den Umrifs des Gesichtsfeldes bemerklich zu machen, so dafs ich die Aufmerksamkeit ganz auf den gehörigen Punkt richten konnte, ein Umstand, den als sehr wesentlich zur Sicherheit der Beobachtung ich schon am ersten Signal-Abend kennen lernte. Mein Gehülfe, Herr *Hartmann*, beobachtete zuweilen, wenn es gerade seine übrigen Geschäfte erlaubten, gleichzeitig mit mir die Heliotropsignale an einem Handfernrohr, und die Pulversignale, soweit sie dem bloßen Auge sichtbar waren (und das geschah doch verhältnifsmäfsig für die Entfernungen *) oft) und sicherte mich dadurch wenigstens vor Schreibfehlern. In einzelnen Fällen, wo z. B. mein Auge der Ruhe bedurfte, löste er mich auch eine Zeitlang ganz ab.

§. 6.

Ich lasse nun die Original-Beobachtungen folgen wie sie meine eigenen und die von den beiden Sternwarten mitgetheilten Protocolle ergaben, bloß mit Weglassung derer, die aus irgend einem Grunde (meistentheils wegen der Witterung) an der jenseitigen Station nicht gesehen wurden, und also verloren gingen. Die Anzahl solcher vergeblich beobachteter Signale ist jedesmal am Ende eines Tages in Parenthese beigefügt.

In dem Göttinger Protocoll ist die Zeit regelmäfsig nach Dr. *Goldschmidt's* Beobachtung angesetzt, daneben aber der Bruch einer Secunde angegeben, welcher mit seinem Zeichen der *Goldschmidt*schen Beobachtung beizufügen ist, um die *Gauss*ische Beobachtung zu geben. Diejenigen Beobachtungen, welche ausnahmsweise von *Gauss* allein gemacht sind, finden sich mit *G* bezeichnet.

In dem Frauenberger Protocolle sind mit *H* diejenigen Beobachtungen bezeichnet, bei welchen *Hartmann* mich abgelöst hatte.

Meisner Signale in Göttingen beobachtet.

Sternzeit.

Aug. 22.			Aug. 22.			Aug. 24.		
Heliotropsign.			19h 2′ 3″88	−0″1		15h 58′ 20″45	0″0	
15h 49′ 29″53	G		10 4,98	+0,3		58 50,25	+0,2	
49 59,83	G		18 17,08	−0,2		16 6 51,05	+0,2	
50 29 53	G		34 6,27	+0,1		14 51,14	+0,2	
16 5 30,93	−0″4		50 11,07	−0,3		(10)		
6 2,13	−0,3		(3)			Pulversign.		
6 31,83	−0,3		Aug. 24.			18 46 6,17	+0,2	
Pulversign.			Heliotropsign.			54 8,76	0,0	
18 37 57,99	0,0		14 53 47,29	+0,2		19 2 9,16	+0,2	
46 0,78	+0,3		15 1 48,18	+0,3		10 10,06	+0,2	
54 1,68	0,0		17 48,17			18 11,55	+0,2	

*) Die Entfernungen finden sich neben den Winkeln (von links zu rechts gezählt) in folgender den ganzen Zug darstellenden Uebersicht:

Göttingen Meisner = 9084 rh. R.
Frauenberg Meisner Göttingen 134° 35′
Meisner Frauenberg = 24276 rh. R.
Meisner Frauenberg Feldberg = 147° 17′
Frauenberg Feldberg = 16688 rh. R.
Frauenberg Feldberg Mannheim = 158° 8′
Feldberg Mannheim = 22024 rh. R.

Digitized by Google

Aug. 24.

19h	26′ 11″05	+0″1
	34 13,34	+0,2
	42 15,34	+0,3
	50 15,64	+0,1
	58 17,43	+0,5

(1)

Aug. 25.

Heliotropsign.

14	24 37,86	0,0
	25 8,66	+0,2
	25 37,86	0,0
	32 38,66	+0,2
	33 9,56	+0,3
	33 38,56	−0,7::
	40 50,16::	−0,3
	41 39,36	−0,2
	48 39,55	+0,3
	49 9,75	+0,1
	49 39,55	+0,1
	56 39,85	
	57 10,55	+0,2
	57 40,55	−0,5
15	4 40,84	+0,3
	5 11,64	0,0
	5 40,64	+0,2
	12 41,44	+0,2
	20 41,64	+0,4
	21 12,74	+0,4
	21 41,74	+0,2
	28 42,63	−0,5
	29 12,73	+0,4
	29 42,73	0,0
	37 42,83::	+0,3
	44 43,62	+0,2
	53 44,42	+0,1
16	0 44,62	+0,2
	1 15,42	+0,2
	8 44,81	+0,4
	9 15,61	+0,4
	9 44,91	+0,4
	16 45,51	+0,2
	17 15,81::	+0,5
	17 45,61	+0,2

(9)

Pulversign.

18	49 12,34	+0,4
	56 55,54	−0,8
19	4 56,73	−0,1
	12 57,53	+0,4
	21 2,82	+0,8
	28 58,42	+0,3
	36 59,72	+0,4
	45 0,71	+0,2
	53 1,41	+0,3
20	1 0,40	+0,3

(1)

Aug. 26.

Heliotropsign.

14h	27′ 32″10	
	28 2,90	

(21)

Pulversign.

19	0 1,66	+0,4
	8 4,76	+0,2
	16 4,76	+0,1
	24 10,55	+0,1
	32 9,75	0,0
	40 9,74	+0,5
	48 16,94	+0,4
	56 14,44::	−0,5
20	4 15,63	+0,2
	12 17,83	0,0

(1)

Aug. 28.

Pulversign.

19	0 3,13	+0,1
	8 5,12	+0,4
	16 6,22	+0,1
	24 8,31	+0,4
	32 9,41	+0,4
	40 10,01	+0,4
	48 12,10	+0,1
	56 13,40	+0,5
20	4 15,10	+0,2
	12 16,09	+0,3
	20 18,19	0,0

Sept. 4.

Pulversign.

(10)

Sept. 5.

Pulversign. (2)

Sept. 6.

Heliotropsign.

15	9 36,60	+0,2
	10 6,80	0,0
	10 36,49	+0,3
	18 7,19	+0,5
	18 37,29	0,0
16	5 39,77	0,0
	6 10,47	−0,2
	6 39,57	+0,2
	13 39,46	+0,4
	14 10,46	+0,2
	14 39,76	+0,4
	21 40,56	−0,2
	22 10,46	+0,3
	22 40,36	+0,4
	30 40,95	G

(2)

Pulversign.

19	28 21,76	+0,3
	36 21,85	−0,3
	44 23,65	+0,8
(a)	52 31,34	+0,2
20	8 26,44	+0,1
	16 26,83	+0,1

Sept. 6.

20h	24′ 28″33	+0,2
	32 28,62	+0,4
(b)	40 30,62	−0,1
	48 32,21	+0,4

(1)

Sept. 7.

Heliotropsign.

15	9 37,65	
	10 7,55	
	17 7,95	0,0
	17 38,35	+0,1
	18 8,55	−0,6
	33 40,14	+0,4
	34 9,84	+0,1
	41 10,64	+0,1
	41 41,74	0,0
	42 11,74:	−0,8:
	49 11,63	−0,3
	49 42,33	−0,2
	50 12,13	−0,2
	57 12,63	−0,4
	57 42,83	+0,2
	58 12,53	−0,3
16	5 13,72	+0,1
	5 44,52	−0,4
	6 13,62	+0,1
	13 14,32	−0,4
	13 45,22	0,0
	14 14,62:	
	21 15,62	+0,1
	21 45,82	0,0
	22 15,62	+0,1
	29 16,71	−0,5
	29 46,91	+0,1
	30 16,51	−0,2
	37 17,41	−0,3
	37 47,51	+0,2
	38 17,51	−0,4
	45 17,90	+0,3
	45 48,10	+0,1
	46 18,30	−0,1
	53 49,60	−0,3
(c)	54 18,90	+0,2
17	1 19,59	−0,1
	1 49,79	+0,1
	2 20,19	−0,1

(3)

Pulversign.

19	32 48,51	+0,3
	40 51,81	0,0
	48 52,50	−0,3
	56 54,40	+0,1
20	4 55,09	+0,4
	12 58,09	−0,3
	20 59,99	+0,4
	29 1,18	0,0
	37 3,78	0,0
	45 4,27	+0,1
	53 6,77	−0,1

Sept. 8.

Heliotropsign.

15h	11′ 55″71	−0,1
	12 25,61	−0,3
	19 25,40	+0,1
	19 56,20	+0,2
	20 25,90	+0,1
	27 26,50	0,0
	27 57,10	+0,3
	28 27,00	−0,2
	35 27,90	−0,5
	35 58,10	+0,2
	36 27,80	+0,1
	43 28,09	+0,3
	43 58,99	0,0
	44 28,29	+0,4
	51 29,19	+0,1
	51 59,99	−0,1
	52 29,29	0,0
	59 29,89	+0,2
16	0 0,49	+0,2
	0 30,09	+0,1
	7 30,28	+0,2
	8 0,98	+0,1
	8 30,98	−0,2
	23 32,47	0,0
	24 2,97	+0,1
	24 32,37	−0,1
	31 32,97	−0,4
	32 3,57	−0,1
	32 32,97	−0,6
	39 33,27	+0,3
	40 4,07	+0,2
	40 33,27	+0,2
	47 34,16	+0,1
	48 4,76	0,0

Sept. 8.

16h	48′ 34″56	−0,2
	56 5,66::	+5,6?
17	3 35,56	0,0
	4 5,76	G

(6)

Pulversign.

19	36 2,17	
	44 4,16	0,0
	52 5,46	+0,5
20	0 7,25	+0,3
	8 9,15	+0,1
	16 10,75	−0,1
	24 13,94	+0,1
	32 14,94	+0,2
	40 14,84	+0,2
	48 15,73	+0,4
	56 17,83	+0,5

Sept. 9.

Heliotropsign.

15	15 4,56	−0,1
	15 35,16	−0,2
	16 4,16	+0,2
	23 37,16	−0,7
	24 5,56	−0,1
	31 7,25	−0,7
	31 37,75	−0,8
	32 6,45	+0,8
	39 8,25	−0,4
	39 38,55	−0,1
	40 8,25	−0,3
	47 9,15	G
	47 39,55	+0,1
	48 8,85	+0,2
	55 10,24	−0,2

Sept. 9.

15h	55′ 40″94	−0,1
	56 10,24	+0,3
16	3 11,14	−0,2
	3 41,94	−0,2
	4 11,34	+0,1
	11 12,23::	−0,4
	12 12,53	−0,2
	19 13,33	+0,1
	19 44,13	0,0
	20 12,93	+0,4
	27 14,23	−0,1
	27 44,83	−0,4
	28 14,03	−0,1
	51 16,92	+0,3
	51 47,11	+0,3
	52 17,11	+0,3
	59 17,71	+0,2
	59 47,81	+0,4
17	0 17,91	0,0
	7 19,11	−0,3
	7 49,11	+0,3
	8 19,11	0,0

(2)

Pulversign.

19	40 54,93	−0,2
	48 56,33	+0,1
	56 56,42	+0,1
20	4 58,82	0,0
	13 0,51	0,0
	21 1,91	−0,1
	29 3,01	+0,2
	37 5,00	+0,1
	45 5,80	0,0
	53 7,99	−0,4
21	1 8,89	+0,1

Meisner-Signale auf dem Frauenberge beobachtet.

Kessels Nr. 1311.

Aug. 22.

Heliotropsign.

5h	44′ 8″0	
	44 38,0	
	45 7,0	
6	0 6,5	
	0 37,5	
	1 7,0	

(3)

Pulversign.

8	32 8,5	
	40 11,5	
	48 10,0	
	56′ 9,0	
9	4 10,0	
	12 21,5	
	28 8,0	
	44 10,3	

Aug. 24.

Heliotropsign.

4	40 43,0	H
	48 44,0	

Aug. 24.

(d)	5h 4′ 41,0	
	45 6,8	
(e)	45 36,0	
	53 36,0	
6	1 34,5	

(5)

Pulversign.

8	32 25,7	
	40 26,0	
	48 25,5	
	56 24,7	H
9	4 25,0	
	12 23,0	
	20 24,3	
	28 25,0	
	36 24,2	
(f)	44 25,0	

Aug. 25.

Heliotropsign.

4	7 44,5	
	8 14,5	

Aug. 25.

4h	8′ 44′3	
	15 43,5	
	16 14,7	
	16 42,5	
	23 53,0	
	24 42,5	
	31 42,0	
	32 11,7	
	32 41,2	
	39 40,5	
	40 11,5:	
	40 40,5	
	47 40,2	
	48 10,5	
	48 39,5	
	55 39,5	
5	3 39,2	
	4 10,0	
	4 38,5	
	11 37,5	
	12 8,5	

Digitized by Google

Aug. 25.

	5h 12′ 37″5		
	20 37,5		
	27 36,5		
	36 36,5		
	43 35,0		
	44 5,8		
	51 34,0		
	52 4,5		
	52 34,0		
	59 33,0		
6	0 4,2		
	0 33,2		
	(2)		
	Pulversign.		
	8 31 35,3		
	39 17,0		
	47 16,8		
	55 16,5		
9	3 21,3		
	11 15,0		
	19 15,0		
	27 14,6		
	35 13,8		
	43 11,5		

Aug. 26.

	Heliotropsign.		
	4 6 42,0::		H
(g)	7 13,0::		H
	Pulversign.		
	8 38 30,5		H
	46 29,0		
	54 27,5		
9	2 32,0		
	10 30,5		
	18 28,5		
	26 36,0		
	34 30,0		
	42 30,0		
	50 31,5		

Aug. 28.

	Pulversign.		
	8 30 38,0		
	38 39,0		
(h)	46 38,5		
	54 39,5		
9	2 39,5		
	10 38,5		
	18 39,0		
	26 40,0		
	34 39,8		
	42 39,5		
	50 40,2		

Sept. 5.

	Pulversign.		
	(2)		

Sept. 6.

	Heliotropsign.		
4	5 33,8		
	6 4,0		

Sept. 6.

	4h 6′ 33″0		
	14 2,5		
	14 32,0		
5	1 27,0		
	1 57,8		
	2 27,0		
	9 26,0		
	9 56,5		
	10 26,5		
	17 25,0		
	17 52,5		
	18 25,0		
	26 24,5		
	(4)		
	Pulversign.		
8	23 35,0		
	31 35,2		
	39 35,5		
	47 41,5		
9	3 34,3		
	11 33,0		
	19 33,2		
	27 32,5		
	35 33,2		
	43 33,5		

Sept. 7.

	Heliotropsign.		
4	1 35,0		
	2 7,8		
	9 8,0		
	9 38,0		
	10 7,6		
	25 38,0		
	26 7,0		
	33 6,5		
	33 37,5		
	34 7,5		
	41 6,5:		
	41 36,5		H
	42 6,5		
	49 6,0		
	49 36,3		
	50 5,5		
	57 6,0		
	57 36,0		
	58 5,5		
5	5 5,0		H
	5 35,5		
	6 4,5		
	13 5,8		
	13 35,0		
	14 5,0		
	21 4,5		
	21 35,0		
	22 4,5		
	29 4,0		
	29 34,5		
	30 4,2		
	37 3,5		

Sept. 7.

	5h 37′ 34″0		
	38 3,5		
	45 33,0		H
	45 2,5		H
	53 2,5		
	53 32,5		
	54 3,0		
	(2)		
	Pulversign.		
8	24 7,5		
	32 8,8		
	40 8,0		
	48 8,7		
	56 8,5		
9	4 9,3		
	12 10,5		
	20 10,0		
	28 11,0		
	36 10,8		
	44 12,2		

Sept. 8.

	Heliotropsign.		
4	0 1,5		
	0 31,5		
	7 30,0		
	8 0,5		
	8 30,0		
	15 29,8		
	16 0,3		
	16 30,0		
	23 29,4		
	24 0,0		
	24 29,5		
	31 29,2		
	31 59,5		
	32 29,0		
	39 28,5		
	39 59,0		
	40 28,5		
	47 28,0		H
	47 58,5		H
	48 28,0		H
	55 27,3		H
	55 57,5		H
(i)	56 27,5		H
5	11 26,2		
	11 57,0:		
	12 26,4		
	19 25,6		
	19 55,0		
	20 25,5		
	27 25,0		
	27 55,5		
	28 24,5		
	35 24,3		H
	35 55,0		H
	36 24,5		H
	43 55,0		
	51 23,0		
	51 53,0		

Sept. 8.

	Pulversign.		
	8h 23′ 26″5		
	31 25,5		
	39 25,8		
	47 26,2		
	55 26,2		
9	3 26,5		
	11 29,0		
	19 28,5		
	27 27,4		
	35 26,8		
	43 28,5		

Sept. 9.

	Heliotropsign.		
3	59 14,5		
	59 45,0		
4	0 14,0		
	7 45,5		
	8 14,5		
	15 14,5		H
	15 45,0		

Sept. 9.

	4h 16′ 14″0		
	23 14,0		
	23 44,5		
	24 14,0		
	31 14,2		
	31 44,7		
	32 13,5		
	39 12,0		
	39 44,5		
	40 13,5		
	47 12,8		
	47 44,0		
	48 13,5		
	55 12,5		
	56 12,8		
5	3 13,0		H
	3 43,7		H
	4 12,6		H
	11 12,6		H
	11 42,9		H
	12 12,0		H

Sept. 9.

	5h 35′ 11″6		
	35 41,5		
	36 10,5:		
	43 11,0		
	43 41,0		
	44 11,0		
	51 10,5		
	51 40,5		
	52 10,7		
	Pulversign.		
8	24 21,5		
	32 19,8		
	40 20,0		
	48 21,0		
	56 21,5		
9	4 21,7		
	12 22,0		
	20 22,5		
	28 22,2		
	36 22,5		
	44 22,5		

Feldberg-Signale auf dem Frauenberge beobachtet.

Kessels Nr. 1314.

Aug. 24.

	Pulversign.		
	8h 35′ 36″0		
	43 34,5		
	51 37,3		
	59 20,0		
9	7 12,0		
	23 1,7		
	31 4,0		
	38 57,8		
	(1)		

Aug. 25.

	Heliotropsign.		
5	22 33,0		
	30 31,0		
	30 54,0		
	31 34,0		
	(1)		
	Pulversign.		
8	28 18,5		
	36 10,0		
	44 6,0		
	52 4,5		
9	0 3,5		
	7 57,5		
	15 54,0		
	24 0,5		
	31 50,0		
	39 46,3		
	47 39,0		

Aug. 26.

	Heliotropsign.		
5	31 20,5		
	(5)		

Aug. 26.

	Pulversign.		
	8h 35′ 54″5		
	43 51,0		
	51 56,0		
	59 43,5::		
9	7 48,0		
	15 46,3		H
	23 56,5		
	31 46,0		
	39 55,5		
	47 42,3		

Aug. 28.

	Pulversign.		
8	28 11,5		
	35 59,5		
	43 57,5		
	51 52,0		
	59 51,0		
9	7 40,0		
	15 51,0		
	23 47,2		
	31 36,5		
	39 42,0		
	47 43,0		

Sept. 5.

	Pulversign.		
	(2)		

Sept. 6.

	Heliotropsign.		
	(9)		
	Pulversign.		
8	28 0,5		
	35 58,5		
	43 53,5		

Sept. 6.

	8h 51′ 52″5		
	59 53,0		
9	7 52,5		
	15 55,0		
	23 53,5		
	31 46,5		
	39 53,5		
	47 38,0		

Sept. 7.

	Heliotropsign.		
4	44 39,0		
	45 7,0		
	45 34,5		
	52 34,0		
	53 8,5		
	53 32,0		
5	0 34,5		
(k)	1 5,0		
	1 33,5		
	8 30,5		
	9 3,5		
	9 31,5		
	16 35,0		
	17 5,5		
	17 38,0		
	25 5,0		
	25 36,5		
	32 24,5		
	32 54,5		
	33 24,0		
	40 22,5		
	40 52,0		
	41 20,5		
	49 15,0		
	56 11,5		

Digitized by Google

Sept. 7.
5h 56′ 44″0
57 14,8
(5)
Pulversign.
8 28 7,0
36 6,0
51 57,0
9 0 0,0
8 1,7
15 56,0
24 3,5
31 55,3
39 59,7
47 53,5

Sept. 8.
Heliotropsign.
4 43 25,0
48 55,5
44 27,5
51 32,5 H
52 23,5 H
59 55,0
5 7 25,0 H

Sept. 8.
5h 7′ 50″5
8 21,5
15 22,5
15 56,5
16 27,5
23 25,5
23 52,5
24 29,5
31 37,0 H
(l) 32 7,5::H
(m) 32 33,2 H
39 32,0 H
40 6,3 H
40 29,0 H
47 29,0
47 56,0
48 25,5
55 41,5::
56 23,5
(15)
Pulversign.
8 27 52,5
35 47,0
43 47,7

Sept. 8.
8h 51′ 53″0
59 41,5
9 7 37,8
15 40,5
23 40,3
31 28,5
39 24,5
47 19,0

Sept. 9.
Heliotropsign.
(3)
Pulversign.
8 28 5,0
35 54,0
43 46,5
51 40,5
59 44,0
9 7 41,2
15 35,5
23 37,5
31 28,3
39 27,4
47 19,5

Feldberg-Signale in Mannheim beobachtet.

Sternzeit.

Aug. 24.
Pulversign.
18h 43′ 22″22
51 22,42
59 26,31
19 7 10,41
15 3,91
30 55,90
38 59,70
46 54,39
(1)
Heliotropsign.
15 33 43,45
41 42,95
42 6,15
42 46,15
(4)
Pulversign.
18 39 59,80
47 52,29
55 49,99
19 3 49,28
11 50,27
19 45,77
27 43,46
35 51,05
43 41,45
51 39,24
59 33,23

Aug 26.
Heliotropsign.
15 46 29,51
(3)

Aug. 26.
Pulversign.
18h 51′ 32″67
59 31,36
19 7 36,65
15 26,15
23 31,64
31 31,44
39 43,13
47 33,62
55 45,12
20 3 32,41
(1)

Aug. 28.
Pulversign.
18 51 40,88
59 30,08
19 7 29,97
15 25,07
23 25,56
31 16,05
39 28,55
47 25,64
55 16,04
20 3 23,03
11 25,83

Sept. 6.
Heliotropsign.
(24)
Pulversign.
19 26 52,42
34 50,92
42 47,42

Sept. 6.
19h 50 47,62
58 49,42
20 6 50,22
14 53,61
22 53,91
30 47,61
38 55,71
46 41,91

Sept. 7.
Heliotropsign.
15 46 48,88
47 16,88
47 44,88
54 45,58
55 20,68
55 43,88
16 2 47,17
3 17,87
3 46,87
10 45,17
11 17,87
11 45,87
18 50,37
19 20,87
19 53,67
27 21,36
27 55,56
34 41,66
35 13,16
35 42,16
42 43,06
43 13,36

Sept. 7.
16h 43′ 40″06
51 36,35
58 33,65
59 6,15
59 37,15
(3)
Pulversign.
19 30 54,09
38 53,78
54 47,28
20 2 52,27
10 55,47
18 50,57
26 59,16
34 52,26
42 58,76
50 53,25
(1)

Sept. 8.
Heliotropsign.
15 49 32,29
50 1,79
50 34,09
57 39,09
58 29,99

Sept. 8.
16h 6′ 3″59:
13 35,08
14 0,78
14 31,58
21 33,88
22 7,78
22 38,58
29 37,78
30 5,58
30 42,28
37 50,88
38 19,58
38 47,28
45 53,58
46 21,28
46 44,58
53 45,08
54 12,58
54 40,98
17 1 58,57
2 41,57
(2)
Pulversign.
19 34 35,14
42 30,74

Sept. 8.
19h 50′ 33″04
58 39,74
20 6 29,24
14 26,83
22 31,03
30 31,93
38 21,53
46 18,73
54 14,53

Sept. 9.
Heliotropsign.
(7)
Pulversign.
19 38 43,03
46 33,53
54 27,83
20 2 23,53
10 27,53
18 25,83
26 21,73
34 25,03
42 16,93
50 17,53
58 11,05

Anmerkungen zu vorstehenden Beobachtungen:

(a) Hier stand ursprünglich 30″34 + 1,2; mit Bewilligung des Herrn Dr. *Goldschmidt* wurde 1″ an seiner Beobachtung geändert.
(b) Hier trat derselbe Fall ein, indem ursprünglich 29″62 + 0,9 geschrieben war.
(c) Hier stand durch offenbaren Schreibfehler 48″90.
(d) Hier stand durch Schreibfehler 4′.
(e) Neben 36″0 war am Rande bemerkt (32?), was nachher als vorgeblicher Zweifel erkannt wurde.
(f) War durch Verzählen der Chronometer-Schläge ursprünglich 20″0 geschrieben.
(g) Durch ähnliches Verzählen war ursprünglich 18″0 geschrieben.
(h) Ich hatte mich um 20 Chronometer-Schläge verzählt und ursprünglich 48″5 aufgeschrieben, was sich aus *Hartmanns* Aufzeichnung und Vergleichung der Göttinger Beobachtung als falsch ergab.
(i) War ursprünglich 22″5 geschrieben und dabei bemerkt, dafs vielleicht 10 Schläge verzählt seyen.
(k) War eben so 10″0 geschrieben und der Zweifel angemerkt.
(l) Hier stand durch Verzählen ursprünglich 31′ 57″5.
(m) Es waren 66½ Chronometer-Schläge falsch zu 36″5 reducirt und niedergeschrieben, was aus dem Gedächtnifs später geändert wurde.

§. 7.

Schon bei meinen vorläufigen Berathungen mit *Nicolai* über den Plan der Arbeit war zur Sprache gekommen, dafs in dem Endresultat noch ein constanter Fehler enthalten seyn könnte, der von dem Unterschiede der Schätzung verschiedener Beobachter in den Appulsen der zeitbestimmenden Sterne etwa herrührte. Dieses und der weitere Umstand, dafs auch noch zu untersuchen blieb, in wie fern ein ähnlicher Unterschied bei

Digitized by Google

den Signal-Beobachtungen selbst vorgekommen sey, bestimmte mich in den Plan der Arbeit gleich eine demnächstige Reise nach Göttingen und Mannheim mit aufzunehmen, um mein Auge mit dem der dortigen Beobachter zu vergleichen und hierauf am Ende zu reduciren. Zufällig zusammentreffende Verhältnisse erlaubten eine unmittelbare Anknüpfung dieser Untersuchung an das Ende der Signal-Beobachtungen. Ich kann mich hier aber darauf beschränken, blofs die Endresultate anzugeben, da ich alle darauf bezüglichen Einzelnheiten dem Herrn Dr. *Goldschmidt* abgegeben habe, welcher durch unsere deshalbigen Versuche veranlafst, eine selbstständige umfassende Arbeit über diese und mehrere damit verwandte Fragen übernommen hat.

In Göttingen fand sich

für Lichtblitze:

Gauss = *Goldschmidt* + 0″088 aus 292 Beobachtungen des obigen Protocolls,

Gerling = *Goldschmidt* + 0,027 aus 56 Beobb. von Heliotropsignalen an derselben Uhr, woran die Meisner-Signale in Göttingen beobachtet waren.

Für Appulse:

Gerling = *Goldschmidt* + 0″195 aus 26 Sterndurchgängen am Passage-Instrument, bei welchen auf jeden Beobachter je 3 Fäden kamen, indem der mittlere Faden während des Wechsels weggelassen wurde. Wir fanden ein ähnliches Resultat auch aus der Beobachtung des von *Gauss* dazu vorgeschlagenen *Kater*schen Feder-Pendels (Inverted pendulum), beschlossen aber demnächst dieses nicht mit zu benutzen, weil wir damals noch nicht die nöthigen Vorsichtsmaafsregeln kannten, die dessen sichere Anwendung für diesen Zweck erfordert.

In Mannheim fand sich an der Uhr des Passageinstruments

für Lichtblitze:

Gerling = *Nicolai* + 0″157 aus 308 Beobachtungen an einer entfernten Lampe, die den Pulversignalen ganz ähnliche Erscheinungen gab.

Für Appulse:

Gerling = *Nicolai* + 0″783 aus 72 Sterndurchgängen an den fünf Fäden abwechselnd je zu 2 und 3 Fäden beobachtet, und

Gerling = *Nicolai* + 0″681 aus je 190 Beobachtungen des Feder-Pendels, woraus

im Mittel *Gerling* = *Nicolai* + 0″732 gesetzt werden mufs, so lange wenigstens, als es nicht *Goldschmidt* etwa gelingt, die Realität eines Unterschiedes der beiden Methoden aufzufinden.

In Marburg endlich fand ich noch

für Lichtblitze:

Gerling = *Hartmann* + 0″055 aus 267 Beobachtungen an dem Chronometer Kessels 1314.

Für Appulse:

Gerling = *Hartmann* + 0″051 aus je 180 Beobachtungen des Feder-Pendels an einer Halbsecunden-Uhr, die *Hartmann* auf dem Frauenberge bei Sterndurchgängen benutzt hatte.

§. 8.

Zuerst wurden nun also die mit *G* bezeichneten Beobachtungen des Göttinger Protocolls durch Abziehung von 0″6 auf *Goldschmidts* Auge, und ebenso die mit *H* bezeichneten in beiden Frauenberger Protocollen durch Zufügung von 0″06 auf mein Auge reducirt. Sodann wurden die auf den Sternwarten angeschriebenen Sternzeiten in mittlere Zeit übersetzt (durch doppelte Rechnung die Göttinger von *Goldschmidt* und *Hartmann*, die Mannheimer von *Hartmann* und *Fliedner*) und ihnen gleich die Correction beigefügt, die sie sowohl wegen der Zeitbestimmung durch Appulse als wegen der Verschiedenheit der Beobachtung bei den Lichtblitzen erforderten, um auf mein Auge reducirt zu werden. Nämlich

für Göttingen: + 0″027 − 0″195 = − 0″17
und für Mannheim: + 0,157 − 0,732 = − 0,57.

Endlich wurde noch vermittelst des täglichen Ganges meines Chronometers (den ich aus der Vergleichung meiner Uhrzeiten für die Pulversignale mit den Beobachtungen der Sternwarten bis zum 28ten August einschliefslich im Mittel = − 0″54 und hernach = − 0″69 mit aller für den gegenwärtigen Zweck erforderlichen Genauigkeit einstweilen setzen konnte) allen meinen Beobachtungen die kleine Correction beigefügt, die sie auf den Zustand des Chronometers von 7 Uhr Abends reducirte, so dafs, um sie in M. Z. des Frauenbergs auszudrücken, für jeden Tag nur die Beifügung einer Constante übrig blieb, über deren Berechnung ich mich demnächst noch ausführlicher erklären mufs. Letzteres vorbehaltend, kann ich nun die Zusammenstellung der Beobachtungen folgen lassen, denen ich gleich die nöthigen 4 Columnen für die durch Abziehung der einzelnen zusammengehörigen Beobachtungszeiten erhaltenen Werthe des Neben-Resultats (x und y) nebst den ihnen beizufügenden Correctionen (Δx und Δy), wodurch sie auf das definitive Mittel zurückgeführt werden, beisetze; so wie zwei weitere Columnen für die jedesmalige Summe (z) zwei solcher in einer Zeile stehende Differenzen, welche Summe also den aus zweien um etwa 4′ verschiedenen Doppel-Beobachtungen abgeleiteten, um die Zeit-Bestimmung des Frauenbergs ganz unabhängigen Werth des Haupt-Resultats darstellt; nebst der Correction (Δz), wodurch derselbe aufs definitive Mittel gebracht wird.

Digitized by Google

Meisner-Signale. Frauenberg. Uhrzeit.	Frauenberg. Mittl. Zeit.	Göttingen. Mittl. Zeit.	x	Δx	Feldberg-Signale. Frauenberg. Uhrzeit.	Frauenberg. Mittl. Zeit.	Mannheim. Mittl. Zeit.	y	Δy	z	Δz
Aug. 22. Heliotropsignale.			4′								
5h 44′ 8″03	5h 41′ 42″78	5h 46′ 18″72	35″94	+ 0″25							
44 38,03	42 12,78	46 48,95	36,17	+ 0,02							
45 7,03	42 41,73	47 18,57	36,79	— 0,60							
6 0 6,52	57 41,27	6 2 17,59	36,32	— 0,13							
0 37,52	58 12,27	2 48,71	36,44	— 0,25							
1 7,02	58 41,77	3 18,33	36,56	— 0,37							
Pulversignale.											
8 32 8,47	8 29 43,22	8 34 19,68	36,46	— 0,27							
40 11,46	37 46,21	42 21,15	(34,94	+ 1,25)							
48 9,96	45 44,71	50 20,74	36,03	+ 0,16							
56 8,95	53 43,70	58 21,62	(37,92	— 1,73)							
9 4 9,95	9 1 44,70	9 6 21,41	36,71	— 0,52							
12 21,45	9 56,20	14 32,16	35,96	+ 0,23							
28 7,94	25 42,69	30 18,76	36,07	+ 0,12							
44 10,24	41 44,99	46 20,93	35,94	+ 0,25							
Aug. 24. Heliotropsignale.											
4 40 43,11	4 38 16,85	4 42 53,89	37,04	— 0,85							
48 44,05	46 17,79	50 53,47	35,68	+ 0,51							
5 4 41,05	5 2 14,79	5 6 50,83	36,04	+ 0,15							
45 6,83	42 40,57	47 16,48	35,91	+ 0,28							
45 36,03	43 9,77	47 46,19	36,42	— 0,23							
53 36,02	51 9,76	55 45,68	35,92	+ 0,27							
6 1 34,52	59 8,26	6 3 44,46	36,20	— 0,01							
Pulversignale.								1′		5′	
8 32 25,67	8 29 59,41	8 34 34,71	35,30	+ 0,89	5h 35′ 35″97	8h 33′ 9″71	8h 31′ 49″82	19″89	— 0″22	55″19	+ 0″67
40 25,96	37 59,70	42 35,98	36,28	— 0,09	43 34,46	41 8,20	39 48,71	19,49	+ 0,18	55,77	+ 0,09
48 25,46	45 59,20	50 35,07	35,87	+ 0,32	51 37,26	49 11,00	47 51,28	19,72	— 0,05	55,59	+ 0,27
56 24,71	53 58,45	58 34,65	36,20	— 0,01	59 19,95	56 53,69	55 34,11	19,58	+ 0,09	55,78	+ 0,08
9 4 24,95	9 1 58,69	9 6 34,83	36,14	+ 0,05	7 11,95	4 45,69	3 26,33	19,36	+ 0,31	55,50	+ 0,36
12 22,95	9 56,69	14 33,02	36,33	— 0,14							
20 24,25	17 57,99	22 33,99	36,00	+ 0,19	23 1,64	20 35,38	19 15,71	19,67	0,00	55,67	+ 0,19
28 24,94	25 58,68	30 34,68	36,00	+ 0,19	31 3,94	28 37,68	27 18,19	19,49	— 0,18	55,49	+ 0,37
36 24,14	33 57,88	38 33,67	35,79	+ 0,40	38 57,74	36 31,48	35 11,59	19,89	+ 0,22	55,68	+ 0,18
44 24,94	41 58,68	46 34,14	35,46	+ 0,73							
Aug. 25. Heliotropsignale.											
4 7 44,56	4 5 17,79	4 9 53,32	35,53	+ 0,66							
8 14,56	5 47,79	10 24,04	36,25	— 0,06							
8 44,36	6 17,59	10 53,16	35,57	+ 0,62							
15 43,56	13 16,79	17 52,81	36,02	+ 0,17							
16 14,76	13 47,99	18 23,62	35,63	+ 0,56							
16 42,56	14 15,79	18 52,54	36,75	— 0,56							
23 53,06	21 26,29	26 2,96:	36,67	— 0,48							
24 42,56	22 15,79	26 52,03	36,24	— 0,05							
31 42,06	29 15,29	33 51,07	35,78	+ 0,41							
32 11,76	29 44,99	34 21,21	36,22	— 0,03							
32 41,26	30 14,49	34 50,91	36,42	— 0,23							
39 40,55	37 13,78	41 50,06	36,28	— 0,09							
40 11,55:	37 44,78	42 20,68	35,90	+ 0,29							
40 40,55	38 13,78	42 50,60	36,82	— 0,63							
47 40,25	45 13,48	49 49,74	36,26	— 0,07							

Digitized by Google

Meisner-Signale. Frauenberg. Uhrzeit.	Frauenberg. Mittl. Zeit.	Göttingen. Mittl. Zeit.	x	Δx	Feldberg-Signale. Frauenberg. Uhrzeit.	Frauenberg. Mittl. Zeit.	Mannheim. Mittl. Zeit.	y	Δy	z	Δz
Aug. 25.	**Heliotropsignale.**										
4h 48′ 10″55	4h 45′ 43″78	5h 50′ 20″46	36″68	— 0″49							
48 39,55	46 12,78	50 49,37	36,59	— 0,40							
56 39,55	53 12,78	57 49,03	36,25	— 0,06							
5 3 39,25	5 1 12,48	5 5 47,92	35,44	+ 0,75							
4 10,05	1 43,28	6 18,93	35,65	+ 0,54							
4 38,55	2 11,78	6 47,85	36,07	+ 0,12							
11 37,54	9 10,77	13 47,59	36,82	— 0,63							
12 8,54	9 41,77	14 17,61	35,84	+ 0,35							
12 37,54	10 10,77	14 47,53	36,76	— 0,57							
20 37,54	18 10,77	22 46,32:	35,55	+ 0,64	5h 22′ 33″03	5h 20′ 6″26	5h 18′ 46″22	20″04	— 0″37	55″59	+ 0″27
27 36,53	25 9,76	29 45,96	36,20	— 0,01	30 31,03	28 4,26	26 44,40	19,86	— 0,19	56,06	— 0,20
					30 54,03	28 27,26	27 7,54	19,72	— 0,05		
					31 34,03	29 7,26	27 47,43	19,83	— 0,16		
36 36,53	34 9,76	38 45,28	35,52	+ 0,67							
43 35,03	41 8,26	45 44,34	36,08	+ 0,11							
44 5,83	41 39,06	46 15,05	35,99	+ 0,20							
51 34,03	49 7,26	53 43,21	35,95	+ 0,24							
52 4,53	49 37,76	54 13,93	36,17	+ 0,02							
52 34,03	50 7,26	54 43,15	35,89	+ 0,30							
59 33,02	57 6,25	6 1 42,60	36,35	— 0,16							
6 0 4,22	57 37,45	2 12,81	(35,36	+ 0,83)							
0 33,22	58 6,45	2 42,54	36,09	+ 0,10							
	Pulversignale.				8 28 18,47	8 25 51,70	8 24 32,04	19,66	+ 0,01		
8 31 35,27	8 29 8,50	8 33 44,46	35,96	+ 0,23	36 9,97	33 43,20	32 23,24	19,96	— 0,29	55,92	— 0,06
39 16,96	36 50,19	41 26,39	36,20	— 0,01	44 5,96	41 39,19	40 19,63	19,56	+ 0,11	55,76	+ 0,10
47 16,76	44 49,99	49 26,27	36,28	— 0,09	52 4,46	49 37,69	48 17,62	20,07	— 0,40	56,35	— 0,49
55 16,45	52 49,68	57 25,75	36,07	+ 0,12	9 0 3,45	57 36,68	56 17,29	19,39	+ 0,28	55,46	+ 0,40
9 3 21,25	9 0 54,48	9 5 29,72	35,24	+ 0,95	7 57,45	9 5 30,68	9 4 11,50	19,18	+ 0,49	54,42	+ 1,44
11 14,95	8 48,18	13 24,02	35,84	+ 0,35	15 53,95	13 27,18	12 7,88	19,30	+ 0,37	55,14	+ 0,72
19 14,95	16 48,18	21 24,01	35,83	+ 0,36	24 0,44	21 33,67	20 14,14	19,53	+ 0,14	55,36	+ 0,50
27 14,54	24 47,77	29 23,68	35,91	+ 0,28	31 49,94	29 23,17	28 3,26	19,91	— 0,24	55,82	+ 0,04
35 13,74	32 46,97	37 23,07	36,10	+ 0,09	39 46,24	37 19,47	35 59,74	19,73	— 0,06	55,83	+ 0,03
43 11,44	40 44,67	45 20,75	36,08	+ 0,11	47 38,94	45 12,17	43 52,44	19,73	— 0,06	55,81	+ 0,05
Aug. 26.	**Heliotropsignale.**										
4 6 42,13:	4 4 14,86	4 8 51,18	36,32	— 0,13							
7 13,13:	4 45,86	9 21,90	36,04	+ 0,15							
	Pulversignale.				5 31 20,53	5 28 53,26	5 27 34,27	18,99	+ 0,68		
8 38 30,52	8 36 3,25	8 40 36,10	(32,85	+ 3,34)*	8 35 54,47	8 33 27,20	8 32 7,11	20,09	— 0,42		
46 28,96	44 1,69	48 37,88	36,19	0,00	43 50,96	41 23,69	40 4,50	19,19	+ 0,48		
54 27,45	52 0,18	56 36,57	36,39	— 0,20	51 55,96	49 28,69	48 8,46	20,23	— 0,56	56,42	— 0,56
9 2 31,95	9 0 4,68	9 4 41,03	36,35	— 0,16	59 43,45:	57 16,18	55 56,68	19,50	+ 0,17	55,89	— 0,03
10 30,45	8 3,18	12 38,93	35,75	+ 0,44	9 7 47,95	9 5 20,68	9 4 0,85	19,83	— 0,16	56,18	— 0,32
18 28,45	16 1,18	20 37,60	36,42	— 0,23	15 46,31	13 19,04	11 59,34	19,70	— 0,03	55,45	+ 0,41
26 35,94	24 8,67	28 43,48	(34,81	+ 1,38)	23 56,44	21 29,17	20 9,69	19,48	+ 0,19	55,90	— 0,04
34 29,94	32 2,67	36 39,67:	(37,00	— 0,81)	31 45,94	29 18,67	27 58,89	19,78	— 0,11		
42 29,94	40 2,67	44 39,55	36,88	— 0,69	39 55,44	37 28,17	36 9,05	19,12	+ 0,55		
50 31,44	48 4,17	52 40,43	36,26	— 0,07	47 42,24	45 14,97	43 55,06	19,91	— 0,24	56,79	— 0,93
Aug. 28.	**Pulversignale.**										
8 30 37,97	8 28 9,68	8 32 45,75	36,07	+ 0,12	8 28 11,47	8 25 43,18	8 24 23,49	19,69	— 0,02		
38 38,96	36 10,67	40 46,42	35,75	+ 0,44	35 59,47	33 31,18	32 11,41	19,77	— 0,10	55,84	+ 0,02
46 38,46	44 10,17	48 46,21	36,04	+ 0,15	43 57,46	41 29,17	40 9,99	19,18	+ 0,49	54,93	+ 0,93
54 39,45	52 11,16	56 46,98	35,82	+ 0,37	51 51,96	49 23,67	48 3,80	19,87	— 0,20	55,91	— 0,05
					59 50,95	57 22,66	56 2,97	19,69	— 0,02	55,51	+ 0,35

Digitized by Google

Meisner-Signale. Frauenberg. Uhrzeit.	Frauenberg. Mittl. Zeit.	Göttingen. Mittl. Zeit.	x	Δx	Feldberg-Signale. Frauenberg. Uhrzeit.	Frauenberg. Mittl. Zeit.	Mannheim. Mittl. Zeit.	y	Δy	z	Δz
Aug. 28.		**Pulversignale.**									
9h 2′ 39″45	9h 0′ 11″16	9h 4′ 46″77	35″61	+ 0″58	9h 7′ 39″95	9h 5′ 11″66	9h 3′ 52″18	19″48	+ 0″19	55″09	+ 0″77
10 38,45	8 10,16	12 46,05	35,89	+ 0,30	15 50,95	13 22,66	12 3,33	19,33	+ 0,34	55,22	+ 0,64
18 38,95	16 10,66	20 46,83	36,17	+ 0,02	23 47,14	21 18,85	19 59,12	19,73	— 0,06	55,90	— 0,04
26 39,94	24 11,65	28 46,81:	(35,16	+ 1,03)	31 36,44	29 8,15	27 48,24	19,91	— 0,24		
34 39,74	32 11,45	36 47,20	35,75	+ 0,44	39 41,94	37 13,65	35 53,90	19,75	— 0,08	55,50	+ 0,36
42 39,44	40 11,15	44 46,88	35,73	+ 0,46	47 42,94	45 14,65	43 55,38	19,27	+ 0,40	55,00	+ 0,86
50 40,14	48 11,85	52 47,66	35,81	+ 0,38							
Sept. 6.		**Heliotropsignale.**									
4 5 33,89	4 2 58,41	4 7 33,80	35,39	+ 0,80							
6 4,09	3 28,61	8 3,92	35,31	+ 0,88							
6 33,09	3 57,61	8 33,53	35,92	+ 0,27							
14 2,58	11 27,10	16 3,00	35,90	+ 0,29							
14 32,08	11 56,60	16 33,01	36,41	— 0,22							
5 1 27,06	58 51,58	5 3 27,79	36,21	— 0,02							
1 57,86	59 22,38	3 58,41	36,03	+ 0,16							
2 27,06	59 51,58	4 27,42	35,84	+ 0,35							
9 26,05	5 6 50,57	11 25,17	35,60	+ 0,59							
9 56,55	7 21,07	11 57,09	36,02	+ 0,17							
10 26,55	7 51,07	12 26,30	35,23	+ 0,96							
17 25,05	14 49,57	19 25,96	36,39	— 0,20							
17 52,55	15 17,07	19 55,77	(38,70	— 2,51)							
18 25,05	15 49,57	20 25,59	36,02	+ 0,17							
26 24,54	23 49,06	28 24,78	35,72	+ 0,47							
		Pulversignale.									
8 23 34,96	8 20 59,48	8 25 36,17	36,69	— 0,50	8 28 0,46	8 25 24,98	8 24 6,09	18,89	+ 0,78	55,58	+ 0,28
31 35,16	28 59,68	33 35,35	35,67	+ 0,52	35 58,46	33 22,98	32 3,28	19,70	— 0,03	55,37	+ 0,49
39 35,45	36 59,97	41 35,84	35,87	+ 0,32	43 53,45	41 17,97	39 58,48	19,49	+ 0,18	55,36	+ 0,50
47 41,45	45 5,97	49 42,19	36,22	— 0,03	51 52,45	49 16,97	47 57,37	19,60	+ 0,07	55,82	+ 0,04
					59 52,94	57 17,46	55 57,86	19,60	+ 0,07		
9 3 34,24	9 0 58,76	9 5 34,69	35,93	+ 0,26	9 7 52,44	9 5 16,96	9 3 57,35	19,61	+ 0,06	55,54	+ 0,32
11 32,94	8 57,46	13 33,77	36,31	— 0,12	15 54,94	13 19,46	11 59,42	20,04	— 0,37	56,35	— 0,49
19 33,14	16 57,66	21 33,95	36,29	— 0,10	23 53,43	21 17,95	19 58,41	19,54	+ 0,13	55,83	+ 0,03
27 32,43	24 56,95	29 32,93	35,98	+ 0,21	31 46,43	29 10,95	27 50,81	20,14	— 0,47	56,12	— 0,26
35 33,13	32 57,65	37 33,61	35,96	+ 0,23	39 53,42	37 17,94	35 57,59	20,35	— 0,68	56,31	— 0,45
43 33,42	40 57,94	45 33,89	35,95	+ 0,24	47 37,92	45 2,44	43 42,51	19,93	— 0,26	55,88	— 0,02
Sept. 7.		**Heliotropsignale.**									
4 1 35,09	3 58 58,81	4 3 38,94	(40,13	— 3,94)							
2 7,89	59 31,61	4 8,76	37,15	— 0,96							
9 8,08	4 6 31,80	11 8,01	36,21	— 0,02							
9 38,08	7 1,80	11 38,33	36,53	— 0,34							
10 7,68	7 31,40	12 8,45	37,05	— 0,86							
25 38,07	23 1,79	27 37,50	35,71	+ 0,48							
26 7,07	23 30,79	28 7,11	36,32	— 0,13							
33 6,57	30 30,29	35 6,77	36,48	— 0,29							
33 37,57	31 1,29	35 37,78	36,49	— 0,30							
34 7,57	31 31,29	36 7,70:	36,41	— 0,22							
41 6,56:	38 30,28	43 6,44	36,16	+ 0,03	4 44 39,06	4 42 2,78	4 40 42,70	20,08	— 0,41	56,24	— 0,38
41 36,62	39 0,34	43 37,06	36,72	— 0,53	45 7,06	42 30,78	41 10,62	20,16	— 0,49	56,88	— 1,02
42 6,56	39 30,28	44 6,77	36,49	— 0,30	45 34,56	42 58,28	41 38,55	19,73	— 0,06	56,22	— 0,36
49 6,06	46 29,78	51 6,13	36,35	— 0,16	52 34,06	49 57,78	48 38,10	19,68	— 0,01	56,03	— 0,17
49 36,36	47 0,08	51 36,25	36,17	+ 0,02	53 8,56	50 32,28	49 13,11	19,17	+ 0,50	55,34	+ 0,52
50 5,56	47 29,28	52 5,86	36,58	— 0,39	53 32,06	50 55,78	49 36,24	19,54	+ 0,13	56,12	— 0,26

Digitized by Google

Meisner - Signale. Frauenberg. Uhrzeit.	Meisner - Signale. Frauenberg. Mittl. Zeit.	Meisner - Signale. Göttingen. Mittl. Zeit.	x	Δx	Feldberg - Signale. Frauenberg. Uhrzeit.	Feldberg - Signale. Frauenberg. Mittl. Zeit.	Feldberg - Signale. Mannheim. Mittl. Zeit.	y	Δy	s	sΔ
Sept. 7.	**Heliotropsignale.**										
4h 57′ 6″06	4h 54′ 29′78	4h 59′ 5″91	36″18	+ 0″06	5h 0′ 34″56	4h 57′ 58″28	4h 56′ 38″37	19″91	— 0′24	56′04	— 0″18
57 36,06	54 59,78	59 36,62	36,84	— 0,65	1 5,06	58 28,78	57 8,99	19,79	— 0,12	56,63	— 0,77
58 5,66	55 29,28	5 0 5,64	36,36	— 0,17	1 33,56	58 57,28	57 37,92	19,36	+ 0,31	55,72	+ 0,14
5 5 5,12	5 2 28,84	7 5,20	36,36	— 0,17	8 30,55	5 5 54,27	5 4 35,07	19,20	+ 0,47	55,56	+ 0,30
5 35,56	2 59,28	7 36,01	36,73	— 0,54	9 3,55	6 27,27	5 7,68	19,59	+ 0,08	56,32	— 0,46
6 4,56	3 28,28	8 5,33:	(37,05	— 0,86)	9 31,55	6 55,27	5 35,61	19,66	+ 0,01		
13 5,85	10 29,57	15 5,18	35,61	+ 0,58	16 35,05	13 58,77	12 38,95	19,82	— 0,15	55,43	+ 0,43
13 35,05	10 58,77	15 35,30	36,53	— 0,34	17 5,55	14 29,27	13 9,37	19,90	— 0,23	56,43	— 0,57
14 5,05	11 28,77	16 5,01	36,24	— 0,05	17 38,05	15 1,77	13 42,08	19,69	— 0,02	55,93	— 0,07
21 4,55	18 28,27	23 4,96	36,69	— 0,50							
21 35,05	18 58,77	23 35,07	36,30	— 0,11	25 5,04	22 28,76	21 8,55	20,21	— 0,54	56,51	— 0,65
22 4,55	19 28,27	24 4,59	36,32	— 0,13	25 36,54	23 0,26	21 42,65	(17,61	+ 2,06)		
29 4,04	26 27,76	31 4,34	36,58	— 0,39	32 24,54	29 48,26	28 27,64	20,62	— 0,95	57,20	— 1,34
29 34,54	26 58,26	31 34,36	36,10	+ 0,09	32 54,54	30 18,26	28 59,05	19,21	+ 0,46	55,31	+ 0,55
30 4,24	27 27,96	32 4,28	36,32	— 0,13	33 24,04	30 47,76	29 27,98	19,78	— 0,11	56,10	— 0,24
37 3,54	34 27,26	39 3,52	36,26	— 0,07	40 22,54	37 46,26	36 27,72	18,54	+ 1,13	54,80	+ 1,06
37 34,04	34 57,76	39 33,64	35,88	+ 0,31	40 52,04	38 15,76	36 57,94	(17,82	+ 1,85)		
38 3,54	35 27,26	40 3,75	36,49	— 0,30	41 20,54	38 44,26	37 24,57	19,69	— 0,02	56,18	— 0,82
45 33,10	42 56,82	47 33,82	37,00	— 0,81							
46 2,60	43 26,32	48 3,04	36,72	— 0,53	49 15,04	46 38,76	45 19,55	19,21	+ 0,46	55,93	— 0,07
53 2,58	50 26,25	55 2,58	36 33	— 0,14	56 11,53	53 35,25	52 15,72	19,53	+ 0,14	55,86	0,00
53 32,53	50 56,25	55 32,70	36,45	— 0,26	56 44,03	54 7,75	52 48,13	19,62	+ 0,05	56,07	— 0,21
54 3,08	51 26,75	56 3,02	36,27	— 0,08	57 14,88	54 38,55	53 19,04	19,51	+ 0,16	55,78	+ 0,08
	Pulversignale.										
8 24 7,46	8 21 31,18	8 26 6,69	35,51	+ 0,68	8 28 6,96	8 25 30,68	8 24 11,19	19,49	+ 0,18	55,00	+ 0,86
32 7,76	29 31,48	34 8,67	37,19	— 1,00	36 5,96	33 29,68	32 9,58	20,10	— 0,43	57,29	— 1,43
40 7,95	37 31,67	42 8,05	36,38	— 0,19							
48 8,65	45 32,37	50 8,68	36,26	— 0,07	51 56,95	49 20,67	48 0,47	20,20	— 0,53	56,46	— 0,60
56 8,44	53 32,16	58 8,01	35,85	+ 0,34	59 59,94	57 28,66	56 4,14	19,52	+ 0,15	55,37	+ 0,49
9 4 9,24	9 1 32,96	9 6 9,69	36,73	— 0,54	9 8 1,64	9 5 25,36	9 4 6,02	19,84	+ 0,33	56,07	— 0,21
12 10,44	9 34,16	14 10,28	36,12	+ 0,07	15 55,94	13 19,66	11 58,83	20,83	— 1,16	56,95	— 1,09
20 9,94	17 33,66	22 10,15	36,49	— 0,30	24 3,43	21 27,15	20 7,08	20,07	— 0,40	56,56	— 0,70
28 10,93	25 34,65	30 11,43	36,78	— 0,59	31 55,28	29 18,95	27 58,89	20,06	— 0,39	56,84	— 0,98
36 10,78	33 34,45	38 10,61	36,16	+ 0,03	39 59,62	37 23,34	36 4,06	19,28	+ 0,39	55,44	+ 0,42
44 12,12	41 35,84	46 11,79	35,95	+ 0,24	47 53,42	45 17,14	43 57,26	19,88	— 0,21	55,83	+ 0,03
Sept. 8.	**Heliotropsignale.**										
4 0 1,59	3 57 24,51	4 2 0,71	36,20	— 0,01							
0 31,59	57 54,51	2 30,53	36,02	+ 0,17							
7 30,09	4 4 53,01	9 29,18	36,17	+ 0,02							
8 0,58	5 23,50	9 59,89	36,39	— 0,20							
8 30,08	5 53,00	10 29,51	36,51	— 0,32							
15 29,88	12 52,80	17 28,96	36,16	+ 0,03							
16 0,38	13 23,30	17 59,48	36,18	+ 0,01							
16 30,08	13 53,00	18 29,29	36,29	— 0,10							
23 29,47	20 52,39	25 29,04	36,65	— 0,46							
24 0,07	21 22,99	25 59,17	36,18	+ 0,01							
24 29,57	21 52,49	26 28,78	36,29	— 0,10							
31 29,27	28 52,19	33 27,93	35,74	+ 0,45							
31 59,57	29 22,49	33 58,74	36,25	— 0,06							
32 29,07	29 51,99	34 27,97	35,98	+ 0,21							
39 28,56	36 51,48	41 27,71	36,23	— 0,04	4 43 25,06	4 40 47,98	4 39 29,76	(18,22	+ 1,45)		
39 59,06	37 21,98	41 58,43	36,45	— 0,26	43 55,56	41 18,48	39 59,17	19,31	+ 0,36	55,76	+ 0,10
40 28,56	37 51,48	42 27,65	36,17	+ 0,02	44 27,56	41 50,48	40 31,38	19,10	+ 0,57	55,27	+ 0,59

Digitized by Google

Meisner-Signale. Frauenberg. Uhrzeit.	Meisner-Signale. Frauenberg. Mittl. Zeit.	Meisner-Signale. Göttingen. Mittl. Zeit.	x	Δx	Feldberg-Signale. Frauenberg. Uhrzeit.	Feldberg-Signale. Frauenberg. Mittl. Zeit.	Feldberg-Signale. Mannheim. Mittl. Zeit.	y	Δy	z	Δz
Sept. 8.											
4h 47′ 28″12	4h 44′ 51″04	4h 49′ 27″10	36″06	+ 0″13	4h 51′ 32″62	4h 48′ 55″54	4h 47′ 35″23	20″31	— 0″64	56″37	— 0″51
47 58,62	45 21,54	49 57,62	36,08	+ 0,11							
48 28,12	45 51,04	50 27,13	36,09	+ 0,10	52 23,62	49 46,54	48 25,98	20,56	— 0,89	56,65	— 0,79
55 27,42	52 50,34	57 26,18	55,84	+ 0,35	59 55,12	57 18,04	55 58,35:	19,69	— 0,02	55,53	+ 0,33
55 57,62	53 20,54	57 56,79	36,25	— 0,06							
56 27,62	53 50,54	58 26,71	36,17	+ 0,02							
					5 7 25,06	5 4 47,98	5 3 28,61	19,37	+ 0,30		
					7 50,55	5 13,47	3 54,24	19,23	+ 0,44		
					8 21,55	5 44,47	4 24,95	19,52	+ 0,15		
5 11 26,25	5 8 49,17	5 13 25,74	36,57	— 0,38	15 22,55	12 45,47	11 26,09	19,38	+ 0,29	55,95	— 0,09
11 57,05:	9 19,97	13 56,16	36,19	0,00	15 56,55	13 19,47	11 59,90	19,57	+ 0,10	55,76	+ 0,10
12 26,45	9 49,37	14 25,48	36,11	+ 0,08	16 27,55	13 50,47	12 30,62	19,85	— 0,18	55,96	— 0,10
19 25,65	16 48,57	21 24,93	36,36	— 0,17	23 25,54	20 48,46	19 28,67	19,79	— 0,12	56,15	— 0,29
19 55,05	17 17,97	21 55,45	(37,48	— 1,29)	23 52,54	21 15,46	19 56,39	19,07	+ 0,60		
20 25,55	17 48,47	22 24,77	36,30	— 0,11	24 29,54	21 52,46	20 23,00	19,46	+ 0,21	55,76	+ 0,10
27 25,04	24 47,96	29 23,92	35,96	+ 0,23	31 37,10	29 0,02	27 40,42	19,60	+ 0,07	55,56	+ 0,30
27 55,54	25 18,46	29 54,63	36,17	+ 0,02	32 7,60:	29 30,52	28 9,05	(21,47	— 1,80)		
28 24,54	25 47,46	30 23,75	36,29	— 0,10	32 33,30:	29 56,22	28 36,68	19,54	+ 0,13	55,83	+ 0,03
35 24,40	32 47,32	37 23,49	36,17	+ 0,02	39 32,10	36 55,02	35 41,82	(13,20	+ 6,47)		
35 55,10	33 18,02	37 54,01	35,99	+ 0,20	40 6,40	37 29,32	36 9,44	19,88	— 0,21	55,87	— 0,01
36 24,60	33 47,52	38 23,73	36,21	— 0,02	40 29,10	37 52,02	36 32,67	19,35	+ 0,32	55,56	+ 0,30
					47 29,04	44 51,96	43 32,02	19,94	— 0,27		
43 55,04	41 17,96	45 53,60	35,64	+ 0,55	47 56,04	45 18,96	43 59,44	19,52	+ 0,15	55,16	+ 0,70
					48 25,54	45 48,46	44 27,77	20,69	— 1,02		
51 23,04	48 45,96	53 22,27	36,31	— 0,12	55 41,53:	53 4,45	51 44,16	20,29	— 0,62	56,60	— 0,74
51 53,04	49 15,96	53 52,30	36,34	— 0,15	56 23,53	53 46,45	52 27,03	19,42	+ 0,25	55,76	+ 0,10
		Pulversignale.									
8 23 26,46	8 20 49,38	8 25 23,90	(34,52	+ 1,67)	8 27 52,46	8 25 15,38	8 23 55,73	19,65	+ 0,02		
31 25,46	28 48,38	33 24,58	36,20	— 0,01	35 46,96	33 9,88	31 50,03	19,85	— 0,18	56,05	— 0,19
39 25,75	36 48,67	41 24,56	35,89	+ 0,30	43 47,65	41 10,57	39 51,01	19,56	+ 0,11	55,45	+ 0,41
47 26,15	44 49,07	49 25,04	35,97	+ 0,22	51 52,95	49 15,87	47 56,38	19,49	+ 0,18	55,46	+ 0,40
55 26,14	52 49,06	57 25,63	36,57	— 0,38	59 41,44	57 4,36	55 44,61	19,75	— 0,08	56,32	— 0,46
9 3 26,44	9 0 49,36	9 5 25,91	36,55	— 0,36	9 7 37,74	9 5 0,66	9 3 40,89	19,77	— 0,10	56,32	— 0,46
11 28,94	8 51,86	13 27,78	35,92	+ 0,27	15 40,44	13 3,36	11 43,77	19,59	+ 0,08	55,51	+ 0,35
19 28,44	16 51,36	21 27,48	36,12	+ 0,07	23 40,23	21 3,15	19 43,36	19,79	— 0,12	55,91	— 0,05
27 27,33	24 50,25	29 26,06	35,81	+ 0,38	31 28,43	28 51,35	27 31,68	19,67	0,00	55,48	+ 0,38
35 26,73	32 49,65	37 25,63	35,98	+ 0,21	39 24,42	36 47,34	35 27,58	19,76	— 0,09	55,74	+ 0,12
43 28,42	40 51,34	45 26,42	35,08	+ 1,11	47 18,92	44 41,84	43 22,07	19,77	— 0,10	54,85	+ 1,01
Sept. 9.		Heliotropsignale.									
3 59 14,59	3 56 36,71	4 1 13,14	36,43	— 0,24							
59 45,09	57 7,21	1 43,66	36,45	— 0,26							
4 0 14,09	57 36,21	2 12,58	36,37	— 0,18							
7 45,58	4 5 7,70	9 44,34	36,64	— 0,45							
8 14,58	5 36,70	10 12,67	35,97	+ 0,22							
15 14,64	12 36,76	17 13,21	36,45	— 0,26							
15 45,08	13 7,20	17 43,62	36,42	— 0,23							
16 14,08	13 36,20	18 12,24	36,04	+ 0,15							
23 14,07	20 36,19	25 12,90	36,71	— 0,52							
23 44,57	21 6,69	25 43,11	36,42	— 0,23							
24 14,07	21 36,19	26 12,73	36,54	— 0,35							
31 14,27	28 36,39	33 12,39	36,00	+ 0,19							
31 44,77	29 6,89	33 42,80	35,91	+ 0,28							
32 13,57	29 35,69	34 12,01	36,32	— 0,13							

Digitized by Google

Meisner-Signale. Frauenberg. Uhrzeit.	Mittl. Zeit.	Göttingen. Mittl. Zeit.	x	Δx
Sept. 9.		Heliotropsignale.		
4h 39′ 12″06	4h 36′ 34″18	4h 41′ 12″25	(38″07	—1″88)
39 44,56	37 6,68	41 42,87	36,19	0,00
40 13,56	37 35,68	42 12,09	36,41	— 0,22
47 12,86	44 34,98	49 11,84	36,86	— 0,67
47 44,06	45 6,18	49 42,56	36,38	— 0,19
48 13,56	45 35,68	50 11,88	36,20	— 0,01
55 12,56	52 34,68	57 11,62	36,94	— 0,75
56 12,86	53 34,98	58 11,76	36,78	— 0,59
5 3 13,12	5 0 35,24	5 5 11,41	36,17	+ 0,02
3 43,82	1 5,94	5 42,12	36,18	+ 0,01
4 12,72	1 34,84	6 10,84	36,00	+ 0,19
11 12,71	8 34,83	13 10,99	36,16	+ 0,03
11 43,01	9 5,13	13 41,51	36,38	— 0,19
12 12,11	9 34,23	14 10,63	36,40	— 0,21
35 11,54	32 33,66	37 9,74	36,08	+ 0,11
35 41,54	33 3,66	37 39,86	36,20	— 0,01
36 10,54	33 32,66	38 9,77	(37,11	— 0,92)
43 11,04	40 33,16	45 9,22	36,06	+ 0,13
43 41,04	41 3,16	45 39,24	36,08	+ 0,11
44 11,04	41 33,16	46 9,26	36,10	+ 0,09
51 10,54	48 32,66	53 9,31	36,65	— 0,46
51 405 4	49 2,66	53 39,22	36,56	— 0,37
52 10,74	49 32,86	54 9,14	36,28	— 0,09
		Pulversignale.		
8 24 21,46	8 21 48,58	8 26 19,96	36,38	— 0,19
32 19,76	29 41,88	34 20,05	(38,17	— 1,98)
40 19,95	37 42,07	42 18,83	36,76	— 0,57
48 20,95	45 43,07	50 19,91	36,84	— 0,65
56 21,44	53 43,56	58 20,26	36,70	— 0,51
9 4 21,64	9 1 43,76	9 6 20,37	36,61	— 0,42
12 21,94	9 44,06	14 20,16	36,10	+ 0,09
20 22,44	17 44,56	22 20,83	36,27	— 0,08
28 22,13	25 44,25	30 20,32	36,07	+ 0,12
36 22,43	33 44,55	38 21,19	36,64	— 0,45
44 22,42	41 44,54	46 20,78	36,24	— 0,05

Feldberg-Signale. Frauenberg. Uhrzeit.	Mittl. Zeit.	Mannheim. Mittl. Zeit.	y	Δy	z	Δz
8h 28′ 4″96	8h 25′ 27″08	8h 24′ 7″04	20″04	—0″37	56″42	—0″56
35 53,96	33 16,08	31 56,25	19,83	— 0,16		
43 46,45	41 8,57	39 49,26	19,31	+ 0,36	56,07	— 0,21
51 40,45	49 2,57	47 43,66	18,91	+ 0,76	55,75	+ 0,11
59 43,94	57 6,06	55 46,34	19,72	— 0,05	56,42	— 0,56
9 7 41,14	9 5 3,26	9 3 43,34	19,92	— 0,25	56,53	— 0,67
15 35,44	12 57,56	11 37,94	19,62	+ 0,05	55,72	+ 0,14
23 37,43	20 59,55	19 39,92	19,63	+ 0,04	55,90	— 0,04
31 28,23	28 50,35	27 30,53	19,82	— 0,15	55,89	— 0,03
39 27,32	36 49,44	35 29,82	19,62	+ 0,05	56,26	— 0,40
47 19,42	44 41,54	43 22,02	19,52	+ 0,15	55,76	+ 0,10

§ 9.

Für die Zeitbestimmung auf dem Frauenberge hatte ich das Fernrohr eines zehnzolligen *Breithaupt*schen Theodolithen durch eine angemessene Aufstellung in ein Passage-Instrument umzuwandeln gesucht, an welchem Herr *Hartmann* Sterndurchgänge beobachtete. Leider hatte aber (höchstwahrscheinlich durch die späte Vollendung des dazu bestimmten Steinpostaments und das deshalb immer noch fortdauernde Nachschieben seines Fundaments) die Aufstellung nicht die gehörige Festigkeit, was sich zunächst an den Beobachtungen der Libelle kund gab. Eine demungeachtet unternommene ganz streng durchgeführte Discussion der Beobachtungen zeigte, obwohl dadurch eine rühmliche Probe von Herrn *Hartmanns* Sorgfalt und Geschicklichkeit sich ergab, dafs sie wenigstens nichts zur Verbesserung einer aus correspondirenden Sonnenhöhen *) gewonnenen Zeitbestimmung beitragen konnten, und erschien es also als das vortheilhafteste sie ganz wegzulassen.

*) Ich nehme dieselben seit einigen Jahren mit dem *Steinheil*schen Prismenkreis, nach der Nr. 247 S. 108 angegebenen Methode, und mit dem verquickten Horizont, für dessen Wiedereinführung gewifs jeder, der durch Sonnenhöhen seine Zeit bestimmen mufs, dem Herausgeber dieser Zeitschrift herzlichen Dank zollt. Nur eine Veränderung habe ich an letzterem anzubringen zweckmäfsig gefunden. Ich lasse nämlich die Kupferplatte mit feinem (16löthigem) Silber doubliren, welches mich von dem Verkehr mit dem widrigen Kupfer-Amalgam befreit, und die geringen Kosten bald wieder reichlich dadurch vergütet, dafs das stete Reinigen des gebrauchten Quecksilbers wegfällt, ohne dafs in der Güte oder Bequemlichkeit des Horizonts an sich irgend etwas geändert wird.

Digitized by Google

Die nun noch allein dastehenden Sonnenhöhen (73 Paare) gaben mir 6 Bestimmungen des Chronometer-Standes gegen M. Z. zwischen dem 21sten Aug. und 10ten Septbr., aus welchen die den Uhrzeiten beizufügenden Constanten für die 9 Beobachtungs-Tage zu interpoliren waren. Da ich nun schon ohnehin wufste, dafs der *Kessels*che Chronometer einen viel zu genauen Gang hat, als dafs sich seine kleinen Schwankungen durch andere als die allervollkommensten Beobachtungsmittel finden liefsen; so beschlofs ich diesen Gang erst allein, unabhängig von meinen Sonnenhöhen, möglichst scharf auszumitteln, dadurch meine sechs Bestimmungen erst auf eine Normal-Bestimmung zurückzuführen, und von dieser dann zu den einzelnen Beobachtungstagen wieder auszugehen. (Auf ähnliche Weise wie man in älterer Zeit anrieth den Gang der Uhr unabhängig von den Bestimmungen des Standes durch Sternverschwindungen zu suchen.)

Ich fing also damit an meine sämmtlichen schon vorläufig auf 7 Uhr reducirten Uhrzeiten (mit Weglassung einiger wenigen zweifelhaften) von den mittleren Zeiten der Sternwarten abzuziehen, hieraus für jeden Beobachtungs-Tag das Mittel zu nehmen, und aus diesen Mitteln den täglichen Gang vom 28sten August aus zu bestimmen. Dies gab mir folgendes Täfelchen:

	Gött. M. Z. — Chron.	Tägl. Gang.	Chron. — Mnh. M. Z.	Tägl. Gang.
Aug. 22	2′ 11″054	— 0″580		
24	9,774	— 0,550	3′ 45″896	— 0″500
25	9,299	— 0,575	46,468	— 0,476
26	8,949	— 0,688	46,890	— 0,503
28	7,574		47,896	
Sept. 6	0,478	— 0,789	55,197	— 0,811
7	0,124	— 0,745	55,885	— 0,799
8	1 59,064	— 0,774	56,720	— 0,802
9	58,572	— 0,750	57,511	— 0,801

woraus unzweifelhaft erhellt, dafs der Chronometer in den kalten und stürmischen Tagen, die auf den 28sten August folgten, seinen Gang um eine Kleinigkeit geändert hat, dafs dagegen innerhalb der beiden Perioden der Gang als constant betrachtet werden mufs. Ich behandle also die 17 Bedingungsgleichungen mit 4 unbekannten Gröfsen, welche aus obigem Täfelchen sich ergeben, nach der Methode der kleinsten Quadrate und finde

Gang bis zum 28sten August — 0″50581
—— nach dem —— —— — 0,79963

woraus beiläufig erhellt, dafs meine vorläufigen Reductionen der Uhrzeit auf 7 Uhr keiner weitern Correction mehr bedürfen.

Die für die erste und dritte Columne des Täfelchens hiernach sich ergebenden Correctionen sind:

Aug. 22.	— 0″148	
24.	+ 0,125	+ 0″010
25.	+ 0,094	— 0,056
26.	— 0,061	+ 0,027
28.	+ 0,302	+ 0,033
Sept. 6.	+ 0,206	— 0,071
7.	— 0,244	+ 0,040
8.	+ 0,016	+ 0,005
9.	— 0,292	+ 0,014

woraus die mittlern Fehler 0,19 und 0,04 folgen, deren Kleinheit nichts zu wünschen übrig läfst.

Meine Sonnenhöhen geben nun für 7 Uhr Abends:

	M.Z. = Kessels	Gew.	für Aug. 28	Corr.
Aug. 21.	— 2′ 25″41	6	— 2′ 28″95	+ 0″664
26.	— 2 27,13	12	28,14	— 0,146
Sept. 5.	— 2 34,23	12	27,83	— 0,456
7.	— 2 35,37	13	27,37	— 0,916
9.	— 2 38,38	14	28,78	+ 0,494
10.	— 2 39,20	16	28,80	+ 0,514

Mit Rücksicht auf das Gewicht ergiebt sich daraus für den 28sten August das Mittel — 2′ 28″286 und aus den oben schon beigefügten Correctionen der wahrscheinliche Fehler desselben 0″175.

Aus dieser Normal-Bestimmung für den 28sten August und den obigen Werthen für den Gang folgten sodann die Constanten, durch deren Anbringung meine Uhrzeiten in Mittl. Zeit des Frauenbergs übersetzt wurden; so dafs nun nur noch die Abziehung und die Berechnung der Mittel übrig blieb.

§. 10.

Bei Operationen dieser Art ist es aber wohl nie zu vermeiden, dafs nicht Beobachtungen vorkommen, die wegen zu grofser Abweichung vom Mittel nach dem Erfolg ausgeschlossen werden müfsten. Es kam also zunächst darauf an, für diese Ausschliefsung eine Regel festzusetzen, bei welcher vor allem dafür zu sorgen war, dafs die nothwendig einigermafsen willkührlichen Gränzen nicht zu viele ausschlössen. Dazu konnte die obige Rechnung wenigstens leiten, bei der ich meine Uhrzeiten mit den Mittleren Zeiten der Sternzeiten verglichen hatte. Zog ich dort nämlich die Differenzen für die einzelnen Beobachtungen von den Mitteln der jedesmaligen Beobachtungstage ab; so liefs sich der mittlere Fehler einer Doppel-Beobachtung vorläufig schätzen. Ich fand ihn, sehr nahe übereinstimmend für beide Signalberge 0″4 und beschlofs also diejenigen punctirten Beobachtungen, welche mehr als 0″8 und die unpunctirten, welche mehr als 1″2 abweichen, auszuschliefsen.

Nachdem nun die Differenzen der Columnen für die Mittleren Zeiten genommen, und (mit vorläufigem Ausschlufs von 8, die sich gleich von vorn herein als unzulässig zeigten) daraus

Digitized by Google

die vorläufigen Mittel genommen waren, fanden sich 15 Meisner und 5 Feldberg-Beobachtungen als nach jener Festsetzung verwerflich (sie sind in obiger Zusammenstellung schon dadurch kenntlich, dafs ihre x und Δx; y und $y\Delta$ in Parenthesen eingeschlossen sind) und so blieben am Ende 256 Meisner und 136 Feldberg-Beobachtungen, unter welchen sich 116 correspondirende finden, die das Hauptresultat unabhängig von meiner Zeitbestimmung geben, während überdies noch an isolirten Beobachtungen 140 Meisner und 20 Feldberg-Signale übrig bleiben.

§. 11.

Nachdem also nun die beiden Columnen für die Längen-Unterschiede x und y berechnet, und durch Addition der in einer Horizontale stehenden Zahlen für die 116 correspondirenden Beobachtungen der Columne für $x+y=s$ auch ausgefüllt war, blieben nur noch die Mittel zu nehmen, und dadurch die Endresultate festzusetzen. Schon um der Prüfung der Rechnung wegen war es dabei zweckmäfsig, auch gruppenweise die Mittel zu berechnen, und hieraus ergab sich denn die folgende Zusammenstellung

	Gött.-Frbg.	Gew.	Frbg.-Mannh.	Gew.	Gött.-Mannh.	Gew.
1) Isolirte Pulversignale	4′ 36″1282	11	1′ 19″6520	10	5′ 55″7802	5,2
2) Correspond. Pulversignale	36,1166	73	19,6896	73	55,8062	36,5
3) Alle Pulversignale	36,1181	84	19,6851	83	55,8032	41,7
4) Isolirte Heliotropsignale	36,2195	129	19,6020	10	55,8215	9,3
5) Correspond. Heliotropsignale	36,2726	43	19,6758	43	55,9484	21,5
6) Alle Heliotropsignale	36,2327	172	19,6619	53	55,8946	40,6
7) Alle isolirten Signale	36,2123	140	19,6270	20	55,8393	17,5
8) Alle correspond. Signale	36,1744	116	19,6845	116	55,8589	58,0
9) Alle Signale	36,1951	256	19,6760	136	55,8711	88,8

Die beiden letzten Zahlen der 8ten und 9ten Zeile*) zeigen dabei eine so gute Uebereinstimmung, dafs sie, besonders da doch die constanten Abweichungen der beobachtenden Augen (§. 7) nicht absolut genau festgestellt sind, als ganz gleichbedeutend zu betrachten seyn dürften. Ich nehme also als Endresultat der ganzen Arbeit die drei Zahlen an:

$$x = 4'\,36''19; \quad y = 1'\,19''67; \quad s = 5'\,55''86$$

und berechnete damit Herr *Hartmann* die eben gleich beigesetzten Correctionen Δx, Δy und Δs.

Ob der kleine Unterschied, welchen die Meisner-Beobachtungen zwischen Pulversignalen und Heliotrop-Signalen zeigen, blofs zufällig ist, oder in der Verschiedenheit der Erscheinung (vergl. §. 5) einen reellen Grund hat, wird wohl hier unentschieden bleiben müssen.

§. 12.

Es blieben nun endlich noch die Fehler-Gränzen festzusetzen. Herr *Hartmann* findet aus den Columnen Δx, Δy und Δs die mittleren Fehler

	Aus Δx	Aus Δy	Aus Δs
Für Heliotropsignale	0,35228	0,41857	0,48353
— Pulversignale	0,38497	0,31401	0,51769
— alle Signale	0,36263	0,35693	0,50319

und läfst sich demnach, da die kleinen Unterschiede für Δx und Δy gewifs vernachlässigt werden können, der mittlere Fehler einer solchen Doppelbeobachtung, deren Zuverlässigkeit schon oben als Gewichts-Einheit angenommen wurde, aus allen 392 Beobachtungen $= 0''36015$ setzen (woraus also der mittlere Fehler einer Bestimmung von s zu $0''50932$ sich berechnet, was mit dem oben direct berechneten genau genug stimmt).

Hieraus ergiebt sich dann der wahrscheinliche Fehler einer Doppelbeobachtung $= 0''2429$ und der wahrscheinliche Fehler der aus sämmtlichen Beobachtungen folgenden Längenunterschiede

für Göttingen-Frauenberg $= \pm 0''0152$
— Frauenberg-Mannheim $= \pm 0{,}0208$
— Göttingen-Mannheim $= \pm 0{,}0258$

Marburg, den 7ten März 1838.

Gerling.

*) Es war mir interessant zu sehen, wie auch ohne Anwendung des obigen Kunstgriffs für die unabhängige Berechnung des Gangs meines Chronometers (§. 9) blofs aus meinen Sonnenhöhen sich die letzte Zeile darstellen würde. Die durchgeführte Rechnung gab:
36″1306; 19″8340; 55″9646.

Digitized by Google

Auszug aus einem Schreiben des Herrn Hofraths *Nicolai* an den Professor *Gerling*.

Mannheim 1837. Septbr. 20.

Die Länge von Mannheim beruht auf folgenden Bestimmungen:

1) Astronom. Bestimmung nach *Wurm* aus vielen älteren und neueren Beobachtungen ..... 24′ 29″9
2) Geodätische Verbindung mit Paris durch die *Cassini*schen Dreiecke nach *Méchain*..... 24 29,8
3) Geodät. Verbindung mit Dünkirchen nach Herrn *von Müfflings* Triangulation..... 24 30,05
4) Geodät. Verbindung mit Wien nach *Soldner* und *Bohnenberger*..... 24 29,61

Mittel..... 24 29,84

also dasselbe Resultat, was *Méchain* schon vor 50 Jahren durch die unmittelbare geodätische Verbindung der Mannheimer und Pariser Sternwarte erhielt.

Die Länge von Wien ist dabei = 56′ 10″4 gesetzt, eine Annahme die nach *Littrows* Zusammenstellung (Astron. Nachrichten Bd. III S. 64) auch wohl bis auf 0″2 sicher seyn dürfte.

Alle neueren Bestimmungen bestätigen dies vollkommen. So ist z. B. nach *Puissant's nouvelle déscription géométrique de la France pag.* 216 die Länge des Strafsburger Münsters..... 21′ 39″6

und nach Mittheilung des Obristen *Henry*:

a) Reduction dieser Länge auf das Strafsburger Observatorium..... — 3,78
b) Trigonometrischer Längenunterschied zwischen diesem und der Mannheimer Sternwarte.....+2 54,05

Mithin Länge der Mannheimer Sternwarte..... 24 29,87

Eine andere Bestätigung wird durch Speier erhalten.

Die Länge von Speier (*Schwerds* Observatorium) hat *Wurm* aus vielen daselbst beobachteten Sternbedeckungen gefunden..... 24′ 25″0

Trigonometrischer Längenunterschied zwischen diesem und der Mannheimer Sternwarte..... +4,90

24 29,90.

Nicolai.

Anzeige, betreffend die Beobachtungen auf der Königsberger Sternwarte.

Der Anzeige zufolge, welche in Nr. 261 der Astr. Nachrichten erschienen ist, sind die ersten 15 Abtheilungen dieses Werkes, sowohl in Königsberg, als auch bei der *Reins*chen Buchhandlung in Leipzig, gegen die Zahlung von 20 Rthl., zu erhalten. Dieser Preis wird auf 2 Rthl. für jede Abtheilung erhöhet, wenn nicht alle 15 Abtheilungen genommen werden.

Die 16te Abtheilung ist an denselben Orten für 2 Rthl. zu haben. Die nun dazugekommenen 17te und 18te Abtheilungen, jede für 2 Rthl.

Wer unter diesen Bedingungen etwas von dem Werke zu haben wünscht, mufs entweder hier die Zahlung an die Königl. Universitäts-Casse, oder in Leipzig an die *Reins*che Buchhandlung, veranlassen. In dem ersten Falle wird, gegen Abgabe seiner Quitung, die Ablieferung des Werkes auf der Sternwarte erfolgen; in dem zweiten liefert es die genannte Buchhandlung. Die Herabsetzung des früheren Preises hat sich nur durch die Einführung dieses Geschäftsganges bewirken lassen; unmittelbare Correspondenz darüber müssen sowohl der Director der Sternwarte, als die Königl. Universitäts-Casse sich verbitten, indem dadurch Unregelmäfsigkeit in ein Geschäft gebracht werden würde, welches nur vortheilhaft geordnet werden konnte, indem man seinen Fortgang ganz regelmäfsig machte.

Inhalt von Nr. 351 und 352.

Schreiben des Herrn *James Yates*, Secretary to the Council of the British Association, an den Herausgeber. p. 249,
Auszug aus einem Schreiben des Herrn Professors *Gerling* an den Herausgeber. p. 249.
Die Längen-Unterschiede zwischen Göttingen (Altona), Marburg und Mannheim durch Signale bestimmt. Von Herrn Professor *Gerling*. p. 249.
Auszug aus einem Schreiben des Herrn Hofraths *Nicolai* an den Professor *Gerling*. p. 279.
Anzeige, betreffend die Beobachtungen auf der Königsberger Sternwarte. p. 279.

Altona 1838. Mai 24.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 353.

Schreiben des Herrn Professors und Ritters *Encke* an den Herausgeber.

Berlin 1838. Mai 16.

Die diesjährige Wiederkehr des Cometen von *Pons* *), der am 19ten December 1838 sein Perihel erreicht, gehört zu den interessantesten, die überhaupt stattgefunden haben. Der Comet dessen Lauf ganz ähnlich seyn wird dem Laufe welchen er im Jahre 1795 nahm, wo er am 21sten December der Sonne am nächsten stand, kommt am 7ten November der Erde so nahe, als er überhaupt nur ihr kommen kann, und wird deshalb so hell erscheinen, als es überhaupt für seine Lichtschwäche möglich ist. Im Jahr 1795 ward er gleichzeitig an drei Orten, in Slough, Paris und Berlin entdeckt, was als Beweis für seine Helligkeit dienen kann. Er wird dabei, wenn man nach der Erscheinung von 1828 schliefsen darf, für die gröfseren Refractoren, etwa von der Mitte oder Ende des Augusts an sichtbar werden, und bis zum Anfange des Decembers, also mehr als drei Monate hindurch es bleiben. Die Zeit, in welcher er hell genug für wirkliche Beobachtungen ist, wird etwa vom Ende des Septembers anfangen. Selbst mit weit schwächeren Fernröhren wird man ihn höchst wahrscheinlich von der Mitte des Octobers an mit Erfolg beobachten können, und nur die Nähe an der Sonne ihn unsern Augen entziehen. Während des Septembers und Octobers ist er für Berlin die ganze Nacht hindurch über dem Horizonte, im November wird er vor Sonnenaufgang und nach Sonnenuntergang beobachtet werden können, im December, wenn es überhaupt möglich seyn sollte, nur in den Morgenstunden.

Vorzüglich wird diese Erscheinung aber dadurch interessant, dafs sie, wenn auch nicht jetzt gleich, doch späterhin, wenn die übrigen Elemente mit gröfserer Sicherheit aus späteren Erscheinungen bestimmt seyn werden, zu einer Bestimmung der Merkursmasse dienen kann, welche im Grunde genommen, wenigstens bei *Laplace*, noch völlig unbekannt und nur nach einer etwas willkührlichen Hypothese angenommen ist. Aus der Annahme für den Halbmesser des Merkurs von 7″ in der mittleren Entfernung der Erde, und aus der Bemerkung, dafs die bekannten Dichtigkeiten der Erde, des Jupiters und Saturns nahe umgekehrt ihren mittleren Entfernungen proportional sind, welche Hypothese auf die Dichtigkeit des Merkurs ausgedehnt ist, hat *Laplace* Méc. cél. Livre VI. Cap. 17. 21 die Masse zu $\frac{1}{2000000}$ bestimmt. Andere Gründe für diese Annahme aufzufinden ist mir nicht gelungen, so dafs die Merkursmasse bis jetzt noch nicht strenge ermittelt zu seyn scheint. Unter allen Himmelskörpern, die in geschlossenen Bahnen sich bewegen, kommt keiner, wie Herr Dr. *Olbers* gleich anfangs (Berl. Astr. Jahrb. 1822 pag. 197) es bemerkte, dem Merkur so nahe, wie dieser Comet, so dafs er im Minimum selbst bis auf 0,018 sich ihm nähern kann. Bei den früheren Erscheinungen war eine bedeutende Annäherung, und damit die Möglichkeit, aus den Störungen, die sie mit sich führt, auf die störende Masse zu schliefsen, nicht eingetreten, aber im Jahre 1835 Aug. 23 näherten sich beide Himmelskörper einander so sehr, dafs die kleinste Entfernung nur 0,12 betrug. Die durch den Merkur in dieser Nähe bewirkten Aenderungen in den Elementen des Cometen werden bei der bevorstehenden Erscheinung so merklich hervortreten, dafs sie die Wiederkehr zum Perihel um 0,1 Tag früher bewirken, als es ohne den Merkur der Fall gewesen wäre, und die bei der grofsen Nähe an der Erde beträchtliche Gröfse des Einflusses dieser Aenderung auf den geocentrischen Ort wird machen, dafs zur Zeit der besten Sichtbarkeit des Cometen der Einfluſs der Merkurstörungen beträgt in

1838.	Gerader Aufsteigung.	Abweichung.
Oct. 13.	+ 13′ 8″	+ 7′ 26″
23.	+ 13 32	+ 17 12
Nov. 2.	— 57 54	+ 16 50
12.	— 41 48	— 8 16
23.	— 24 33	— 8 22

so dafs über die Richtigkeit der Merkursmasse, in so fern ein sehr bedeutender Irrthum dabei stattfinden sollte, schon die bloſse Vergleichung der Ephemeride mit den Beobachtungen entscheiden wird. Später wenn die Durchgangszeit des Perihels, sofern sie von den andern Umständen abhängt, auf Hunderttheile oder Tausendtheile eines Tages zu bestimmen möglich seyn sollte, wird man auch eine verhältnifsmäfsig geringe

*) Herr Professor *Encke* nennt den Cometen, der in diesen Blättern immer, und auch sonst allgemein, der *Enckesche* Comet genannt wird, bekanntlich den *Pons*schen Cometen. S.

Digitized by Google

Grenze für die Sicherheit der Merkursmasse erhalten, da allerdings die auffallende Vergrößerung des Einflusses bei dem geocentrischen Orte nur scheinbar zu der größeren Genauigkeit beiträgt, weil sie bei den übrigen Störungen der Durchgangszeit eben so einwirkt.

Schon bei der letzten Erscheinung im Jahre 1835 war es mir nicht möglich gewesen, die Störungsrechnungen in derselben Ausdehnung wie früher durchzuführen, und ich hatte mich begnügen müssen, die Jupitersstörungen beiläufig zu berechnen, und die übrigen Planetenstörungen zu schätzen. Die daraus berechnete Ephemeride hatte sich indessen über Erwartung bewährt. Jetzt würde ich die Störungsrechnung für zwei Umläufe völlig haben aufgeben müssen. Um so mehr fühle ich mich dem Herrn *Carl Bremiker*, welcher früher schon bei der Vermessung von Westphalen beschäftigt, seit drei Jahren hier dem mathematischen und astronomischen Studium mit grofsem Erfolge seine Zeit widmet, zum größten Danke verpflichtet, dafs er weder durch die grofse Länge der Rechnung und den damit verknüpften Zeitaufwand, noch durch die Undankbarkeit derselben (in so fern das Resultat auf ein Paar Zahlen hinauskommt, denen durchaus nicht diejenigen, die selbst nicht eine solche Arbeit versucht haben, den Werth in Vergleich mit der angewandten Mühe beilegen werden, den sie haben) sich abschrecken liefs, die Rechnung durchzuführen. Die grofse Sorgfalt, die er darauf verwandt, verbunden mit der Prüfung, welche die Differenzen darbieten, läfst bei mir keinen Zweifel übrig, dafs er sie nicht eben so genau gemacht hat, als ich sie nur hätte machen können; und wenn auch die befriedigendste Belohnung für ihn selbst daraus hervorgehen wird, dafs die vollständige Durchführung einer so bedeutenden Rechnung ihm die gründlichste Einsicht in das Wesen derselben, und die dabei zum Grunde liegenden Formeln der physischen Astronomie gegeben hat, so kann ich doch nur lebhaft wünschen, dafs auch ein günstiger Erfolg ihm die darauf gewandte Mühe und Zeit einigermafsen vergüten möge.

Den Störungsrechnungen wurden die Elemente zum Grunde gelegt, welche in den Astr. Nachr. Nr. 210 u. ff. aus den Erscheinungen bis 1829 abgeleitet sind, sowohl in Bezug auf die Massen, als auf die Constante und das Gesetz des Widerstandes. In den dort gebrauchten Zeichen betrugen die Störungen von

1829 Jan. 9,72 bis 1832 Mai 4,0 M. Par. Zeit.

Δi = + 92″144
$\Delta\Omega$ = — 11,143
$\Delta\varphi$ = +302,924
$\Delta\pi$ = + 21,198
$\Delta\mu$ = + 1,409544
ΔM = +1226,845
Betrag der Präcession . . . . 2′ 46″447.

Diese sind noch von mir berechnet. Aus den Beobachtungen des Cometen im Jahr 1832, in Buenos Ayres von Herrn *Mossotti*, und am Vorgebirge der guten Hoffnung von Herrn *Henderson*, habe ich den Normalort abgeleitet:

1832 Jun. 6,9 Mittl. Par. Zeit.
AR. Com. = 52° 20′ 47″7
Decl.Com. = —19 12 6,9.

Die Rechnung nach den zum Grunde gelegten Elementen und Störungswerthen giebt dafür:

AR. Com. = 52° 18′ 19″4
Decl.Com. = —19 13 21,9.

so dafs die Fehler sind in

AR. — 2′ 28″3
Decl. — 1 15,0

An sie schliefsen sich die Störungs-Rechnungen von Herrn *Bremiker*, welche geben:

1832 Mai 4,0 — 1835 Aug. 26,3.

Δi = — 54″786
$\Delta\Omega$ = + 1,912
$\Delta\varphi$ = —145,890
$\Delta\pi$ = — 17,887
$\Delta\mu$ = — 0,559504
ΔM = + 341,874
Betrag der Präcession . . . 2′ 46″316.

Aus den Beobachtungen des Cometen in Breslau von Herrn *von Boguslawsky*, und in Mailand von Herrn *Kreil*, habe ich den Normalotr abgeleitet:

1835 Jul. 30,5 Mittl. Par. Zeit.
AR. Com. = 100° 57′ 11″8
Decl.Com. = +29 45 42,4.

Die Rechnung nach den obigen Elementen und den Störungswerthen giebt dafür:

AR. Com. = 100° 56′ 6″5
Decl.Com. = +29 46 1,8.

so dafs die Fehler sind in:

AR. — 1′ 5″3
Decl. + 0 19,4.

Bei der Geringfügigkeit der Fehler (die zugleich als Prüfung für die Rechnung des Herrn *Bremiker* in gewissem Sinne dienen kann) habe ich nicht geglaubt, an den Elementen irgend etwas ändern zu dürfen. Theils nämlich würde eine etwas geänderte Jupitersmasse wohl anzuwenden seyn, da meine Annahme noch etwas verschieden ist von der Bestimmung von *Airy*, die unstreitig den Vorzug verdient, theils wird eine kleine Vernachlässigung in Bezug auf die Reducirung der Bahn auf eine feste Ebene zu verbessern nothwendig seyn, so dafs ein nochmaliges Zusammenstellen aller Rechnungen über die Erscheinungen seit 1819 bei einer Verbesserung der Elemente vorgenommen werden mufste. Dieses jetzt vor den nächsten Beobachtungen zu thun, scheint mir ein unnützer Aufwand von Zeit, da die neuen Beobachtungen doch wieder mit den früheren vereinigt werden müssen, bei dem grofsen Einflusse der Merkursmasse, es erst abzuwarten ist, welche Gröfse man ihr

Digitized by Google

beilegen mufs, und überdem die Kleinheit der obigen Fehler vollkommen dagegen sichert, dafs das Auffinden des Cometen im Anfang irgend erschwert wird durch die Unsicherheit des Orts. Kaum sollte ich fürchten, dafs die ersten Oerter um mehr als höchstens 5 Minuten abweichen werden, weil die Bestimmung der Durchgangszeit durch das Perihel bei ihnen von geringem Einflufs ist. Der Erfolg wird sonach unmittelbar zeigen, in wiefern ein System von Elementen aus 10jährigen Beobachtungen (1819—1828) abgeleitet, sich für die nächsten zehn Jahre (1828—1838) bewährt.

Die Störungsrechnungen des Herrn *Bremiker* für die neue Periode ergeben:

1835 Aug. 26,3 — 1838 Dec. 19,0.

$\Delta i = + 11''504$
$\Delta \Omega = - 66,986$
$\Delta \varphi = + 52,855$
$\Delta \pi = + 47,649$
$\Delta \mu = + 0,416711$
$\Delta M = - 262,009$

Betrag der Präcession . . . . 2′ 46″ 510

womit denn die Elemente folgen

1838 Dec. 19,0 mittl. Berl. Zeit.

$M = 0^\circ\ 0'\ 0''59$
$\mu = 1071''18372$
$\pi = 157^\circ 27' 34''8$
$\Omega = 334\ 36\ 31,8$ } M. Aeq. Dec. 19.
$\varphi = 57\ 41\ 44,0$
$i = 13\ 21\ 29,0$

Mit diesen ist die beifolgende Ephemeride so berechnet, dafs sie als constant angenommen sind. Die aufgeführten Geraden Aufsteigungen und Abweichungen gelten für das mittlere Aequinoctium von Dec. 19. Will man die wahren Oerter, bezogen auf das scheinbare Aequinoctium des Tages, haben, so wird man die in den Rubriken: Reduction auf das wahre Aequinoctium aufgeführten Gröfsen, den Geraden Aufsteigungen und Abweichungen algebraisch hinzuzufügen haben, und von der Beobachtungszeit, die in der Rubrik Aberration aufgeführte mittlere Zeit abziehen. Die zwei ersten Glieder der Aenderungen der Coordinaten bei der Geraden Aufsteigung mit p und p', bei der Abweichung mit q und q' bezeichnet, werden in den bei weitem meisten Fällen hinreichen, das Resultat der Ephemeride auf jeden beliebigen Zeitpunkt mit der strengsten Schärfe zu übertragen.

Es wäre jetzt nur noch der Betrag der Störungen der Elemente von Decbr. 19 bis zu jedem beliebigen Tage hinzuzufügen. Diese ist indessen theils sehr gering, theils so unregelmäfsig, wegen der schnellen Aenderung der Coefficienten, welche den Einfluss jeder Aenderung eines Elementes auf die geocentrischen Coordinaten ausdrücken, dafs es rathsam geschienen hat, nur für bestimmte Tage ihn zu berechnen. Die folgende Tabelle, in welcher die Correctionen so zu verstehen sind, dafs sie algebraisch den Oertern der Ephemeride hinzuzufügen sind, wird nahe die Correction geben.

1838.	$\Delta\alpha$.	$\Delta\delta$.
Aug. 2,0	+ 4″9	− 2″4
20,0	+ 5,3	− 2,7
Sept. 7,0	+ 5,7	− 3,1
25,0	+ 5,5	− 4,0
Oct. 13,0	+ 4,1	− 6,7
23,3	+11,9	− 7,2
Nov. 2,6	+26,3	+ 1,4
12,9	+ 8,6	+ 5,9
23,2	+ 1,8	+ 1 9
Dec. 3,5	+ 1,4	+ 0,9
13,8	+ 0,0	+ 0,2
24,1	− 0,2	+ 0,1.

Die angegebenen Entfernungen von der Erde und Sonne, von denen die letzten nicht weiter interpolirt sind, als die unmittelbare Rechnung sie gab, werden theils für die Parallaxe, theils für die Schätzung der Lichtstärke des Cometen dienen können.

Auch diese Ephemeride in ihrer ganzen Ausdehnung verdanke ich dem Herrn *Bremiker*. Eine Berechnung mit weniger Decimalen (Herr *Bremiker* hat 7 angewandt) für Intervalle von 12 zu 12 Tagen hat mir gezeigt, dafs irgend welcher constante Fehler von Erheblichkeit nicht stattfinden kann.

Encke.

(Die Ephemeride in der folgenden Nummer.)

Vorschlag die bei achromatischen Fernröhren erforderliche Länge durch ein Spiegeltelescop mit einem besonderen Glasspiegel bis auf mehr als die Hälfte abzukürzen.

Von Herrn *Fr. W. Barfuss.*
Weimar 1838.

§. 1.

Bekanntlich hatte *Newton* für sein Spiegeltelescop zuerst einen Glasspiegel vorgeschlagen, und auch die späteren Verfertiger von Spiegeltelescopen hatten denselben anzuwenden versucht; allein man ging gar bald zu den Metallspiegeln über, indem man fand, dafs die Strahlen, welche von der Vorderfläche des Glasspiegels reflectirt werden, und mit voller Intensität durch die Oculare gehen, den Eindruck des Hauptbildes zu sehr schwächen. Man hat es allerdings bedauert, mit dem Verluste des Glasspiegels auch zugleich den Verlust an Dauerhaf-

Digitized by Google

tigkeit catoptrischer Instrumente zu erleiden, da Metallspiegel durch Oxydation in der Luft gar zu leicht die Politur verlieren; man hat aber bis jetzt doch noch kein Mittel erfunden, den Hauptfehler des Glasspiegels, der eben in der doppelten Reflexion besteht, für catoptrische Fernröhre unschädlich zu machen. Hierfür gebe ich nun den Vorschlag, ein Planconvexglas auf der erhabenen Seite mit Folie zu belegen und vor dasselbe noch ein Biconcavglas zu setzen; bei dieser Vorrichtung wird der Fehler der doppelten Reflexion für *Newtons* Telescop gröfstentheils, für das von *Gregory* ganz unschädlich gemacht, so als ob gar keine doppelte Reflexion statt fände.

Indessen leuchtet auch der grofse Mangel, den dieses dioptrisch-catoptrische Objectiv besitzt, sogleich in die Augen, denn es findet bei der Brechung und bei der Spiegelung ein doppelter Verlust an Licht statt. Aber unsere Vorrichtung hat andere Vorzüge, welche alles, was Spiegeltelescope und achromatische Refractoren in gleicher Hinsicht leisten, weit übertreffen; und die Vergleichung dieser Vorzüge mit den Mängeln wird zeigen, ob ein so eingerichtetes Telescop brauchbar sey oder nicht. Sollte aus mir unbekannten Gründen das letztere sich ergeben, so mag man meine Arbeit als einen blofsen theoretischen Gedanken beurtheilen, wie ja die Geschichte der physikalischen Wissenschaften zeigt, dafs das meiste Gedachte eben nur Gedanke war.

Nun wollen wir die Einrichtung und Wirkung unseres Objectivs näher untersuchen.

§. 2.

Man denke sich eine Biconvexlinse auf der einen Seite mit Folie belegt, so dafs sie einen Hohlspiegel abgiebt. Ein Strahl also, der auf diesen Spiegel fällt, wird gebrochen, dann gespiegelt, dann wieder gebrochen, man sucht nun die Weite β vom Spiegel, in welcher ein aus der Axe kommender und so modificirter Strahl mit der Axe wieder vereinigt wird.

Ist die Entfernung des strahlenden Punctes $= a$, der Halbmesser der offenen Fläche $= \rho$, das Brechungsverhältnifs $= n$, so wird nach der ersten Brechung der Strahl in einer Entfernung $= k = \frac{na\rho}{(n-1)a-\rho}$ hinter dem Glase mit der Axe vereinigt. Nun wird er gespiegelt, als käme er aus der Entfernung k hinter dem Spiegel, und daher ist jetzt die Weite der Vereinigung $= c = \frac{kR}{2k+R}$, wo R den Halbmesser der belegten Fläche bedeutet. Beim Rückgange durch die offene Fläche wird der Strahl wieder gebrochen, als käme er aus der Entfernung c, und da er aus Luft in Glas geht, so haben wir in der Formel für k, c statt a, $\frac{1}{n}$ statt n zu setzen. Dieses gibt $\beta = \frac{-c\rho}{(n-1)c+n\rho}$. Das negative Zeichen deutet an, dafs β die entgegengesetzte Lage von k hat. Daher ist

$$\frac{1}{\beta} = \frac{n-1}{\rho} + \frac{n}{c} = \frac{n-1}{\rho} + \frac{n}{k} + \frac{2n}{R}, \text{ oder endlich}$$

$$\frac{1}{\beta} = \frac{2(n-1)}{\rho} + \frac{2n}{R} - \frac{1}{a}.$$

Die offene Fläche des Spiegels soll nach unserer Voraussetzung immer eben seyn. Für diesen Fall ist dann $\frac{1}{\beta} = \frac{2n}{R} - \frac{1}{a}$; folglich die Brennweite $p = \frac{R}{2n}$, und $\frac{1}{\beta} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a}$.

Die Brennweite fällt also noch geringer aus, als bei einem einfachen Hohlspiegel von gleicher Krümmung. Für $n = \frac{3}{2}$ ist sie bekanntlich $\frac{1}{4}R$.

§. 3.

Da die Brennweite eines solchen Spiegels von dem Brechungsverhältnifs des Glases abhängt, so wird er nicht frei seyn können von der Farbenzerstreuung. Man differentiire also p nach der Farbenzerstreuung, so ist $dp = p.\frac{dn}{n}$. Für ein Convex- oder Concavglas von der Brennweite p ist $dp = \frac{dn}{n-1}p$, und folglich ist hier die Zerstreuung weit gröfser, für $n = \frac{3}{2}$ dreimal so grofs, als dort. (Das Differential von p ist positiv genommen, da das Zeichen auf die Rechnung keinen Einfluss hat.) Daher wird man farblose Bilder erhalten können, wenn man vor den Spiegel ein Hohlglas von derselben Glasart setzt. Wir wollen nun die Brennweite dieses Hohlglases suchen, welche erforderlich ist, um das Bild achromatisch zu machen.

Es sey also q die Brennweite des Hohlglases, e seine Entfernung vom Spiegel, die Entfernung des Objectes unendlich, so fallen die Strahlen so auf den Spiegel, als kämen sie aus der Entfernung $q+e$. Daher hat man für die Vereinigungsweite β nach der Spiegelung, bevor der Strahl durch das Hohlglas zurückgeht, $\frac{1}{\beta} = \frac{1}{p} - \frac{1}{q+e}$. Nun fallen die Strahlen so auf das Hohlglas, als kämen sie aus der Entfernung $-(\beta-e)$, also haben wir für die Brennweite γ des ganzen Systemes $\frac{1}{\gamma} = \frac{1}{\beta-e} - \frac{1}{q}$.

Soll hier Achromatismus eintreten, so mufs $d\gamma = 0$ seyn, d. h. es mufs seyn $\frac{d\beta^2}{(\beta-e)^2} - \frac{dq}{q^2} = 0$. Aber $d\beta = \beta^2\left[\frac{dp}{p^2} - \frac{dq}{(q+e)^2}\right]$, $dp = \frac{1}{n}pdn$, $dq = \frac{qdn}{n-1}$, folglich:

Digitized by Google

$$\frac{\beta^2}{(\beta-e)^2}\left[\frac{1}{np}-\frac{q}{(n-1)(q+e)^2}\right]-\frac{1}{(n-1)q}.$$

oder $$\frac{1}{q}\left(1-\frac{e}{\beta}\right)^2=\frac{n-1}{np}-\frac{q}{(q+e)^2}.$$

Wir wollen e so klein annehmen, dafs man die zweiten Potenzen davon vernachlässigen kann, dann wird nach einigen Reductionen:

$$q=\frac{2n}{n-1}(p-e).$$

Hier scheint es am vortheilhaftesten, wenn Glas und Spiegel hart an einander liegen, also $e=0$ ist. Dann ist

$$q=\frac{2np}{n-1}=\frac{R}{n-1}.$$

Also mufs die Brennweite des Zerstreuungsglases der des Planconvexglases gleich seyn. Daraus findet sich $\beta=\frac{2np}{n+1}$, und $\gamma=np=\frac{1}{2}R$, woraus der merkwürdige Satz folgt, dafs das Bild farblos wird, wenn die Brennweite des Systemes der des Hohlspiegels gleich wird, den die belegte Fläche für sich abgeben würde. Dann wird nämlich die durch die Spiegellinse verursachte Brechung wieder aufgehoben.

Dieser Achromatismus vereinigt alle ungleichartigen Strahlen und läfst kein secundäres Spectrum übrig, in sofern dasselbe nicht etwa abhängt von den zweiten Potenzen von dn. Ein solches bleibt noch immer zurück, mufs aber weit geringer seyn, als das eines achromatischen Refractors, da für Flintglas dn, und also noch mehr dn^2 gröfser ist, als dasselbe dn und dn^2 bei gemeinem Spiegelglase, welches wir hier der leichteren Bereitung und geringeren Farbenzerstreuung wegen immer anwenden. Sollte nicht vielleicht die Anwendung des Flintglases zu achromatischen Fernröhren in der Gröfse von dn^2 einmal ihre Grenze finden?

Unser Achromatismus erfordert weit weniger Kunst, als der bei dioptrischen Fernröhren; man braucht nicht einmal n zu kennen, denn wenn ρ und r die Halbmesser des Zerstreuungsglases bedeuten, so ist $\frac{r\rho}{r+\rho}=-R$. Indessen mufs man n kennen, um die Kugelabweichung aufheben zu können, und hierzu genügt ein einfacher Versuch, indem man bemerkt, in welcher Entfernung ein Planconvexglas im verfinsterten Zimmer die deutlichsten Bilder gibt. In dieser Hinsicht übertrifft also unser System gar sehr die dioptrischen Objective.

§. 4.

In einem fast noch höheren Grade übertrifft auch das dioptrisch-catoptrische Objectiv die dioptrischen in Hinsicht auf Abweichung wegen der Kugelgestalt. Um aber hier die gehörigen Rechnungen anstellen zu können, müssen wir erst die Abweichung unseres Spiegels untersuchen.

Nach *Klügels* Dioptrik ist die Abweichung bei der Brechung durch die Vorderfläche eines Glases $=-\frac{(nk+a)(a+k)^2}{2(n-1)^2a^3k}xx$, wo x die Einfallshöhe bedeutet, a und k aber die in §. 2 genannte Geltung haben. Für gegenwärtigen Fall, wo die brechende Fläche eben, also $\rho=\infty$ ist, wird $k=-na$, also die Abweichung $=-\frac{nn-1}{2na}xx=+\frac{nn-1}{2k}xx$ und positiv, wenn k als positiv angesehen wird.

Diese Abweichung verursacht eine Abweichung bei der Spiegelung, welche man findet, wenn man $c=\frac{kR}{2k-R}$ nach k differentiirt. Sie ist also $=-\frac{ccdk}{kk}$. Die Spiegelfläche selbst bringt eine Abweichung $=-\frac{1}{4}\left(1-\frac{c}{k}\right)^2\frac{xx}{R}$ hervor, welche mit der vorigen zusammen die vollständige Aenderung dc von c ausmacht.

Beim Rückgange durch die Vorderfläche werden die Strahlen mit der Axe in einer Entfernung vereinigt, welche man findet, wenn man in der Formel für $k=na$, $c+dc$ statt a, $\frac{1}{n}$ statt n setzt. Dieſs gibt eine Abweichung $=\frac{1}{n}dc$. Hierzu kommt noch die von der Vorderfläche selbst hervorgebrachte Abweichung, welche man findet, wenn man in der Formel für dk, c statt k, $\frac{1}{n}$ statt n setzt. Sie ist also $-\frac{nn-1}{2n}.\frac{xx}{c}$. Darum ist die Gesammtabweichung

$$-xx\left[\frac{nn-1}{2n}.\frac{cc}{k^3}+\frac{1}{4nR}\left(1-\frac{c}{k}\right)^2+\frac{nn-1}{2nc}\right]$$

Ist der Gegenstand unendlich weit, so ist $k=\infty$, $c=\frac{1}{2}R$, also die Abweichung $=-\frac{4nn-3}{4nR}xx$. Für $n=\frac{3}{2}$ wird dieses gerade $-\frac{xx}{R}=-\frac{xx}{3p}$, also dafs bei einem solchen Spiegel die Abweichung wegen der Kugelgestalt gröfser ist, als bei einem einfachen.

§. 5.

Um nun die Abweichung des dioptrisch-catoptrischen Objectivs zu berechnen, stellen wir vor unserem Spiegel ein Convexglas von der Brennweite q in der Entfernung e auf. Bei diesem Glase sey die Vereinigungsweite der aus irgend einem Puncte der Axe kommenden Strahlen $=\alpha$, die Abweichung $d\alpha$. Nunmehr fallen die Strahlen aus der Entfernung $e-\alpha$ auf den Spiegel und ihre Vereinigungsweite β wird durch die Formel ausgedrückt $\frac{1}{\beta}=\frac{1}{p}-\frac{1}{e-\alpha}$. Das Differential derselben nach α ist $\frac{\beta\beta d\alpha}{(e-\alpha)^2}$, welches der eine Theil der Abweichung

Digitized by Google

bei der Spiegelung ist. Dazu kommt noch eine Abweichung u wegen der Spiegelflächen, so dafs die ganze Abweichung von β $\beta = d\beta = \frac{\beta\beta dx}{(e-\alpha)^2} + u$ gefunden wird.

In u ist die Einfallshöhe $= \frac{e-\alpha}{\alpha} x$ zu nehmen.

Nun gehen die Strahlen wieder durch das Glas, als kämen sie aus der Entfernung $e-\beta$, und ihre Vereinigungsweite γ ist in der Formel $\frac{1}{\gamma} = \frac{1}{q} - \frac{1}{e-\beta}$ enthalten. Hier findet zunächst wegen $d\beta$ eine Abweichung $\frac{\gamma\gamma d\beta}{(e-\beta)^2}$ statt, wozu noch die Abweichung ω wegen der Gestalt des Glases hinzukommt. In ω ist die Einfallshöhe $= \frac{(e-\alpha)(e-\beta)}{\alpha\beta} x$ zu nehmen.

Setzen wir die Entfernung des strahlenden Punctes unendlich weit hinaus, so ist $\alpha = q$,

$$d\alpha = -\frac{nqxx}{2(n-1)^2}\left(\frac{n}{qq} - \frac{2n+1}{kq} + \frac{n+2}{kk}\right)$$

$$\omega = -\frac{n\gamma\gamma}{2(n-1)^2 q} \cdot \frac{(e-q)^2(e-\beta)^2}{qq\beta\beta} xx\left[n\left(\frac{1}{(e-\beta)^2} - \frac{1}{\gamma(e-\beta)} + \frac{1}{\gamma\gamma}\right) - \frac{2n+1}{\lambda}\left(\frac{1}{\gamma} - \frac{1}{e-\beta}\right) + \frac{n+2}{\lambda}\right]$$

Klügels anal. Dioptr. §. 177.

u setze man $= -\left(\frac{e-q}{q}\right)^2 Qxx$.

Hier ist k die Vereinigungsweite bei der Brechung der Vorderfläche des Glases $= \frac{nr}{n-1}$, λ dasselbe bei der Hinterfläche $= \frac{n(e-\beta)\rho}{(n-1)(e-\beta)-\rho}$. r und ρ sind die beiden Halbmesser. Daher ist $\frac{1}{\lambda} = \frac{n-1}{n\rho} - \frac{1}{n(e-\beta)}$

$= \frac{1}{nq} - \frac{n-1}{nr} - \frac{1}{n(e-\beta)} = \frac{1}{nq} - \frac{1}{n(e-\beta)} - \frac{1}{k}$.

Wir setzen nun $e = 0$ und schreiben $-q$ statt q; dadurch wird die Abweichung:

$$d\gamma = xx\left[\frac{n\gamma\gamma}{2(n-1)^2 q}\left(\frac{n}{qq} + \frac{2n+1}{kq} + \frac{n+2}{kk}\right) - \frac{\gamma^2 Q}{\beta^2} + \frac{n\gamma\gamma}{2(n-1)^2 q}\left(n\left(\frac{1}{\beta\beta} + \frac{1}{\beta\gamma} + \frac{1}{\gamma\gamma}\right) - \frac{2n+1}{\lambda}\left(\frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma}\right) + \frac{n+2}{\lambda\lambda}\right)\right].$$

und es ist $\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{n\beta} - \frac{1}{nq} - \frac{1}{k}$.

Der Factor Q ergibt sich aus §. 4, wenn man dort $a = q$, $k = \frac{2nnp}{n-1}$, $R = 2np$, $c = \frac{2nnp}{n+1}$ nimmt. Dann wird $Q = \frac{n^4 + 2nn - 2}{2nn(n+1)^2 p}$.

Setzt man alle diese Werthe in die Gleichung des §. 5 für $d\gamma$ und zuletzt noch $\frac{nr}{n-1}$ statt k, $\frac{\gamma}{n}$ statt p, so erhält man nach einer leichten Rechnung die Formel der Abweichung:

$$d\gamma = \frac{xx\gamma}{2nn}\left(\frac{2n^3 + 2n^2 - 3n - 2}{4\gamma\gamma} + \frac{2n^3 + 3n^2 - n - 4}{2\gamma r} + \frac{(n+2)(n-1)}{rr}\right),$$

§. 6.

In die Formel des vorigen § setzen wir nun dasjenige Verhältnifs zwischen p und q, welches der Achromatismus erfordert, also

$$q = \frac{2np}{n-1}, \quad \beta = \frac{2np}{n+1}, \quad \gamma = np, \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{nnp} - \frac{1}{k}.$$

welche demnach sehr einfach ausfällt.

Diese haben wir $= 0$ zu setzen, wenn die Abweichung gehoben werden soll.

Setzen wir hier zuerst $n = \frac{3}{2}$, so wird

$$d\gamma = \tfrac{1}{12} xx\gamma\left(\frac{19}{\gamma\gamma} + \frac{64}{\gamma r} + \frac{28}{rr}\right).$$

Nehmen wir $r = -4\gamma$, also das Hohlglas gleichseitig, so wird $d\gamma = \frac{19}{288}\frac{xx}{\gamma}$, oder nahe $= \frac{xx}{15\gamma}$, und demnach die Abweichung weit kleiner, als bei einem einfachen sphärischen Hohlspiegel. Nehmen wir aber $r = -3\gamma$, also $\rho = -6\gamma$, so wird $d\gamma = \frac{7xx}{648\gamma} = \frac{xx}{92{,}5\gamma}$.

Setzen wir aber $\frac{19}{\gamma\gamma} + \frac{64}{\gamma r} + \frac{28}{rr} = 0$, so findet sich einmal $r = -2{,}852\gamma$ und $\rho = -6{,}697\gamma$. Die andere Wurzel ist $r = -0{,}517\gamma$, welche ein für die Aufhebung der Kugelabweichung nicht recht taugliches Glas gibt. Für $n = 1{,}52$ wird $r = -2{,}8034$, und hieraus sieht man, dafs r abnimmt, wenn n wächst, daher man solches Glas wählen mufs, für welches n nicht gröfser ist als 1,52, da es vortheilhaft ist, wenn r so grofs als möglich wird.

§. 7.

Wir wollen nun auch die Abweichung der ungleichartigen Randstrahlen untersuchen. Differentirt man $d\gamma$ nach n, so erhält man

$$dd\gamma = \frac{\gamma xx dn}{2nnn}\left[\frac{2n^3 + 3n + 4}{4\gamma\gamma} + \frac{2n^3 + n + 8}{2\gamma r} + \frac{4-n}{rr}\right]$$

Digitized by Google

oder für $n = \frac{3}{2}$,

$$dd\gamma = \frac{\gamma x x dn}{108}\left[\frac{61}{\gamma\gamma} + \frac{130}{\gamma r} + \frac{40}{rr}\right].$$

oder, wenn man $r = -2{,}85$ setzt $dd\gamma = +\frac{xx}{5{,}3\gamma}dn$, und da dn ohngefähr $= \frac{1}{100}$, $dd\gamma = \frac{xx}{530\gamma}$. Diese Abweichung ist sehr gering, und da sie der Farbenzerstreuung der Oculare entgegengesetzt ist, so wird sie dadurch noch unschädlicher.

Um die Gröfse der Oeffnung unseres Objectivs zu bestimmen, überlegen wir, dafs der gröfste hier vorkommende Winkel des Strahles mit seinem Lothe derjenige ist, welchen der aus der Spiegellinse heraustretende und auf die Hinterfläche der Concavlinse fallende Strahl mit seinem Einfallslothe macht. Dieser ist aber $arc\,sin\frac{x}{\beta} + arc\,sin\frac{x}{\rho}$, wofür wir kurz $\frac{x}{\beta}+\frac{x}{\rho}$ setzen dürfen, oder $\frac{x}{\beta}+\frac{x}{\rho} = sin\left(\frac{x}{\beta}+\frac{x}{\rho}\right)$. Dieses gibt für $n = 1{,}52$ den gröfsten Sinus $\frac{7x}{5\gamma}$. Setzen wir diesen $= \frac{1}{2}$, so folgt $x = \frac{5}{28}\gamma$, also die Oeffnung $2x = \frac{5}{14}\gamma$, welches mehr als den dritten Theil der Brennweite des Systems beträgt. Soll aber der gröfste Sinus nur $\frac{1}{3}$ betragen, so wird die Oeffnung $\frac{5}{21}\gamma$, oder beinahe $= \frac{1}{4}\gamma$, welches ungemein viel ist. Für längere Röhre könnte man $2x = \frac{1}{5}\gamma$ machen, wo dann der gröfste Sinus etwa $\frac{1}{4}$, und der gröfste Winkel, den der Strahl mit seinen Lothen macht, etwa 8 Grade *).

Es braucht kaum bemerkt zu werden, dafs man bei gröfserer Genauigkeit auch die Dicke der Gläser durch eine indirecte Rechnung mit in Anschlag bringen kann. Diese Dicke wird auch bei der ungeheuren Oeffnung dennoch nicht übermäfsig gros. Die Krümmung der Spiegellinse erfordert eine Dicke $= \frac{\gamma}{256}$, wenn die Oeffnung $= \frac{1}{4}\gamma$ genommen wird, und eine Dicke $= \frac{\gamma}{400}$, wenn die Oeffnung $\frac{1}{5}\gamma$ beträgt.

*) Der Sinus des gröfsten Winkels, der eigentlich in der Rechnung gebraucht wird, ist der Sinus der Summe zweier Winkel, deren Sinusse $\frac{x}{\rho}$ und $\frac{x}{\beta}$, also $= \frac{x}{\rho}\sqrt{\left(1-\frac{x^2}{\beta^2}\right)} + \frac{x}{\beta}\sqrt{\left(1-\frac{x^2}{\rho^2}\right)}$, und die obige Formel für die Abweichung wegen der Kugelgestalt läfst eigentlich die fünfte Potenz von x in der Entwickelung dieses Sinus, oder das Glied

$$\frac{1}{8}\frac{x^5}{\rho\beta}\left(\frac{1}{\beta^3}+\frac{1}{\rho^3}\right)$$

weg. Nehmen wir nun $x = \frac{1}{10}\gamma$, so ist $\frac{x}{\beta} = \frac{1}{8}$, $\frac{x}{\rho} = \frac{1}{66{,}97}$ für $n = \frac{3}{2}$, also das vernachlässigte Glied mit $x^5 = 0{,}000000456$. Es wird also erst ein Fehler in der 7ten Decimalstelle begangen, woraus einleuchtet, dafs die Oeffnung $\frac{1}{5}\gamma$ selbst für sehr grofse Röhre noch zulässig ist. Kleinere Röhre von 2 bis 3 Fufs werden wohl recht gut $\frac{1}{4}\gamma$ als Oeffnung vertragen.

§. 8.

Wir wollen, nachdem die Vorzüge unseres Systemes in Bezug der aufgehobenen Abweichungen aller Art anerkannt sind, auch dessen Mängel näher betrachten. Diese Mängel sind aber zweierlei: 1) die vielfache Reflexion der Glasflächen und 2) der vielleicht nicht unbedeutende Lichtmangel.

Betrachten wir nun den erstgenannten Mangel. Die Vorderfläche der Hohllinse wirft die Strahlen convergent zurück, aber deren Hinterfläche und die ebene Fläche der Spiegellinse geben divergirende Strahlen, die durch den Rückgang durch das Hohlglas noch mehr zerstreut werden. Von allen diesen divergirenden Strahlen kann nichts auf den kleinen Spiegel fallen, wenn der Punkt, von dem die Strahlen ausgehen, in der Axe liegt; diese sind demnach unschädlich. Diejenigen Reflexionen, welche beim Rückgange der Strahlen von der eigentlichen Spiegelfläche statt finden, sind allen dioptrischen Fernröhren gemein, und dürfen daher nicht in Anschlag gebracht werden.

Es kann also nur die Reflexion von der Vorderfläche des Hohlglases schädlich wirken. Construiren wir nun zuerst das Telescop newtonisch, so mufs der kleine Spiegel wenigstens so weit vom Brennpuncte des Objectivs abstehen, als die halbe Oeffnung x, und wenigstens die Gröfse haben, dafs er den hier stattfindenden senkrechten Durchschnitt des Strahlenkegels fafst, der von den mit der Axe parallel auffallenden und vom Spiegel reflectirten Strahlen gebildet wird; diese Gröfse ist $\frac{2x^2}{\gamma}$. Der Focus der von der Vorderfläche reflectirten Strahlen ist um $1{,}4\gamma$ vom Objective entfernt, und sein senkrechter Durchschnitt beträgt da, wo der kleine Spiegel steht, $\frac{0{,}4\gamma+x}{1{,}4\gamma}2x$. Setzen wir nun $\gamma = 48''$, $x = 6$ Zoll, so verhalten sich jene beiden Durchschnitte $= x : \frac{0{,}4\gamma+x}{1{,}4} = 6 : \frac{25{,}2}{1{,}4} = 1:3$, ihre Flächen wie $1:9$, und hieraus sehen wir, dafs der kleine Spiegel nur $\frac{1}{9}$ des von der Vorderfläche reflectirten Lichtes aufnimmt. Indessen mufs wohl etwas mehr angesetzt werden, da der kleine Spiegel ein wenig gröfser zu machen ist. Nehmen wir die Oeffnung $= 12$ Zoll bei einer Länge von 60 Zoll, so findet man auf gleiche Weise, dafs nur ohngefähr $\frac{1}{13}$ jenes Lichtes vom kleinen Spiegel aufgefangen wird.

Anders aber steht die Sache, wenn das Telescop gregoryanisch gebaut wird. Hier geht fürs erste ein Theil des Ne-

Digitized by Google

benlichtes vor dem kleinen Spiegel vorbei, und das darauf fallende wird im Brennpuncte des kleinen Spiegels, oder vielmehr noch vor demselben gesammelt und wieder auf den grofsen Spiegel zurückgeworfen, jedoch kann nichts in das Loch gehen, wie man aus einer Zeichnung leicht sehen wird. Der grofse Spiegel wirft nun dieses Licht, da es fast aus seinem Brennpuncte kommt, nahe parallel zurück, so dafs es entweder ganz vor dem kleinen Spiegel vorbei geht, oder wenn ja ein Theil auf den Rand desselben fallen sollte, so wird er durch eine nochmalige Reflexion gänzlich aus dem Rohre entfernt.

Sonach wäre für dieses Telescop der Fehler der doppelten Reflexion der Glasspiegel ganz und gar gehoben.

§. 9.

Aber ein schwereres Examen mufs unser Objectiv aushalten, wenn es in Bezug auf Lichtstärke geprüft wird. Zuerst ist klar, dafs bei den Spiegelungen an den verschiedenen Glasflächen viel Licht verloren wird, denn es spiegeln beim Hin- und Hergange sechs solcher Flächen, und also wird dadurch so viel Licht verloren, als bei einem dreifachen dioptrischen Objective. Indessen mufs der Verlust doch etwas geringer angesetzt werden deshalb, weil das Licht durch keine Biconvexlinse geht. Es mag also der Lichtverlust nicht viel stärker seyn, als bei einem zweifachen dioptrischen Objective. Aber bei der Spiegelung wird viel Licht verloren, denn nach *Rumfort* verschlucken auch die besten Glasspiegel 0,3494 des darauf fallenden Lichtes. Ist hier der Verlust bei der Spiegelung an der Vorderfläche, und die Verschluckung beim Durchgange durch das Glas mitgerechnet, so dürfen wir wohl den Verlust bei der blofsen Spiegelung an der belegten Fläche kleiner ansetzen, und annehmen, dafs unser Objectiv $\frac{2}{3}$ des Lichtes zurückwirft, was ein doppeltes dioptrisches Objectiv durchläfst.

Unser Telescop erfordert aber nothwendig zwei Spiegelungen; und wenn das zweitemal wieder $\frac{1}{3}$ verloren wird, so bleiben im Ganzen nur noch $\frac{2}{9}$ des Lichts im achromatischen Refractor. Wenn wir indessen auf die vollkommenere Vereinigung der farbigen Strahlen so wie auf die offenbar vollkommnere Vereinigung der Central- und Randstrahlen aller Art etwas rechnen dürfen, so möchte es nicht zu viel erscheinen, wenn wir die Lichtstärke $\frac{1}{4}$ oder $\frac{2}{7}$ von der im achromatischen Refractor ansetzen.

Sollten sich aber die Glasspiegel nicht zu noch gröfserer Vollkommenheit bringen lassen, als aus *Rumforts* Versuchen hervorgeht? Sollte sich nicht der kleine Spiegel vollkommener herstellen lassen, so dafs er weniger, als $\frac{1}{3}$ des darauf fallenden Lichtes verschluckt? Hier kann man ja ohne eben sehr grofse Kosten die vom Grafen *von Sickingen* empfohlene Mischung aus Platina, Gold und Eisen anwenden, auch hat man den kleinen Spiegel bei der Politur besser in der Gewalt, als einen grofsen Objectivspiegel. Wenn dieses gelingt, so kann man wohl die Lichtstärke unseres Telescops auf $\frac{2}{7}$ von der im achromatischen Refractor setzen.

Wir wollen indessen jetzt nur die Hälfte dafür nehmen.

Unser Telescop verträgt nun eine Oeffnung von 1 Fufs bei einer Länge von höchstens 5 Fufs. Ein *Fraunhofer*scher Refractor dagegen hat bei derselben Länge nur eine Oeffnung von $\frac{1}{3}$ Fufs, also gewinnen wir an auffallendem Lichte das 9fache, und an zurückgeworfenem zum mindesten das 4fache. Demnach kann ein Fernrohr mit unserem Objective doppelt so viel vergröfsern, also dafs die Hälfte an der Länge erspart wird.

Ueberhaupt mufs unser Objectiv, wenn es mit dem kleinen Spiegel die Hälfte des auffallenden Lichtes verschluckt, im Verhältnifs $1 : \sqrt{2}$ gröfser seyn als das dioptrische, wenn es mit diesem gleiche Lichtstärke haben soll, welches freilich etwas viel ist. Anders aber steht die Sache, wenn es noch $\frac{2}{7}$ des auffallenden Lichtes übrig läfst, denn dann braucht es nur um 0,225 gröfser zu seyn, als das dioptrische, welches bei 9 Zoll Oeffnung des letzteren nur 2 Zoll beträgt.

Schliefslich bemerke ich nur noch, dafs ich jetzt ein solches Objectiv von 1 Fufs Brennweite und 3 bis 4 Zoll Oeffnung ausführen lasse. Das Fernrohr soll der gröfseren Leichtigkeit wegen, wie ein *Newtons*ches Spiegeltelescop gebaut werden. Ich hoffe von dem Erfolge dieses Unternehmens bald Nachricht geben zu können.

Fr. W. Barfufs.

Inhalt.

Schreiben des Herrn Professors und Ritters *Encke*, Directors der Berliner Sternwarte an den Herausgeber. p. 281.

Vorschlag, die bei achromatischen Fernröhren erforderliche Länge durch ein Spiegeltelescop mit einem besonderen Glasspiegel bis auf mehr als die Hälfte abzukürzen. Von Herrn *Fr. W. Barfufs*. p. 285.

Altona 1838. Juni 7.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

No. 354.

Beobachtungen von Mondsternen auf der Hamburger Sternwarte.

Von Herrn *Ch. Rümker.*

Hiebei sende ich Ihnen die von mir seit Anfang 1836 in Hamburg beobachteten Mondsculminationen, indem ich mir vorbehalte, die übrigen nachzuliefern. Bis zum April 1836 sind sie noch mit dem Passagen-Instrumente des seligen Herrn *J. G. Repsold* mit 7 Passagefäden beobachtet, seitdem aber mit dem Meridiankreise der Gebrüder *Repsold jun.*, welcher 13 Fäden und 8 Microscope hat. In der Erwartung, dafs auch auf anderen Sternwarten die langen Intervalle zwischen den im N. A. vorgeschriebenen Sternen mit Beobachtungen mehrerer im Parallele des Mondes befindlichen ausgefüllt, und möglicher Weise am Cap der guten Hoffnung ihre Declination mit der des Mondes verglichen werden möchte, habe ich die AR. und Decl. von noch mehreren sich seiner Bahn anschliefsenden Sternen beobachtet, und da des geringeren Einflusses wegen, welchen Refraction, Theilungsfehler und Excentricität auf den Declinations-Unterschied zweier beinahe in demselbigen Parallele culminirenden Gestirne haben können, die Bestimmung der Parallaxe des Mondes durch Vergleichung seiner Declination mit einem und demselben Sterne in beiden Hemisphären sicherer, als durch die Vergleichung ihrer absolut gefundenen Declinationen ist, so scheint es mir wünschenswerth, dafs auf dem Cap und in Europa auch die Declinationen der Mondssterne beobachtet werden. Uebrigens glaube ich nicht, dafs die starken Abweichungen der hier folgenden Declinationen von den Mondstafeln den ersteren zuzuschreiben sind. Die Declinationen des Mondes sind für Refraction, aber nicht für Parallaxe verbessert.

Rümker.

1836.	Sterne.	AR. h ′ ″	Fäden.
Jan. 25	ξ^2 Ceti	2 4 18,004	7
	Mond I	2 16 16,239	7
	29 Ariet.	2 23 54,826	7
	ν Ariet.	2 29 30,426	4
	38 Ariet.	2 36 1,474	6
	42 Ariet. π	2 40 8,276	7
Jan. 26	38 Ariet.	2 36 1,424	5
	ρ Ariet.	2 46 36,705	3
	s Ariet.	2 49 50,307	7
	Mond I	3 3 15,749	7
	τ Ariet.	3 11 45,957	7
	ξ Tauri	3 18 17,070	7
	f Tauri	3 21 49,295	7
	q Tauri	3 27 19,870	7
	η Tauri	3 37 44,595	7
Jan. 30	$\varkappa$ Aurigae	6 4 55,949	7
	μ Gemin.	6 13 2,786	7
	Mond I	6 31 23,099	7
	s Gemin.	6 33 50,999	7
Febr. 24	A^2 Tauri	3 55 37,671	6
	ω^1 Tauri	3 59 36,794	6
	ω^2 Tauri	4 7 39,106	7
	γ Tauri	4 10 27,725	7
	δ Tauri	4 13 28,726	6
	s Tauri	4 19 2,294	7
	Mond I	4 21 55,461	7
Febr. 24	Aldebaran	4 26 30,731	7
	τ Tauri	4 32 24,156	7
	l Tauri	4 41 46,859	7
	102 Tauri	4 53 17,734	7
Febr. 25	102 Tauri	4 53 17,776	7
	109 Tauri	5 9 25,608	6
	Mond I	5 14 25,151	7
	β Tauri	5 15 55,816	4
	ζ Tauri	5 27 50,977	7
	B Tauri	5 38 57,376	7
	C Tauri	5 43 1,563	7
	H Gemin.	5 54 9,355	4
Febr. 26	C Tauri	5 43 1,229	7
	η Gemin.	6 4 58,867	7
	Mond I	6 8 48,904	7
	μ Gemin.	6 13 2,133	5
	γ Gemin.	6 28 14,417	6
März 7	Mond II	15 4 12,581	7
	28 Libr.	15 11 36,593	4
	a Libr.	15 16 19,191	7
	ζ^3 Libr.	15 21 25,996	7
	ζ^4 Libr.	15 23 40,011	7
	γ Libr.	15 26 22,048	7
	X Libr.	15 30 36,048	7
	η Libr.	15 34 51,446	7
	θ Libr.	15 44 29,811	4

Digitized by Google

1836.	Sterne.	AR.	Fäden.	Decl.	Micr.
		h ′ ″		° ′ ″	
März27	λ Canc.	8 10 46,736	5		
	φ^2 Canc. cent.	8 16 51,891	7		
	δ Canc.	8 22 14,482	6		
	Mond I	8 31 26,689	7		
	γ Canc.	8 33 47,475	7		
	α^1 Canc.	8 46 58,432	7		
	α^2 Canc.	8 49 31,289	7		
	ν Canc.	8 53 8,846	7		
	ξ Canc.	8 59 55,603	7		
	q Canc.	9 9 49,768	7		
März29	γ Leon	10 10 56,204	7		
	Mond I	10 17 51,569	7		
	ρ Leon.	10 24 11,006	6		
	50 Leon.	10 30 7,111	7		
	52 x Leon.	10 37 44,583	7		
April25	λ Leon.	9 22 21,700	12	+23 41 18,71	8
	ψ Leon.	9 34 48,057	13	+14 43 8,94	8
	ν Leonis	9 49 24,212	13		
	Mond I o.R.	9 54 22,983	11	17 57 8,83	8
	γ^1 Leon.	10 10 55,985	13	20 40 7,49	8
	ρ Leon.	10 24 10,92	13	10 8 51,55	8
April26	ρ Leon.	10 24 11,04	12		
	Mond I o.R.	10 45 18,05	13	+12 52 6,07	8
April29	Mond I o.R.	13 18 22,816	13	— 6 9 28,77	8
	m Virg.	13 33 1,981	13	7 52 28,42	8
	p Virg.	13 46 18,596	13	0 41 39,11	4
	τ Virg.	13 53 19,843	13	2 20 23,61	8
	x Virg.	14 4 10,804	13	——— ———	
	i Virg.	14 7 26,804	13	5 13 0,58	8
April30	i Virg.	14 7 26,810	12	— 5 13 1,87	2
	Mond I o.R.	14 13 13,410	13	12 43 51,06	8
	μ Virg.	14 34 27,01	13	4 56 36,86	4
	α^2 Libr.	14 41 50,56	13	15 21 27,67	4
	ξ^2 Libr.	14 47 54,20	13	10 44 44,03	8
Nov. 13	Mond I	19 44 38,865	13		
	ψ Capric.	20 36 24,415	13		
Nov. 15	η Capric.	20 55 5,660	10		
	ε Capric.	21 27 55,415	13	—20 11 42,83	4
	δ Capric.	21 38 1,008	13	16 51 57,91	4
	Mond I u.R.	21 48 20,662	13	19 50 29,53	8
	σ Aquar.	22 22 0,177	13	11 30 38,93	2
	τ^5 Aquar.	22 40 56,564	13	14 27 3,42	4
Dec. 17	ν Piscium	1 32 57,009	13		
	Mond I u.R.	1 43 41,747	13	+ 8 45 0,325	8
Jan. 15 1837	ρ^5 Ariet.	2 46 39,400	13		
	*6th in Par.	3 1 29,000	9		
	Mond I u.R.	3 5 33,858	13	+17 47 57,14	2
	τ Ariet.	3 11 49,523	13	20 33 21,65	2
	η Tauri	3 37 48,347	13	23 35 51,63	2
	*6th mag.	3 45 10,608	13	16 8 15,64	2
Febr. 12	δ Ariet.	3 2 18,548	13	+19 6 25,73	4
	61 Ariet τ′	3 11 49,180	12		
	Tauri	3 27 23,313	13	22 40 12,62	4
	Mond I u.R.	3 38 10,590	13	20 49 18,57	8

1836.	Sterne.	AR.	Fäden.	Decl.	Micr.
		h ′ ″		° ′ ″	
Febr. 17	Mond I u.R.	8 9 59,430	7	+25° 1′ 1″42	4
	η Canc.	8 23 17,484	13	20 59 24,75	4
	γ Canc.	8 33 51,584	13		
	δ Canc.	8 35 25,910	4	18 44 54,48	4
	ρ^2 Canc.	8 45 54,261	13		
März 17	λ Canc.	8 10 50,972	13	+24 31 52,21	4
	φ^2 Canc. cent.	8 16 56,141	13		
	θ Canc.	8 22 18,549	13	18 38 27,65	4
	δ Canc.	8 35 25,683	7	18 44 57,55	4
	Mond I o.R.	8 42 57,980	13	23 16 9,35	4
	α^2 Canc.	8 49 34,801	10	12 29 2,28	4
	ξ Canc.	8 59 59,472	13	22 42 8,72	4
	q Canc.	9 9 53,534	13	18 23 33,08	4
März 18	ξ Canc.	8 59 59,668	13	+22 42 5,63	4
	q Canc.	9 9 53,651	13	18 23 36,17	4
	8th	9 26 37,967	13	15 33 0,32	3
	Mond I o.R.	9 32 54,353	13	19 23 59,06	8
	μ Leon.	9 43 30,213	13	26 46 19,40	4
	π Leon.	9 51 36,828	13	8 49 22,26	4
	α Leon.	9 59 42,374	13	12 45 38,76	4
März 19	π Leon.	9 51 36,853	13	+ 8 49 21,10	4
	α Leon.	9 59 42,345	13	12 45 36,66	4
	Mond I o.R.	10 21 37,076	13	14 38 3,34	8
	h Leon.	10 37 48,307	13	15 3 8,83	4
	c Leon.	10 52 19,181	10		
April 14	ξ Canc.	8 59 59,353	13	+22 42 3,605	4
	Mond I o.R.	9 13 22,281	13	21 9 48,875	4
	λ Leon.	9 22 25,439	13		
	o Leon.	9 32 27,793	13		
	α Leon.	9 59 42,394	13	12 45 37,94	4
April 16	γ Leon.	10 10 59,994	3		
	ρ Leon.	10 24 14,343	5	+10 8 34,33	4
	Mond I o.R.	10 49 18,169	13	11 33 5,77	4
	n Leon.	11 7 21,138	12	14 11 41,53	4
	i Leon.	11 15 26,800	13	11 25 29,38	2
Mai 10	α^2 Gemin.	7 24 11,267	11	+32 14 32,90	3
	β Gemin.	7 35 19,964	8	28 25 0,03	4
	Mond I o.R.	8 0 24,757	13	25 41 49,16	4
Mai 12	o Leon.	9 32 26,934	9		
	Mond I o.R.	9 42 9,196	13	+18 39 16,15	8
	α Leon.	9 59 41,620	13	12 45 43,97	8
	γ Leon.	10 10 59,304	13	20 39 52,46	8
Mai 13	Mond I	10 29 29,110	13		
	54 Leon.	10 46 47,656	13		
	χ Leon.	10 56 37,302	13		
	δ Leon.	11 5 27,010	13		
Mai 14	χ Leon.	10 56 37,112	4		
	n Leon.	11 7 21,042	12	+14 11 41,96	4
	Mond I o.R.	11 15 23,411	13	8 19 0,08	4
	ω Virg.	11 30 4,288	13	9 2 7,64	4
Mai 15	7 Virg. b	11 51 37,333	13	+ 4 33 39,46	2
	9 Virg. c	11 56 55,502	13		
	Mond I o.R.	12 0 53,406	11	+ 2 22 14,33	6
	η Virg.	12 11 35,440	13	+ 0 14 13,01	4
	γ Virg.	12 33 25,413	12	— 0 33 24,02	4
	α Virg.	13 16 38,344	13	—10 18 40,72	4

Digitized by Google

1837.	Sterne.	AR.	Fäden.	Decl.	Micr.
		h ′ ″		° ′ ″	
Mai 16	η Virg.	12 11 35,254	13	+ 0 14 14,75	4
	γ^1 Virg.	12 33 25,600	13	— 0 33 23,31	4
	Mondl o.R.	12 47 8,510	13	— 3 50 38,64	8
	α Virg.	13 16 38,439	13	—10 18 40,24	4
Mai 18	λ Virg.	14 10 19,566	3		
	2 Librae	14 14 41,354	13	—10 58 4,06	4
	Mondl o.R.	14 27 3,284	13	—16 4 56,37	4
	μ Virg.	14 34 30,161	13		
	20 Libr.	14 54 34 469	13	—24 38 15,85	4
Juni 13	Mond I	13 12 39,413	13		
	α Virg.	13 16 38,186	13		
Juni 16	Mond I	15 54 0,296	13		
	19 Scorp.	16 10 52,604	13		
	4 Oph. ψ	16 14 36,580	13		
	α Scorp.	16 19 27,888	13		
Juni 17	Mond I	16 58 30,795	13		
	θ Oph.	17 12 2,780	13		
Juli 12	Mondl o.R.	14 29 56,441	13	—16 41 34,63	8
	α^2 Libr.	14 41 54,041	13	15 21 43,99	8
	β Libr.	15 8 16,402	13	8 46 41,83	8
Juli 13	β Libr.	15 8 16,418	13	— 8 46 43,04	8
	Mondl o.R.	15 24 49,029	13	21 46 4,34	4
	π Scorp.	15 49 2,440	13	25 38 39,15	4
	β^1 Scorp.	15 56 0,449	13	19 23 17,90	4
Juli 26	Mond II	4 15 29,703	13		
	α Tauri	4 26 35,134	13		
Aug. 10	δ Scorp.	15 50 44,277	13		
	Mondl o.R.	15 58 1,870	13	—24 24 26,79	4
	Antares	16 19 27,623	13	26 4 3,16	4
Aug. 12	63 Oph.	17 44 54,784	13	—24 50 56,45	4
	γ^2 Sagitt.	17 55 23,076	13	30 25 10,58	4
	μ^1 Sagitt.	18 4 3,584	13		
	Mondl o.R.	18 6 56,737	13	28 49 26,72	4
Aug. 14	c Sagitt.	19 52 41,174	13	—28 9 23,46	4
	α^2 Capric.	20 9 3,443	13	13 2 35,08	4
	π Capric.	20 18 2,205	13	18 44 21,11	4
	Mondl u.R.	20 25 9,797	13	25 38 13,16	4
	η Capric.	20 55 10,194	13	20 29 31,26	4
	ζ Capric.	21 17 24,274	13	23 6 35,42	4
Aug. 15	η Capric.	20 55 10,329	13		
	32 Capric.	21 13 12,706	13		
	ζ Capric.	21 17 24,066	5		
	ε Capr.	21 27 59,676	13		
	Mondl u.R.	21 30 33,422	13	—20 46 22,96	4
	6th mag.	21 38 5,091	13	21 52 32,89	4
	μ Capric.	21 44 26,960	11	14 18 43,15	4
	i Aquar.	21 57 40,514	13	14 39 12,63	4
	θ Aquar.	22 8 16,314	8		
Sept. 6	Mondl o.R.	15 37 44,262	13	—23 12 59,40	4
	β^1 Scorp.	15 55 59,605	13	19 21 23,28	4
	Antares	16 19 27,247	13	26 4 0,18	4

1837.	Sterne.	AR.	Fäden.	Decl.	Micr.
		h ′ ″		° ′ ″	
Sept. 11	β^2 Capric.	20 11 53,465	6		
	π Capric.	20 18 1,909	12	—18 44 22,53	4
	τ^2 Capric.	20 28 15,287	13	15 42 19,16	4
	ψ Capric.	20 36 29,203	13	25 51 2,27	4
	Mondl u.R.	20 58 24,408	9	23 29 16,30	4
	δ Capric.	21 38 5,411	13	16 51 38,49	4
Sept. 22	η Gemin.	6 5 4,508	13		
	μ Gemin.	6 13 7,924	13		
	Mond II	7 22 10,316	13		
	α^2 Gemin.	7 24 13,086	10		
	β Gemin.	7 35 21,632	13		
Sept. 23	δ Gemin.	7 10 24,569	13		
	α^2 Gemin.	7 24 13,031	8		
	β Gemin.	7 35 21,677	13		
	Mond II	8 16 5,654	13		
Oct. 7	Mond u. R.	————		—28 25 52,55	8
Oct. 10	Mondl u.R.	22 32 56,524	13	—14 30 38,09	4
	τ^2 Aquar.	22 41 0,586	13		
	λ Aquar.	22 44 9,594	13	— 8 26 27,15	4
	81 Aquar.	22 52 57,985	13		
Oct. 12	i Pisc.	23 31 36,827	10	+ 4 45 0,29	4
	n Pisc.	23 39 36,832	13	— 3 39 44,32	4
	r Pisc.	23 53 39,217	13	— 6 54 55,73	4
	Mondl u.R.	0 20 59,928	13	— 0 22 37,23	4
	20 Mayer	0 39 53,248	13	+ 4 26 52,82	4
	γ Pisc.	1 33 0,363	13	+ 4 40 3,40	4
Nov. 6	δ Capric.	21 38 4,774	13	—16 51 41,06	4
	μ Capric.	21 44 26,742	13	14 18 47,42	4
	Mondl u.R.	22 11 53,288	12	16 43 7,12	4
	σ Aquar i	————	—	11 30 21,14	4
Dec. 10	η Tauri	3 37 52,635	13	+23 36 4,07	4
	7th mag.	3 46 40,320	13	20 17 40,77	4
	A^1 Tauri	3 55 8,145	11	21 38 9,80	4
	7.8	4 0 51,598	10	18 2 42,56	2
	Mondl o.R.	4 6 46,820	13	24 20 26,50	4
	6.7 mag.	4 15 31,713	8	18 39 56,91	4
	Aldeb.	4 26 38,635	13	16 10 48,29	4
	τ Tauri	4 32 32,474	13	22 38 32,84	4
	i Tauri	4 53 25,693	13	21 21 14,93	4
Jan. 1 1838	λ Aquarii	————		— 8 26 30,78	4
	ψ^3 Aquarii	23 10 31 219	13	10 29 51,03	4
	Mondl u.R.	23 25 35,365	13	7 21 5,19	4
Jan. 7	υ^1 Tauri	4 16 37,945	13		
	Aldebaran	4 26 38,676	13		
	τ Tauri	4 32 32,429	13		
	Mondl u.R.	4 44 38,172	13		
	β Tauri	5 16 4,237	13		
	ζ Tauri,	5 27 58,860	13		
Febr. 3	η Tauri	3 37 52,230	10	+23 36 3,53	4
	A^1 Tauri	3 55 8,212	10	21 38 5,98	4
	υ^2 Tauri	4 16 37,877	13	22 26 32,02	4
	Mondl u.R.	4 26 51,770	13	25 14 47,28	4
	i Tauri	4 53 25,962	13	21 21 15,20	4
	β Tauri	5 16 4,016	13		

Digitized by Google

1838.	Sterne.	AR.	Fäden.	Decl.	Micr.
		h ′ ″		° ′ ″	
Febr. 4	i Tauri	4 53 25,980	13		
	Mondl u.R.	5 25 3,458	13	+27 15 58,80	4
	c Tauri	5 43 9,858	13		
	7.	6 0 32,296	13	26 28 28,43	4
	x Tauri	6 5 4,449	13	29 33 12,65	4
März 3	Aldebaran	4 26 38,101	13	+16 10 45,30	4
	i Tauri	4 53 25,327	13	21 21 17,16	4
	Mondl u.R.	5 5 50,158	13	26 58 9,81	4
März 3	β Tauri	5 16 3,689	13	+28 27 59,45	4
	26 Aurigae	5 28 14,523	5	30 23 31,80	4
	c Tauri	5 43 9,335	13	27 34 13,33	2
März 6	x Gemin.	7 34 40,714	13	+24 46 51,28	4
	Mondl u.R.	7 58 22,445	13	25 37 49,36	4
	χ Cancr.	8 10 14,014	13	27 44 13,92	4
	φ² Canc. cent.	8 17 0,126	13	27 27 32,41	4

Elemente des Doppelsterns η Coronae.

Seit der ersten Beobachtung *Herschels* hat dieses Sternenpaar schon beträchtlich mehr als einen vollen Umlauf zurückgelegt, so dafs ein Versuch, seine Bahn zu bestimmen, wenigstens in Beziehung auf Umlaufszeit, der äufserst geringen scheinbaren Distanz beider Sterne ungeachtet, einigen Erfolg zu verbürgen scheint. Auch hat *Herschel II (On the Orbits of revolving double stars, London 1834)* bereits einen solchen Versuch gemacht; da er aber nur die Beobachtungen bis 1833,28 benutzen konnte und seit jener Zeit eine Reihe höchst genauer Messungen von *Struve*, die von *Herschels* Bahn erheblich abweichen, hinzugekommen ist, so gebe ich hier die Resultate einer neuen Untersuchung.

In *Herschels* angeführter Bearbeitung kommt ein Positionswinkel vor:

1819,70. 359° 0′ *Struve*;

welchen ich aber in dessen neuestem Werke nirgend erwähnt finde, und den ich deshalb auch nicht mit zur Berechnung hinzugezogen habe. Zur Vergleichung mögen hier die älteren Elemente mit aufgeführt werden:

Durchgang durch das Perihel	1806,20	1815,20
Umlaufszeit	44,242 J.	43,340 J.
Aufsteigender Knoten	40° 35′	22° 35′2
Perihel vom Knoten	178 38	263 10,3
Neigung	37 24	71 29,1
Excentricitätswinkel	15 5,4	20 42,9
Halbe grofse Axe	0″8325	1″1912
Bewegung	direct.	
$\pi . M^3$ (cf. *Struve Mensurae Micr.* p. CLXIV)	0″0666	0″0963

Vergleichung meiner Elemente mit den Beobachtungen.

T	p	d	Δp	Δd	Beobachter.
1781,69	30°41′		— 3′6		*Herschel I*
1802,69	179 40		+ 56,6		*Herschel I*
1823,27	25 57		+ 2,9		*Herschel II South*
1826,77	35 17	1″057	+ 1,8	— 0″068	*Struve*
1829,55	43 15	0,960	— 18,5	— 0,053	*Struve*
1830,30	44 28		—106,3		*Herschel II*
1831,36	51 12		+ 40,9		*Herseh. II.Daeves*
1831,63	50 38	0,883	— 65,0	+ 0,007	*Struve*
1832,40	57 10		+102,0		*Herschel II*
1832,76	56 52	0,790	— 31,6	— 0,005	*Struve*
1833,28	62 6		+101,0		*Herschel II*
1835,41	74 17	0,730	—132,7	+ 0,115	*Struve*
1836,52	88 46	0,563	+ 52,5	— 0,005	*Struve*
(1819,70)	(359 0)		(−923,8)		?

Ephemeride.

	p	d	
1837,0	93°28′0	0″536	
5	99 41,6	0,522	
1838,0	106 13,1	0,512	
5	112 56,7	0,507	
1839,0	119 40,2	0,509	
1840,0	132 32,1	0,531	
1841,0	144 1,9	0,572	
1842,0	153 44,8	0,627	
1843,0	161 46,4	0,690	
1844,0	168 23,7	0,760	
1845,0	173 54,8	0,834	*Mädler.*

Ephemeride des *Pons*'schen Cometen für 1838.

(S. Astr. Nachr. Nr. 353.)

August 1838.

12ʰ mittl. Berl. Zeit.	Aberration	Reduction f. w. Aequ.	Ger. Aufst. α	Stündliche Bewegung. p	p′	Reduction f. w. Aequ.	Abweichung δ	Stündliche Bewegung q	q′	Log. der Entfernung v. d. Erde.	v. d. Sonne.
1	15′ 50″8	— 22″9	31° 2′ 4″9	+ 0′ 34″88	— 0″005	— 2″3	+21° 59′ 50″0	+0′ 27″91	+ 0″004	0,285147	
2	15 39,7	22,8	31 15 59,1	0 34,62	0,006	2,2	22 11 2,2	0 28,11	0,004	0,280025	
3	15 28,6	22,7	31 29 46,8	0 34,35	0,006	2,1	22 22 19,4	0 28,32	0,005	0,274845	
4	15 17,4	22,6	31 43 27,8	0 34,07	0,006	2,0	22 33 41,7	0 28,54	0,005	0,269605	0,340543
5	15 6,3	22,5	31 57 2,1	0 33,79	0,006	1,9	22 45 9,8	0 28,77	0,005	0,264305	

Digitized by Google

12h mittl. Berl. Zeit	Aberration	Reduction f. w. Aequ.	Ger. Aufst. α	Stündliche Bewegung. p	p'	Reduction f. w. Aequ.	Abweichung δ	Stündliche Bewegung. q	q'	Log. der Entfernung v. d. Erde.	v. d. Sonne.
6	14′ 55″2	— 22″4	32° 10′ 29″5	+0′ 33″50	— 0,006	— 1″8	+22° 56′ 42″5	+0′ 29″00	+ 0″005	0,258943	
7	14 44,1	22,3	32 23 49,7	0 33,18	0,007	1,7	23 8 21,5	0 29,25	0,005	0,253518	
8	14 33,0	22,2	32 37 2,3	0 32,86	0,007	1,6	23 20 6,4	0 29,50	0,005	0,248030	0,332555
9	14 21,9	22,1	32 50 7,2	0 32,54	0,007	1,4	23 31 57,6	0 29,77	0,006	0,242477	
10	14 10,8	22,0	33 3 4,0	0 32,19	0,007	1,3	23 43 55,2	0 30,04	0,006	0,236858	
11	13 59,7	— 21,9	33 15 52,5	+0 31,84	— 0,008	— 1,2	+23 55 59,5	+0 30,32	+ 0,006	0,231173	
12	13 48,7	21,8	33 28 32,2	0 31,47	0,008	1,1	24 8 10,7	0 30,62	0,006	0,225420	0,324267
13	13 37,6	21,7	33 41 2,9	0 31,08	0,008	1,0	24 20 29,2	0 30,93	0,006	0,219597	
14	13 26,6	21,6	33 53 24,2	0 30,68	0,009	1,0	24 32 55,1	0 31,24	0,007	0,213704	
15	13 15,6	21,5	34 5 35,6	0 30,27	0,009	0,9	24 45 28,7	0 31,57	0,007	0,207740	
16	13 4,6	— 21,4	34 17 36,8	+0 29,82	— 0,009	— 0,8	+24 58 10,4	+0 31,91	+ 0,007	0,201703	0,315663
17	12 53,7	21,4	34 29 27,3	0 29,37	0,010	0,7	25 11 0,3	0 32,26	0,008	0,195592	
18	12 42,7	21,3	34 41 6,6	0 28,90	0,010	0,6	25 23 58,9	0 32,63	0,008	0,189407	
19	12 31,8	21,2	34 52 34,4	0 28,41	0,010	0,5	25 37 6,5	0 33,01	0,008	0,183145	
20	12 20,9	21,1	35 3 50,4	0 27,91	0,010	0,4	25 50 23,4	0 33,41	0,009	0,176806	0,306720
21	12 10,0	— 21,1	35 14 54,1	+0 27,39	— 0,011	— 0,3	+26 3 50,2	+0 33,83	+ 0,009	0,170388	
22	11 59,2	21,0	35 25 45,0	0 26,85	0,011	0,2	26 17 27,0	0 34,25	0,009	0,163889	
23	11 48,4	20,9	35 36 22,7	0 26,28	0,012	0,1	26 31 14,4	0 34,71	0,010	0,157309	
24	11 37,6	20,8	35 46 46,6	0 25,70	0,012	0,0	26 45 12,9	0 35,18	0 010	0,150646	0,297416
25	11 26,8	20,7	35 56 56,3	0 25,10	0,013	+ 0,1	26 59 22,9	0 35,67	0,010	0,143899	
26	11 16,1	— 20,7	36 6 51,3	+0 24,48	— 0,013	+ 0,1	+27 13 44,9	+0 36,18	+ 0,011	0,137066	
27	11 5,4	20,6	36 16 31,2	0 23,83	0,014	0,2	27 28 19,4	0 36,71	0,011	0,130145	
28	10 54,8	20,6	36 25 55,2	0 23,16	0,014	0,3	27 43 7,1	0 37,27	0,012	0,123134	0,287725
29	10 44,2	20,5	36 35 2,7	0 22,46	0,015	0,4	27 58 8,4	0 37,85	0,012	0,116032	
30	10 33,6	20,5	36 43 53,1	0 21,73	0,015	0,5	28 13 24,1	0 38,46	0,013	0,108837	
31	10 23,0	— 20,4	36 52 25,7	+0 20,97	— 0,016	+ 0,5	+28 28 54,7	+0 39,10	+ 0,014	0,101546	
32	10 12,5	20,4	37 0 39,8	0 20,19	0,017	0,6	28 44 41,0	0 39,77	0,014	0,094158	0,277619

$\alpha' = \alpha + pt + p't^2$ $\quad$ $\delta' = \delta + qt + q't^2$

September 1838.

1	10 12,5	— 20,4	37 0 39,8	+0 20,19	— 0,017	+ 0,6	+28 44 41,0	+0 39,77	+ 0,014	0,094158	0,277619
2	10 2,0	20,4	37 8 34,7	0 19,37	0,017	0,7	29 0 43,7	0 40,47	0,015	0,086670	
3	9 51,6	20,3	37 16 9,6	0 18,52	0,018	0,8	29 17 3,5	0 41,20	0,016	0,079081	
4	9 41,2	20,3	37 23 23,5	0 17,62	0,019	0,8	29 33 41,2	0 41,96	0,016	0,071388	
5	9 30,9	20,2	37 30 15,3	0 16,68	0,020	0,9	29 50 37,6	0 42,75	0,017	0,063588	0,267066
6	9 20,6	— 20,2	37 36 44,1	+0 15,68	— 0,021	+ 0,9	+30 7 53,5	+0 43,59	+ 0,018	0,055680	
7	9 10,3	20,1	37 42 48,8	0 14,65	0,022	1,0	30 25 30,0	0 44,49	0,019	0,047660	
8	9 0,1	20,1	37 48 28,1	0 13,59	0,023	1,0	30 43 27,9	0 45,37	0,020	0,039526	
9	8 50,0	20,1	37 53 40,8	0 12,46	0,024	1,1	31 1 48,3	0 46,33	0,020	0,031276	0,256031
10	8 39,8	20,0	37 58 25,5	0 11,26	0,025	1,2	31 20 32,2	0 47,33	0,021	0,022906	
11	8 29,8	— 20,0	38 2 40,7	+0 10,00	— 0,027	+ 1,2	+31 39 40,7	+0 48,39	+ 0,022	0,014413	
12	8 19,8	19,9	38 6 25,0	0 8,68	0,028	1,3	31 59 15,1	0 49,49	0,023	0,005796	
13	8 9,8	19,9	38 9 36,8	0 7,29	0,030	1,3	32 19 16,5	0 50,64	0,025	9,997051	0,244475
14	7 59,9	19,9	38 12 14,1	0 5,82	0,031	1,4	32 39 46,3	0 51,85	0,026	9,988175	
15	7 50,0	19,9	38 14 15,2	0 4,27	0,033	1,4	33 0 46,0	0 53,13	0,027	9,979165	
16	7 40,2	— 19,8	38 15 38,1	+0 2,63	— 0,035	+ 1,4	+33 22 17,1	+0 54,47	+ 0,029	9,970018	
17	7 30,5	19,8	38 16 20,5	+0 0,89	0,037	1,5	33 44 21,1	0 55,88	0,030	9,960730	0,232354
18	7 20,8	19,8	38 16 20,1	−0 0,97	0,039	1,5	34 6 59,8	0 57,36	0,032	9,951298	
19	7 11,2	19,8	38 15 34,5	0 2,87	0,041	1,5	34 30 15,0	0 58,92	0,033	9,941719	
20	7 1,6	19,8	38 14 1,4	0 4,92	0,044	1,6	34 54 8,7	1 0,57	0,035	9,931989	

Digitized by Google

12h mittl. Berl. Zeit.	Aberration	Reduction f. w. Aequ.	Ger. Aufst. α	Stündliche Bewegung. p	p'	Reduction f. w. Aequ.	Abweichung δ	Stündliche Bewegung q	q'	Log. der Entfernung v. d. Erde.	v. d. Sonne.
21	6′ 52″2	— 19,8	38° 11′ 37″3	— 0′ 7″10	— 0,047	+ 1″6	+35° 18′ 42″9	+1′ 2″30	+ 0″037	9,922103	0,219617
22	6 42,7	19,8	38 8 19,5	0 9,41	0,050	1,7	35 43 59,9	1 4,13	0,039	9,912059	
23	6 33,4	19,8	38 4 4,6	0 11,86	0,053	1,7	36 10 2,0	1 6,06	0,041	9,901851	
24	6 24,1	19,8	37 58 49,0	0 14,48	0,057	1,7	36 36 51,8	1 8,11	0,044	9,891476	
25	6 14,9	19,8	37 52 28,3	0 17,28	0,060	1,7	37 4 32,0	1 10,26	0,046	9,880929	0,206209
26	6 5,7	— 19,9	37 44 58,1	— 0 20,29	— 0,065	+ 1,7	+37 33 5,5	+1 12,55	+ 0,049	9,870206	
27	5 56,7	19,9	37 36 12,8	0 23,51	0,069	1,8	38 2 35,5	1 14,97	0,052	9,859301	
28	5 47,7	19,9	37 26 8,0	0 26,94	0,074	1,8	38 33 5,3	1 17,53	0,055	9,848211	
29	5 38,8	20,0	37 14 37,8	0 30,63	0,080	1,7	39 4 38,4	1 20,25	0,058	9,836929	0,192064
30	5 29,9	20,0	37 1 35,2	0 34,65	0,087	1,7	39 37 18,6	1 23,13	0,062	9,825450	
31	5 21,2	— 20,1	36 46 52,0	— 0 39,02	— 0,095	+ 1,7	+40 11 9,9	+1 26,16	+ 0,065	9,813770	
32	5 12,5	20,2	36 30 19,1	0 43,79	0,104	1,7	40 46 16,6	1 29,41	0,069	9,801882	0,184693

$\alpha' = \alpha + pt + p't^2$ $\delta' = \delta + qt + q't^2$

October 1838.

1	5 21,2	— 20,1	36 46 52,0	— 0 39,02	— 0,095	+ 1,7	+40 11 9,9	+1 26,16	+ 0,065	9,813770	0,184693
2	5 12,5	20,2	36 30 19,1	0 43,79	0,104	1,7	40 46 16,6	1 29,41	0,069	9,801882	
3	5 3,9	20,2	36 11 46,9	0 48,97	0,113	1,7	41 22 43,2	1 32,84	0,074	9,789782	0,177109
4	4 55,4	20,3	35 51 4,8	0 54,63	0,124	1,6	42 0 34,7	1 36,48	0,078	9,777464	
5	4 47,0	20,4	35 28 0,0	1 0,87	0,136	1,6	42 39 56,1	1 40,34	0,083	9,764923	0,169300
6	4 38,7	— 20,5	35 2 18,1	— 1 7,74	— 0,150	+ 1,6	+43 20 52,6	+1 44,41	+ 0,088	9,752155	
7	4 30,5	20,7	34 33 42,8	1 15,35	0,167	1,5	44 3 29,9	1 48,74	0,093	9,739154	0,161257
8	4 22,3	20,8	34 1 55,0	1 23,79	0,185	1,4	44 47 54,0	1 53,32	0,098	9,725917	
9	4 14,3	20,9	33 26 33,5	1 33,14	0,207	1,4	45 34 11,1	1 58,15	0,103	9,712439	0,152965
10	4 6,4	21,1	32 47 13,5	1 43,69	0,232	1,3	46 22 27,3	2 3,25	0,109	9,698718	
11	3 58,6	— 21,3	32 3 25,9	— 1 55,52	— 0,262	+ 1,2	+47 12 49,1	+2 8,61	+ 0,114	9,684752	0,144410
12	3 50,9	21,5	31 14 36,1	2 8,89	0,296	1,1	48 5 22,5	2 14,23	0,120	9,670540	
13	3 43,4	21,8	30 20 4,6	2 24,06	0,337	0,9	49 0 13,9	2 20,09	0,124	9,656084	0,135579
14	3 35,9	22,1	29 19 4,1	2 41,36	0,385	0,8	49 57 28,6	2 26,17	0,129	9,641385	
15	3 28,6	22,4	28 10 39,1	3 1,20	0,444	0,6	50 57 11,5	2 32,42	0,131	9,626448	0,126453
16	3 21,5	— 22,7	26 53 42,3	— 3 24,08	— 0,512	+ 0,5	+51 59 25,8	+2 38,75	+ 0,133	9,611282	
17	3 14,5	23,1	25 26 54,7	3 50,56	0,595	0,2	53 4 11,5	2 45,08	0,130	9,595898	0,117017
18	3 7,6	23,5	23 48 40,0	4 21,46	0,695	0,0	54 11 27,6	2 51,22	0,125	9,580313	0,112176
19	3 0,9	23,9	21 57 2,3	4 57,65	0,816	— 0,3	55 21 6,9	2 56,97	0,114	9,564547	0,107250
20	2 54,4	24,4	19 49 41,9	5 40,24	0,964	0,7	56 32 56,3	3 1,97	0,093	9,548628	0,102236
21	2 48,1	— 24,9	17 23 48,9	— 6 30,57	— 1,135	— 1,0	+57 46 32,2	+3 5,79	+ 0,064	9,532591	0,097132
22	2 42,0	25,4	14 36 3,3	7 29,95	1,345	1,5	59 1 20,0	3 7,82	+ 0,018	9,516481	0,091934
23	2 36,1	25,9	11 22 25,0	8 40,18	1,586	2,0	60 16 26,3	3 7,16	— 0,050	9,500355	0,086640
24	2 30,4	26,4	7 38 17,3	10 2,58	1,851	2,6	61 30 33,3	3 2,70	0,142	9,484280	0,081246
25	2 25,0	26,8	3 18 37,6	11 37,89	2,119	3,2	62 41 53,6	2 52,98	0,271	9,468340	0,075749
26	2 19,8	— 26,9	358 18 20,0	—13 25,45	— 2,351	— 4,0	+63 47 59,5	+2 36,16	— 0,439	9,452635	0,070146
27	2 15,0	26,5	352 33 5,7	15 21,71	2,466	4,8	64 45 36,9	2 10,29	0,647	9,437285	0,064433
28	2 10,4	25,6	346 0 51,8	17 18,67	2,363	5,7	65 30 45,6	1 33,46	0,892	9,422428	0,058605
29	2 6,2	24,2	338 43 47,1	19 3,36	1,942	6,6	65 58 46,2	+0 44,55	1,145	9,408223	0,052660
30	2 2,4	21,9	330 50 2,6	20 19,10	1,162	7,5	66 4 49,7	—0 16,11	1,374	9,394846	0,046592
31	1 59,0	— 19,1	322 34 26,7	—20 50,56	— 0,126	— 8,4	+65 44 38,5	—1 26,04	— 1,525	9,382491	0,040398
32	1 56,0	16,1	314 16 28,9	20 30,74	+ 0,934	9,0	64 55 20,8	2 40,82	1,572	9,371362	0,034073

$\alpha' = \alpha + pt + q't^2$ $\delta' = \delta + qt + q't^2$

Digitized by Google

November 1838.

12h mittl. Berl. Zeit.	Aberration	Reduction f. w Aequ.	Ger. Aufst. α	Stündliche Bewegung. p	p'	Reduction f. w. Aequ.	Abweichung δ	Stündliche Bewegung q	q'	Log. der Entfernung v. d. Erde.	v. d. Sonne.
1	1′ 56″0	— 16″1	314° 16′ 28′9	—20′ 30″74	+0″934	— 9″0	+64° 55 20″8	— 2′ 40″82	—1″572	9,371362	0,034073
2	1 53,4	13,1	306 16 5,3	19 24,45	1,777	9,3	63 36 3,6	3 55,06	1,504	9,361666	0,027611
3	1 51,3	10,2	298 49 12,9	17 46,04	2,264	9,4	61 48 2,2	5 3,78	1,347	9,353605	0,021009
4	1 49,7	8,1	292 5 17,7	16 52,28	2,427	9,5	59 34 14,6	6 3,47	1,134	9,347359	0,014259
5	1 48,7	6,4	286 7 33,6	13 57,12	2,341	9,4	56 58 43,0	6 52,27	0,897	9,343079	0,000735
6	1 48,1	— 5,1	280 54 34,5	—12 9,54	+2,127	— 9,3	+54 5 57,8	— 7 29,58	—0,659	9,340871	0,000298
7	1 48,1	4,4	276 22 21,0	10 33,72	1,861	9,2	51 0 32,0	7 55,78	0,435	9,340790	9,993074
8	1 48,6	4,0	272 25 51,9	9 10,98	1,593	9,0	47 46 42,5	8 11,71	0,232	9,342836	9′985679
9	1 49,6	3,6	269 0 0,3	8 0,40	1,348	8,8	44 28 22,6	8 18,54	—0,057	9,346951	9,978107
10	1 51,2	3,5	266 0 4,7	7 0,97	1,133	8,6	41 8 54,3	8 17,65	+0,089	9,353026	9,970349
11	1 53,2	— 3,5	263 21 58,4	— 6 10,96	+0,956	— 8,4	+37 51 6,1	— 8 10,42	+0,207	9,360915	9,962399
12	1 55,7	3,5	261 2 15,3	5 28,87	0,803	8,3	34 37 13,7	7 58,23	0,297	9,370440	9,954249
13	1 58,7	3,5	258 58 0,2	4 53,36	0,681	8,1	31 29 0,0	7 42,41	0,359	9,381407	9,945889
14	2 2,1	3,5	257 6 51,0	4 23,23	0,578	8,0	28 27 38,3	7 24,05	0,402	9,393622	9,937312
15	2 5,8	3,6	255 26 49,4	3 57,59	0,493	7,8	25 33 57,7	7 4,16	0,424	9,406890	9,928508
16	2 10,0	— 3,6	253 56 17,3	— 3 35,63	+0,424	— 7,7	+22 48 24,5	— 6 43,53	+0,433	9,421034	9,919468
17	2 14,5	3,6	252 33 54,8	3 16,70	0,367	7,6	20 11 9,3	6 22,78	0,430	9,435891	9,910182
18	2 19,4	3,7	251 18 35,8	3 0,25	0,320	7,5	17 42 8,7	6 2,36	0,419	9,451317	9,900639
19	2 24,6	3,7	250 9 26,4	2 45,85	0,281	7,4	15 21 10,6	5 42,63	0,402	9,467192	9,890829
20	2 30,1	3,8	249 5 41,3	2 33,15	0,249	7,3	13 7 55,3	5 23,81	0,382	9,483410	9,880740
21	2 35,9	— 3,8	248 6 44,0	— 2 21,83	+0,223	— 7,2	+11 1 59,6	— 5 6,03	+0,358	9,499889	9,870363
22	2 42,0	3,8	247 12 4,4	2 11,63	0,194	7,1	9 2 56,9	4 49,38	0,335	9,516560	9,859685
23	2 48,4	3,8	246 21 18,2	2 2,36	0,185	7,1	7 10 20,3	4 33,87	0,311	9,533367	
24	2 55,1	3,8	245 34 5,4	1 53,82	0,171	7,0	5 23 42,2	4 19,51	0,287	9,550272	9,837382
25	3 2,1	3,8	244 50 10,5	1 45,84	0,161	7,0	3 42 35,3	4 6,24	0,265	9,567243	
26	3 9,5	— 3,8	244 9 21,5	— 1 38,30	+0,153	— 6,9	+2 6 34,1	— 3 54,03	+0,244	9,584259	9,813744
27	3 16,9	3,8	243 31 29,6	1 31,06	0,149	6,9	+ 0 35 13,7	3 42,83	0,223	9,601303	
28	3 24,8	3,7	242 56 29,3	1 23,98	0,146	6,9	— 0 51 49,2	3 32,57	0,204	9,618367	9,788699
29	3 33,0	3,7	242 24 17,6	1 16,99	0,145	6,8	2 14 56,5	3 23,18	0,187	9,635448	
30	3 41,6	3,6	241 54 53,9	1 9,97	0,147	6,8	3 34 28,4	3 14,61	0,170	9,652543	9,762200
31	3 50,5	— 3,6	241 28 20,1	— 1 2,82	+0,151	— 6,8	— 4 50 43,9	— 3 6,80	+0,155	9,669655	
32	3 59,7	3,5	241 4 40,3	0 55,45	0,156	6,8	6 4 0,4	2 59,68	0,142	9,686786	9,734261

$\alpha' = \alpha + pt + p't^0$ $\quad$ $\delta' = \delta + qt + q't^2$

December 1838.

1	3 50,5	— 3,6	241 28 20,1	— 1 2,82	+0,151	— 6,8	— 4 50 43,9	— 3 6,80	+0,155	9,669655	
2	3 59,7	3,5	241 4 40,3	0 55,45	0,156	6,8	6 4 0,4	2 59,68	0,142	9,686786	9,734261
3	4 9,4	3,4	240 44 0,9	0 47,77	0,164	6,8	7 14 33,8	2 53,21	0,128	9,703940	
4	4 19,5	3,4	240 26 30,5	0 39,69	0,173	6,9	8 22 39,2	2 47,33	0,117	9,721122	9,704998
5	4 30,0	3,3	240 12 19,9	0 31,10	0,185	6,9	9 28 30,1	2 41,99	0,106	9,738335	
6	4 40,9	— 3,2	240 1 42,3	— 0 21,93	+0,198	— 6,9	—10 32 18,7	— 2 37,14	+0,096	9,755579	9,674698
7	4 52,3	3,1	239 54 52,8	0 12,07	0,213	6,9	11 34 16,1	2 32,72	0,088	9,772853	
8	5 4,2	3,0	239 52 8,9	— 0 1,46	0,229	7,0	12 34 32,1	2 28,67	0,081	9,790153	9,643935
9	5 16,5	2,9	239 53 49,4	+ 0 9,98	0,247	7,0	13 33 14,9	2 24,94	0,075	9,807468	
10	5 29,4	2,7	240 0 15,0	0 22,31	0,266	7,1	14 30 31,3	2 21,46	0,070	9,824783	9,613698
11	5 42,8	— 2,6	240 11 47,4	+ 0 35,54	+0,285	— 7,1	—15 26 26,4	— 2 18,15	+0,068	9,842074	
12	5 56,7	2,5	240 28 48,0	0 49,66	0,303	7,2	16 21 3,2	2 14,92	0,067	9,859309	9,585549
13	6 11,0	2,3	240 51 37,2	1 4,80	0,319	7,2	17 14 22,7	2 11,69	0,065	9,876449	
14	6 25,8	2,1	241 20 33,2	1 20,19	0,331	7,3	18 6 23,2	2 8,33	0,072	9,893443	9,561664
15	6 41,0	2,0	241 55 49,7	1 36,24	0,337	7,4	18 57 0,9	2 4,76	0,077	9,910234	

Digitized by Google

12h mittl. Berl. Zeit.	Aberration	Reduction f. w. Aequ.	Ger. Aufst. α	Stündliche Bewegung. p	Stündliche Bewegung. p'	Reduction f. w. Aequ.	Abweichung δ	Stündliche Bewegung. q	Stündliche Bewegung. q'	Log. der Entfernung. v. d. Erde.	Log. der Entfernung. v. d. Sonne.
16	6′ 56″6	— 1″9	242° 37′ 33″9	+ 1′ 52″45	+0,337	— 7″4	−19° 46′ 9″4	— 2′ 0″89	+0″084	9,926756	9,544629
17	7 12,4	1,7	243 25 45,7	2 8,47	0,329	7,5	20 33 40,7	1 56,64	0,093	9,942940	
18	7 28,4	1,5	244 20 15,6	2 23,87	0,313	7,5	21 19 24,7	1 51,95	0,102	9,958717	9,536809
19	7 44,5	1,3	245 20 45,3	2 38,37	0,289	7,6	22 3 11,0	1 46,83	0,111	9,974022	
20	8 0,6	1,1	246 26 47,0	2 51,53	0,258	7,7	22 44 49,5	1 41,31	0,119	9,988801	9,539457
21	8 16,6	— 0,9	247 37 46,0	+ 3 3,10	+0,223	— 7,7	−23 24 11,1	— 1 35,44	+0,125	0,003010	
22	8 32,4	0,7	248 53 1,9	3 12,92	0,186	7,8	24 1 8,7	1 29,32	0,130	0,016621	9,552137
23	8 47,9	0,4	250 11 51,8	3 20,94	0,149	7,8	24 35 37,3	1 23,05	0,131	0,029620	
24	9 3,2	— 0,1	251 33 33,0	3 27,20	0,112	7,9	25 7 34,9	1 16,74	0,131	0,042008	9,572929
25	9 18,2	+ 0,1	252 57 24,1	3 31,80	0,080	7,9	25 37 1,4	1 10,49	0,129	0,053798	
26	9 32,8	+ 0,4	254 22 47,4	+ 3 34,90	+0,050	— 8,0	−26 3 59,4	— 1 4,37	+0,125	0,065012	9,599256
27	9 47,0	0,6	255 49 8,8	3 36,68	0,025	8,0	26 28 33,0	0 58,46	0,121	0,075676	
28	10 0,9	0,9	257 15 59,3	3 37,35	+0,003	8,1	26 50 47,7	0 52,81	0,115	0,085824	9,628684
29	10 14,4	1,2	258 42 54,1	3 37,07	−0,014	8,1	27 10 50,0	0 47,44	0,109	0,095487	
30	10 27,6	1,5	260 9 32,5	3 36,02	0,029	8,2	27 28 46,9	0 42,35	0,103	0,104699	9,659341
31	10 40,4	+ 1,7	261 35 37,8	+ 3 34,33	−0,041	— 8,2	−27 44 45,6	— 0 37,58	+0,096	0,113493	
32	10 52,9	2,0	263 0 56′1	3 32,12	0,050	8,2	27 58 53,4	0 33,12	0,090	0,121900	9,689966

$\alpha' = \alpha + p\iota + p'\iota^2$ $\quad$ $\delta' = \delta + q\iota + q'\iota^2$

Auszug eines Schreibens von Sir *John Herschel* an den Herrn Geheimenrath *Beer* und den Herrn Dr. *Mädler*

The last astronomical novelty of the Southern hemisphere is one of very great interest. The Star η Argus (marked in *Bode's* Map as η Robur Caroli) has always hitherto been regarded as a Star of the second magnitude or at most as (2.1) During the former years I have had it (as is were) continually under my eye, by reason of the great nebula which surrounds it, and of which I have been taking most careful drawings. I have always considered it as (2.1) and never had reason to suppose it variable. In November 1837 I saw it as usual. Judge of my surprise to find on the 16. 17. December that it had suddenly become a Star of the first magnitude and almost equal to Rigel. It continued to increase. Rigel is now not to be compared to it, it exceeds Arcturus and is very nearly equal to α Centauri, being at the moment when I write, the fourth Star in the heavens in order of brightnefs.

J. F. W. Herschel.

Anmerkung.

Dies Schreiben ist ohne Datum, mufs aber nach anderen darin angeführten Umständen in der Mitte des Januars d. J. geschrieben seyn. Sir *John Herschel* denkt im Mai wieder in England anzukommen.

S.

Inhalt.

Beobachtungen von Mondsternen auf der Hamburger Sternwarte. Von Herrn Ch. *Rümker*. p. 297.
Elemente des Doppelsterns η Coronae. p. 303.
Ephemeride des *Pons*schen Cometen für 1838. (S. Astr. Nachr. Nr. 353.) p. 303.
Auszug eines Schreibens von Sir *John Herschel* an den Herrn Geheimenrath *Beer* und den Herrn Dr. *Mädler*. p. 311.

Altona 1838. Juni 7.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

No. 355.

Ueber eine neue Eigenschaft der *Laplace*'schen $Y^{(n)}$ und ihre Anwendung zur analytischen Darstellung derjenigen Phänomene, welche Functionen der geographischen Länge und Breite sind.

Von Herrn Professor *Neumann* in Königsberg.

Mit grofsem Erfolg hat man seit längerer Zeit sich der Reihen bedient, welche nach den Sinussen und Cosinussen der Vielfachen eines Bogens fortschreiten, um in den periodischen Phänomenen der Natur aus einer grofsen Anzahl Beobachtungen Resultate zu ziehen. Die sichern Ergebnisse der Meteorologie beruhen fast ganz auf diesem Gebrauch. Ein vorzüglicher Vortheil, welchen die Anwendung dieser Reihen darbietet, ist der Umstand, dafs der Werth der Coefficienten, welche man bestimmt hat, unabhängig von ihrer Anzahl ist. In der Physik der Erde ist es ein wichtiger Gesichtspunct für die Phänomene, diese als Functionen ihres Ortes an der Erdoberfläche zu betrachten d. i. als Functionen der geographischen Länge und Breite. Es würde unzweckmäfsig seyn, diese Functionen zweier Winkel darzustellen durch ähnliche Reihen, welche nemlich nach den Sinussen und Cosinussen der Vielfachen zweier Winkel fortschreiten. Auch hat niemand bis jetzt z. B. die Vertheilung der Temperatur auf der Erdoberfläche, oder die Vertheilung der Intensität des Erdmagnetismus, seiner Richtung etc. auf diese Weise in eine Formel zu bringen versucht; und mit Recht, denn in diesen und andern Fällen haben die theoretischen Beschäftigungen mit diesen Phänomenen schon längst die wahre Form, in welcher sie dargestellt werden müssen, gefunden, nemlich durch Reihen, welche fortgehn nach den Functionen, welche *Laplace* in der Theorie der Attraction der Sphäroide mit $Y^{(n)}$ bezeichnet hat.

Das Verfahren, eine Function für welche man alle Werthe kennt, durch eine Reihe welche nach den $Y^{(n)}$ fortschreitet, darzustellen, ist bekannt. Die Absicht dieser Mittheilung ist das Verfahren anzugeben, welches man zu befolgen hat, wenn nur einzelne Werthe der darzustellenden Function gegeben sind. Es ist ganz analog demjenigen, welches man bei den Reihen der Sinusse und Cosinusse der Vielfachen eines Bogens anwendet, und bietet dieselben Vortheile, welche dort so geschätzt werden.

Bezeichnet man die geographische Länge mit ω, und die Breite mit φ und setzt: $\sin\varphi = \mu$, bezeichnet man ferner das Glied in $Y^{(n)}$, welches unabhängig von ω ist, mit $X^{(n)}$, so ist der allgemeine Ausdruck für $Y^{(n)}$ folgender:

$$(1)\ldots\ldots \begin{cases} Y^{(n)} = B_0^{(n)} X^{(n)} + (A_1^{(n)} \sin\omega + B_1^{(n)} \cos\omega) \dfrac{(1-\mu^2)^{\frac{1}{2}}}{n} \dfrac{dX^{(n)}}{d\mu} + (A_2^{(n)} \sin 2\omega + B_2^{(n)} \cos 2\omega) \dfrac{1-\mu^2}{n.n-1} \dfrac{d^2X^{(n)}}{d\mu^2} + \ldots . \\ \qquad \ldots\ldots (A_i^{(n)} \sin i\omega + B_i^{(n)} \cos i\omega) \dfrac{(1-\mu^2)^{\frac{i}{2}}}{n,\ n-1\ .\ n-2 \ldots n-(i-1)} \dfrac{d^i X^{(n)}}{d\mu^i} \end{cases}$$

und der Werth von $X^{(n)}$ ist dieser:

$$(2)\ldots X^{(n)} = \mu^n - \frac{n.n-1}{2.2n-1}\mu^{n-2} + \frac{n.n-1.n-2.n-3}{2.4.2n-1.2n-3}\mu^{n-4} - \ldots$$

Die Grösen $B_0^{(n)} B_1^{(n)} \ldots A_1^{(n)} A_2^{(n)} \ldots$ sind willkührliche, welche so bestimmt werden sollen, dafs, wenn man durch $V(\omega,\mu)$ den beobachteten Werth einer Function an dem durch ω und μ bezeichneten Ort darstellt, der Gleichung

$$(3)\ldots\ldots V(\omega,\mu) = Y^{(0)} + Y^{(1)} + Y^{(2)} + \ldots . Y^{(p)}$$

für alle Beobachtungen genügt wird.

Die bekannten Eigenschaften der Functionen $Y^{(n)}$, welche ihnen eine so ausgebreitete Anwendung verschafft haben, und auf welchen auch das Wesentliche der hier anzugebenden Methode beruht, sind diese:

$$\int_{-1}^{+1}\int_{0}^{2\pi} Y^{(n)} Y^{(n')} d\omega\, d\mu = 0$$

so lange n und n' verschieden sind. Setzt man in dies Doppel-Integral die Werthe für die Y's aus (1) führt die Integration nach ω aus, so ergiebt sich sogleich

$$\int_{-1}^{+1} X^{(n)} X^{(n')} d\mu = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

oder allgemein

$$\int (1-\mu^2)^i \frac{d^i X^{(n)}}{d\mu^i} \frac{d^i X^{(n')}}{d\mu^i} = 0 \quad \ldots (5)$$

Digitized by Google

so lange n und n' verschieden sind. Wenn $n = n'$, so erhält man

$$(6) \quad \int_{-1}^{+1} (X^{(n)})^2 \, d\mu = \frac{4}{2n+1} \left(\frac{1.2.3.....n}{1.3.5...2n-1} \right)^2$$

und allgemein

$$(7) \quad \left(\frac{1}{n.n-1.n-2....n-(i-1)} \right)^2 \int_{-1}^{+1} (1-\mu^2)^i \left(\frac{d^i X^{(n)}}{d\mu^i} \right)^2 d\mu = \frac{2}{2n+1} \left(\frac{1.2.3.....n}{1.3.5...2n-1} \right)^2 \left(\frac{n+1.n+2....n+i}{n.n-1.n-2...n-(i-1)} \right)$$

Die gegebenen Werthe $V(\omega,\mu)$ sollen auf der Erdoberfläche vertheilt seyn auf eine Anzahl gleich weit von einander abstehender Meridiane, und in jedem Meridian auf Breiten, für welche μ die Werthe: $\mu_1, \mu_2, \mu_3 \ldots$ hat. Um die Gleichung (3) bis $Y^{(p)}$ inclusive darzustellen, müssen die Meridiane von einander um den Winkel $\frac{1}{p}\pi = \alpha$ entfernt seyn, und in Beziehung auf die Werthe von μ will ich vorläufig annehmen, dafs sie von μ_1 bis μ_{2p+1} gehen, so dafs ihre Anzahl ist: $2p+1$, ich werde später zeigen, dafs bei einer schicklichen Wahl der μ's die viel geringere Anzahl: $p+1$ schon hinreicht.

Das gegebene System Beobachtungen ist also folgendes:

$$(8) \quad \begin{cases} V(0,\mu_1) & V(0,\mu_2) & V(0,\mu_3) & V(0,\mu_{2p+1}) \\ V(\alpha,\mu_1) & V(\alpha,\mu_2) & V(\alpha,\mu_3) \ldots\ldots & V(\alpha,\mu_{2p+1}) \\ V(2\alpha,\mu_1) & V(2\alpha,\mu_2) & V(2\alpha,\mu_3) \ldots\ldots & V(2\alpha,\mu_{2p+1}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ V((2p-1)\alpha,\mu_1) & V((2p-1)\alpha,\mu_2) & V((2p-1)\alpha,\mu_3) & V((2p-1)\alpha,\mu_{2p+1}) \end{cases}$$

Die horizontalen Reihen enthalten die Beobachtungen in denselben Meridianen, die verticalen diejenigen in denselben Parallelkreisen. Bringt man (3) in die Form.

$$V(\omega,\mu) = C_0 + C_1 \cos\omega + S_1 \sin\omega + C_2 \cos 2\omega + S_2 \sin 2\omega + \ldots$$

so erhält man nach dem bekannten Verfahren aus jeder verticalen Reihe von (8) die numerischen Werthe von $C_0, C_1 \ldots S_1, S_2 \ldots$ z. B. aus der ersten verticalen Reihe:

$$(9) \quad \begin{cases} C_0 = \frac{1}{2p} \sum_{m=0}^{m=2p-1} V(m\alpha,\mu_1) \\ C_1 = \frac{1}{p} \sum \cos\alpha \, V(m\alpha,\mu_1) \qquad S_1 = \frac{1}{p} \sum \sin\alpha \, V(m\alpha,\mu_1) \\ \vdots \\ C_p = \frac{1}{p} \sum \cos p\alpha \, V(m\alpha,\mu_1) \qquad S_p = \frac{1}{p} \sum \sin p\alpha \, V(m\alpha,\mu_1) \end{cases}$$

Man erhält, indem man für μ_1 nach und nach setzt, $\mu_2, \mu_3 \ldots$ für jedes C und jedes S die Anzahl: $2p+1$ Werthe, die ich in der Bezeichnung nicht weiter unterscheiden will, um die Zeichen nicht zu sehr zu häufen. Die analytischen Werthe dieser $C_0, C_1, C_2 \ldots S_1, S_2 \ldots$ sind folgende:

$$(10) \quad \begin{cases} C_0 = B_0^{(0)} X^{(0)} + B_0^{(1)} X^{(1)} + B_0^{(2)} X^{(2)} + B_0^{(3)} X^{(3)} + B_0^{(4)} X^{(4)} + \ldots\ldots B_0^{(p)} X^{(p)} \\ C_1 = (1-\mu^2)^{\frac{1}{2}} \frac{d}{d\mu} \left\{ B_1^{(1)} X^{(1)} + \frac{B_1^{(2)} X^{(2)}}{2} + \frac{B_1^{(3)} X^{(3)}}{3} + \frac{B_1^{(4)} X^{(4)}}{4} + \ldots\ldots \frac{B_1^{(p)} X^{(p)}}{p} \right\} \\ C_2 = (1-\mu^2) \frac{d^2}{d\mu^2} \left\{ \frac{B_2^{(2)} X^{(2)}}{1.2} + \frac{B_2^{(3)} X^{(3)}}{2.3} + \frac{B_2^{(4)} X^{(4)}}{3.4} + \ldots\ldots B_2^{(p)} \frac{X^{(p)}}{p-1.p} \right\} \\ C_3 = (1-\mu^2)^{\frac{3}{2}} \frac{d^3}{d\mu^3} \left\{ \frac{B_3^{(3)} X^{(3)}}{1.2.3} + \frac{B_3^{(4)} X^{(4)}}{2.3.4} + \ldots\ldots \frac{B_3^{(p)} X^{(p)}}{p-2.p-1.p} \right\} \\ C_4 = (1-\mu^2)^2 \frac{d^4}{d\mu^4} \left\{ \frac{B_4^{(4)} X^{(4)}}{1.2.3.4} + \ldots\ldots \frac{B_4^{(p)} X^{(p)}}{p-3.p-2.p-1.p} \right\} \\ \vdots \\ C_p = (1-\mu^2)^{\frac{p}{2}} \frac{d^p}{d\mu^p} \left\{ \frac{B_p^{(p)} X^{(p)}}{1.2 \ldots p} \right\} \end{cases}$$

Digitized by Google

Die Werthe von S_1, S_2... erhält man aus denen für C_1, C_2... wenn überall statt B gesetzt wird: A. Je nachdem C_0, C_1, C_2... S_1, S_2,... aus der ersten, zweiten etc. verticalen Reihe der Beobachtungen (8) bestimmt worden ist, hat man auf der rechten Seite dieser Gleichungen (10) zu setzen: μ_1, μ_2 etc., so dafs die Anzahl von jeder dieser Gleichungen $2p+1$ ist, und die Anzahl sämmtlicher Gleichungen ist $2p(2p+1)$.

Es handelt sich nun darum, aus diesem System von Gleichungen die Coefficienten $B_0^{(0)}$, $B_0^{(1)}$, $B_0^{(2)}$... $B_1^{(1)}$, $B_1^{(2)}$... $B_2^{(2)}$... $A_1^{(1)}$, $A_1^{(2)}$... $A_2^{(2)}$... zu bestimmen. Dies geschieht auf folgende sehr einfache Weise. Es sei a_1, a_2, a_3... a_{2p+1} ein System willkührlicher Gröfsen, und es werde die Summe $a_1\mu_1^n + a_2\mu_2^n + a_3\mu_3^n + \ldots\ldots\ldots a_{2p+1}\mu_{2p+1}^n$ bezeichnet mit $\Sigma a\mu^n$. Man genüge nun durch die a's und μ's folgendem System von $2(p+1)$ Gleichungen:

$$(11)\ldots\ldots\ldots\ldots\begin{cases}\Sigma a = 1\\ \Sigma a\mu = 0\\ \Sigma a\mu^2 = \frac{1}{3}\\ \Sigma a\mu^3 = 0\\ \Sigma a\mu^4 = \frac{1}{5}\\ \vdots\quad\quad\vdots\\ \Sigma a\mu^{2p} = \frac{1}{2p+1}\\ \Sigma a\mu^{2p+1} = 0\end{cases}$$

In diesem Systeme, welches viel mehr Gröfsen, über welche man verfügen kann, enthält, als Gleichungen, können die μ's bis auf eins willkührlich gewählt, und die Bestimmung der a's von ihnen abhängig gemacht werden. Ich werde hernach zeigen, welche Werthe der μ's die vortheilhaftesten sind.

In Bezug auf (11) gelten nun folgende Sätze:

$$(12)\ldots\ldots\ldots\ldots\Sigma a\, X^{(n)} X^{(n')} = 0$$

Diese Summe genommen in Beziehung auf das ganze System μ's und respectiven a's, durch welchen den Gleichungen (11) genügt ist, so lange n und n' verschieden sind und $n+n'$ nicht gröfser, als $2p+1$. Wenn $n = n'$, so hat man für diese Summe

$$(13)\ldots\ldots\Sigma a(X^n)^2 = \frac{2}{2n+1}\left(\frac{1.2.3\ldots n}{1.3.5\ldots 2n-1}\right)^2$$

Eben so hat man, die Summe in demselben Sinne genommen, allgemein:

$$(14)\ldots\ldots\Sigma a(1-\mu^2)^i \frac{d^i X^{(n)}}{d\mu^i}\frac{d^i X^{(n')}}{d\mu^i} = 0$$

so lange n und n' verschieden und ihre Summe kleiner als $2p+1$ ist. Wenn $n = n'$, so ist

$$\left(\frac{1}{n.n-1\ldots n-(i-1)}\right)^2 \Sigma a(1-\mu^2)^i \left(\frac{d^i X^{(n)}}{d\mu^i}\right)^2 = \frac{1}{2n+1}\left(\frac{1.2.3\ldots n}{1.3.5..2n-1}\right)^2\left(\frac{n+1.n+2\ldots n+i}{n.n-1..n-(i-1)}\right) \quad\ldots(15)$$

Den Beweis für diese Sätze (12), (13), (14), (15) zieht man unmittelbar aus denen in (4), (5), (6), (7). In der That substituiren wir in

$$\int_{-1}^{+1} X^{(n)} X^{(n')} d\mu$$

für $X^{(n)}$ und $X^{(n')}$ ihre Werthe aus (2), führen dann die Multiplication aus, so erhalten wir eine Reihe von der Form:

$$X^{(n)}X^{(n')} = \mu^{n+n'} - \alpha\mu^{n+n'-2} + \beta\mu^{n+n'-4} \ldots\ldots(16)$$

Integriren wir diese Gleichungen nach μ zwischen -1 und $+1$, so verschwindet das Integral von selbst, wenn $n+n'$ eine ungrade Zahl ist; wenn dies aber eine grade Zahl ist, erhalten wir

$$\int_{-1}^{+1} X^{(n)} X^{(n')} d\mu = 2\left(\frac{1}{n+n'+1} - \frac{\alpha}{n+n'-1} + \frac{\beta}{n+n'-n} - \ldots\right)$$

Diese Gröfse ist nach (4) $= 0$. Nehmen wir jetzt die Summe

$$\Sigma a\, X^{(n)} X^{(n')} = \Sigma a(\mu^{n+n'} - \alpha\mu^{n+n'-2} + \beta\mu^{n+n'-4} - \ldots)$$

in Beziehung auf das ganze System μ's und respectiven a's, durch welches den Gleichungen (11) Genüge geschieht, unter der Voraussetzung, dafs $n+n' < 2p+1$. Substituirt man auf der rechten Seite für $\Sigma a\mu^{n+n'}$, $\Sigma a\mu^{n+n'-2}$, etc. ihre Werthe aus (11), so ergiebt sich, dafs diese Summe von selbst verschwindet, wenn $n+n'$ ungrade ist, und wenn $n+n'$ grade ist, wird sie

$$\Sigma a\, X^{(n)} X^{(n')} = \left(\frac{1}{n+n'+1} - \frac{\alpha}{n+n'-1} + \frac{\beta}{n+n'-3} + \ldots\right).$$

Diese Gröfse ist aber, wie wir eben gesehen haben $= 0$.

Ganz auf dieselbe Weise beweist sich (14) aus (5) und man übersieht sehr leicht, dafs die Summen (13) und (15) die halben Werthe von den entsprechenden Integralen (6) u. (7) haben.

Mittelst dieser Sätze (12), (13), (14), (15) bestimmt man die Coefficienten aus den Gleichungen (10) und denen ihnen zugehörigen ganz auf dieselbe Weise, wie bei den Sinus- und Cosinus-Reihen. Man findet

$$B_0^{(n)} = \frac{2n+1}{2}\left(\frac{1.3.5\ldots 2n-1}{1.2.3\ldots n}\right)^2 \sum_{\mu=\mu_0}^{\mu=\mu_{2p+1}} aC_0 X^{(n)}$$

oder wenn für C_0 sein Werth aus (9) gesetzt wird:

Digitized by Google

$$(17a)\ \ldots\ldots\ldots\ldots B_0^{(n)} = \left(\frac{2n+1}{4p}\right)\left(\frac{1.3.5\ \ldots\ .2n-1}{1.2.3\ldots\ .\ n}\right)^2 \sum_{\mu=\mu_0}^{\mu=\mu_{2p+1}} \sum_{m=0}^{m=2p-1} a\, V(m\alpha,\mu)\, X^{(n)}$$

und allgemein

$$B_i^{(n)} = (2n+1)\left(\frac{1.3.5.\ \ldots\ .2n-1}{1.2.3\ldots\ .\ n}\right)^2 \left(\frac{n.n-1.n-2\ldots n-(i-1)}{n+1.n+2\ldots.n+i}\right) \sum \frac{a\, C_i\,(1-\mu^2)^{\frac{i}{2}}}{n.n-1\ldots n-(i-1)}\, \frac{d^i X^{(n)}}{d\mu^i}$$

oder, wenn für C_i sein Werth aus (9) gesetzt wird:

$$(17b)\ldots B_i^{(n)} = \frac{2n+1}{p}\left(\frac{1.3\ldots 2n-1}{1.2\ldots.\ n}\right)^2 \left(\frac{n.n-1\ldots n-(i-1)}{n+1.n+2\ldots n+i}\right) \sum_{\mu=\mu_0}^{\mu=\mu_{2p+1}} \sum_{m=0}^{m=2p-1} \frac{a\cos i\alpha\,(1-\mu^2)^{\frac{i}{2}}}{n.n-1\ldots.n-(i-1)}\, \frac{d^i\ X^{(n)}}{d\mu^i}\, V(m\alpha,\mu)$$

Die Werthe für $A_i^{(n)}$ haben dieselbe Form als $B_i^{(n)}$, man hat nur statt C_i zu setzen, S_i, oder statt $\cos i\alpha$ zu setzen: $\sin i\alpha$.

Ich habe bis jetzt angenommen, dafs auf jedem Meridian $2p+1$ willkührlich gelegene Beobachtungen gegeben sind, und dafs diese Meridiane den Aequator in $2p$ gleiche Theile theilen. Dadurch wurde zunächst der Zweck erreicht, dafs alle Constanten der $Y^{(n)}$ bis $Y^{(p)}$ inclusive vollständig bestimmt wurden. Indefs habe ich diese Annahme gemacht, mehr um die Vorstellung zu fixiren, als weil der Umstand, ob die $Y^{(n)}$ alle vollständig, oder ob einige nur theilweise bestimmt werden, nicht unerheblich wäre. Bei der Anwendung wird sich häufig der Fall finden, wo es sogar zweckmäfsig ist, von den höhern $Y^{(n)}$ nur das von ω unabhängige Glied, und die zunächst darauf folgenden zu bestimmen. Ich werde daher jetzt die Gleichungen (11) unter dem allgemeinen Gesichtspunct näher untersuchen, wo die Meridiane von q Parallelkreisen getheilt werden, q mag eine grade oder ungerade Zahl sein. Diese Gleichungen entwickelt geschrieben sind dann folgende:

$$(18).\ \ldots\ldots \begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 + \ldots\ldots a_q = 1 \\ a_1\mu_1 + a_2\mu_2 + a_3\mu_3 + \ldots\ldots a_q\mu_q = 0 \\ a_1\mu_1^2 + a_2\mu_2^2 + a_3\mu_3^2 + \ldots\ldots a_q\mu_q^2 = \frac{1}{3} \\ \vdots\qquad\qquad \vdots\qquad\qquad \vdots \\ a_1\mu_1^q + a_2\mu_2^q + a_3\mu_3^q + \ldots\ldots a_q\mu_q^q = \begin{cases} \frac{1}{q+1} \\ 0 \end{cases} \end{cases}$$

wo in der letzten Gleichung rechter Hand, je nachdem q grade oder ungrade ist, zu setzen ist $\frac{1}{q+1}$ oder 0.

Die Anzahl dieser Gleichungen ist $q+1$, die Anzahl der zur Verfügung stehenden Gröfsen ist $2q$, die μ's sind also nicht ganz willkürlich, sondern es existirt eine Relation zwischen ihnen. Man kann aber die letzte der Gleichungen in (18) ganz ohne erheblichen Nachtheil unberücksichtigt lassen, wodurch ihre Anzahl sich auf q reducirt, und die μ's also ganz willkührlich gewählt werden können.

Genügt man den Gleichungen auf diese Weise, so bestimmt man in (10) die B_i, wenn q ungrade ist, bis $B^{\frac{q-1}{2}}$ inclusive, und wenn q grade ist bis $B^{(\frac{q}{2})}$ exclusive. Man kann aber statt die μ's willkührlich anzunehmen, den Gleichungen in (18) noch $q-1$ Bedingungen hinzufügen, und man kann diese Bedingungen dahin richten, dafs in (10) alle B_i bis $B_i^{(q-1)}$ ihre Bestimmung erhalten, d. h. man kann durch eine zweckmäfsige Verfügung über die willkührlichen μ's dieselbe Anzahl Glieder in (19) durch die halbe Anzahl Beobachtungen bestimmen. Diese Bedingungen werden dadurch ausgedrückt, dafs man den Gleichungen (18) noch $q-1$ ähnliche Gleichungen hinzufügt, d. h. sie fortsetzt bis zur $2q-1^{\text{ten}}$ Potenz der μ's. Sie verwandeln sich demnach in folgende:

$$\left.\begin{array}{llllll} a_1 & + a_2 & + a_3 & + \ldots\ldots a_q & = 1 \\ a_1\mu_1 & + a_2\mu_2 & + a_3\mu_3 & + \ldots\ldots a_q\mu_q & = 0 \\ a_1\mu_1^2 & + a_2\mu_2^2 & + a_3\mu_3^2 & + \ldots\ldots a_q\mu_q^2 & = \frac{1}{3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_1\mu_1^{2q-1} & + a_2\mu_2^{2q-1} & + a_3\mu_3^{2q-1} & + \ldots\ldots a_q\mu_q^{2q-1} & = 0 \end{array}\right\} \ldots(19)$$

aus welchen die μ's und a's zu bestimmen sind. Die Theile dieser Gleichungen rechter Hand haben die Form der Glieder einer recurrenten Reihe, woraus erhellt, dafs die μ's die Wurzeln einer algebraischen Gleichung vom q^{ten} Grade sind. Es sei diese Gleichung:

$$X^q + \alpha_1 x^{q-1} + \alpha_2 x^{q-2} + \ldots\ldots \alpha_q = 0 \ldots\ldots (20)$$

Unterscheiden wir vorläufig die zwei Fälle: erstens, wo q eine grade Zahl, zweitens wo q eine ungrade Zahl ist.

1. q sei eine grade Zahl. Die Coefficienten aller ungraden Potenzen von x in (20) werden $= 0$; die Coefficienten der graden Potenten werden zufolge der bekannten Eigenschaften recurrirender Reihen durch folgende Relationen bestimmt:

$$\left.\begin{array}{l} 0 = \frac{1}{q+1} + \frac{\alpha_2}{q-1} + \frac{\alpha_4}{q-3} + \ldots\ldots \frac{\alpha_q}{1} \\ 0 = \frac{1}{q+3} + \frac{\alpha_2}{q+1} + \frac{\alpha_4}{q-1} + \ldots\ldots \frac{\alpha_q}{3} \\ 0 = \frac{1}{q+5} + \frac{\alpha_2}{q+3} + \frac{\alpha_4}{q+1} + \ldots\ldots \frac{\alpha_q}{5} \\ \vdots \qquad\qquad \vdots \\ 0 = \frac{1}{2q-1} + \frac{\alpha_2}{2q-3} + \frac{\alpha_4}{2q-5} + \ldots \frac{\alpha_q}{q-1} \end{array}\right\} \ldots\ldots (21)$$

Digitized by Google

2. q sei eine ungrade Zahl. Jetzt sind in (20) die Coefficienten aller graden Potenzen von $X = 0$, so dafs in diesem Falle eine Wurzel von (20) immer $= 0$ ist. Für die Coefficienten der ungraden Potenzen: α_2, α_4... erhält man folgende Relationen:

$$(22)\ldots\ldots\begin{cases} 0 = \frac{1}{q+2} + \frac{\alpha_2}{q} + \frac{\alpha_4}{q-2} + \ldots \frac{\alpha_{q-1}}{3} \\ 0 = \frac{1}{q+4} + \frac{\alpha_2}{q+2} + \frac{\alpha_4}{q} + \ldots \frac{\alpha_{q-1}}{5} \\ 0 = \frac{1}{q+6} + \frac{\alpha_2}{q+4} + \frac{\alpha_4}{q+2} + \ldots \frac{\alpha_{q-1}}{7} \\ \quad\vdots \qquad\quad \vdots \qquad\quad \vdots \\ 0 = \frac{1}{2q-1} + \frac{\alpha_2}{2q-3} + \frac{\alpha_4}{2q-5} + \ldots \frac{\alpha_{q-1}}{q} \end{cases}$$

Ich werde jetzt nachweisen, dafs die Gleichung (20), deren Wurzeln die durch (19) bestimmt werdenden μ's sind, immer, q mag grade oder ungrade seyn, identisch ist mit

$$X^{(q)} = 0$$

Aus dem Satz (4):

$$\int_{-1}^{+1} X^{(q)} X^{(q')} d\mu = 0$$

vorausgesetzt, dafs q und q' verschieden sind, leitet man, indem für $X^{(q')}$ nach und nach $X^{(0)}$, $X^{(1)}$, $X^{(2)}$... $X^{(q-1)}$ gesetzt wird, leicht ab:

$$(23)\ldots\ldots\ldots\ldots \int_{-1}^{+1} X^{(q)} \mu^{q'} d\mu = 0$$

wenn q' irgend eine ganze Zahl, die aber kleiner sein mufs als q, bedeutet. Der Umstand, dafs $X^{(q)}$ eine ganze algebraische Function von der Ordnung q ist, verbunden mit der Eigenschaft (23) bestimmt diese Function vollständig bis auf einen constanten Factor, auf den es hier nicht weiter ankömmt. Es sei nun q eine grade Zahl, $X^{(q)}$ enthält alsdann nur grade Potenzen von μ und es sei

$$X^{(q)} = \mu^q + A_2 \mu^{q-2} + A_4 \mu^{q-4} + \ldots A_q$$

Multipliciren wir diese Gleichung nach und nach mit μ^0, μ^2, μ^4... μ^{q-2} und nehmen jedesmal das Integral zwischen $\mu = -1$ und $\mu = +1$, so erhalten wir zufolge (23):

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{1}{q+1} + \frac{A_2}{q-1} + \frac{A_4}{q-3} + \ldots \frac{A_q}{1} \\ 0 &= \frac{1}{q+3} + \frac{A_2}{q+1} + \frac{A_4}{q-1} + \ldots \frac{A_q}{3} \\ &\vdots \qquad\quad \vdots \qquad\quad \vdots \\ 0 &= \frac{1}{2q-1} + \frac{A_2}{2q-3} + \frac{A_4}{2q-4} + \ldots \frac{A_q}{q-1} \end{aligned}$$

Dies ist aber dasselbe System Gleichungen, als in (21), woraus folgt, dafs $X^{(q)} = 0$ identisch ist mit der Gleichung (20).

Wenn q ungerade ist, enthält $X^{(q)}$ nur ungrade Potenzen von μ; es sei

$$X^{(q)} = \mu^q + A_2 q^{q-2} + \ldots A_{q-1}\mu$$

Multipliciren wir diese Gleichung nach und nach mit μ^1, μ^3... μ^{q-2}, integriren jedesmal zwischen -1 und $+1$, so erhalten wir nach (23) ein System Gleichungen zwischen A_2, A_4... welches übereinstimmt mit (22), so dafs also auch in diesem Falle die Identität zwischen (20) und $X^{(q)} = 0$ nachgewiesen ist.

Ich will jetzt noch bemerken, dafs wenn eine Function: $F(x)$, für welche, zwischen $x = A$ und $x = B$, q einzelne Werthe gegeben sind, zwischen diesen Grenzen A und B dargestellt werden soll, man in vielen Fällen sich der Reihe

$$F(x) = B^{(0)} X^{(0)} + B^{(1)} X^{(1)} + B^{(2)} X^{(2)} \ldots\ldots (24)$$

als einer sehr zweckmäfsigen Interpolations-Formel bedienen wird. Setzt man nemlich $x = \frac{1}{2}(A+B) - \frac{1}{2}(A-B)\mu$, so verwandelt sich $F(x)$ in eine Function von μ, welche zwischen $\mu = -1$ und $\mu = +1$ darzustellen ist. Wenn nun die x, in Beziehung auf welche die Werthe gegeben sind, so gewählt sind, dafs die ihnen entsprechenden μ die Wurzeln der Gleichung $X^{(q)} = 0$ sind, so giebt die Anwendung der entwickelten Methode in (24) alle Coefficienten bis $B^{(q)}$ exclusive. Die Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate zur Bestimmung der Coefficienten in (24) führt zu keinem andern Verfahren, und man ist also überhoben der so lästigen Auflösung der sonst durch diese Methode gegebenen Gleichungen. Wenn Fx eine algebraische ganze Function von der Ordnung $q-1$ ist, so wird sie durch (24) vollständig bestimmt; wenn dies nicht der Fall ist, mufs man sich $F\left(\frac{A+B}{2} + \frac{A-B}{2}\mu\right)$ in eine Reihe nach den steigenden Potenzen von μ entwickelt denken, die hinlänglich convergirt, um die $q$te und die höhern Potenzen vernachlässigen zu können. Diese vernachlässigten Glieder üben einen Einfluſs auf die Werthe, welche man für $B^{(0)}$, $B^{(1)}$, $B^{(2)}$ erhält, aus, der aber um so geringer ist, je niedriger die Stellenzahl der B ist. So ist $B^{(0)}$ genau bis auf diejenigen Glieder, deren Exponent in der Entwickelung von $F\left(\frac{A+B}{2} - \frac{A-B}{2}\mu\right)$ gleich oder gröfser als $2q$ ist, und allgemein: $B^{(m)}$ ist genau bis auf die Glieder, deren Exponent gleich oder gröfser als $2q-m$ ist. Grade aus diesem Umstande, dafs die ersten Glieder mit viel gröfserer Genauigkeit bestimmt werden, läfst sich oft nicht unerheblicher Nutzen ziehen. Wenn z. B. das Integral $\int F(x)dx$ zwischen A und B aus den gegebenen q Beobachtungen gefunden werden soll, so ist dieses $= (B-A)B^{(0)}$ und also genau bis auf die Glieder in der Entwickelung von $F\left(\frac{A+B}{2} - \frac{A-B}{2}\mu\right)$ von der

Digitized by Google

Ordnung $2q$, vorausgesetzt, dafs die gegebenen Werthe von Fx auf Abscissen fallen, deren zugehörige μ's die Wurzeln von $X^{(q)} = 0$ sind. Es seien diese gegebenen Werthe $M_1, M_2, \ldots M_q$ so ist also

$$\int_A^B Fx\,dx = (B-A)\left\{a_1 M_1 + a_2 M_2 + \ldots a_q M_q\right\}$$

wo die a's aus (18) bestimmt werden müssen. Diese Integrationsmethode, die sich hier gleichsam von selbst darbietet, ist genau dieselbe, welche Herr Hofrath *Gaufs* in seiner Abhandlung: Methodus nova integralium etc. (Comm. Soc. Reg. Gött. recent. Vol. III) entwickelt hat, ausgehend grade von der Forderung, dies Integral bis auf Glieder von der Ordnung $2q$ genau zu erhalten. In dieser Abhandlung findet man die Wurzeln der Gleichungen, von denen die μ's abhängen, bis $X^{(q)} = 0$, und zugleich die Werthe der entsprechenden a's. Diese a's sind in der erwähnten Abhandlung mit $R, R' \ldots$ bezeichnet, und unsere $\mu', \mu'' \ldots$ erhält man aus den dortigen $a, a', a'' \ldots$ indem man diese a's verdopppelt und von 1 abzieht.

Ueber vortheilhafte Anordnung der Rechnung bei Anwendung der entwickelten Methode, einige Hülfstafeln u. dgl. werde ich mich in einer spätern Mittheilung, wo ich diese Methode auf die Darstellung der Vertheilung des Erdmagnetismus anwenden werde, auslassen.

F. E. Neumann.

Beobachtung der Sternschnuppen vom 20sten bis 26sten April 1838 von Dr. *Benzenberg*.

1.

Herr *Arago* sagt im Annuaire vom Jahr 1836 S. 297, dafs vom 20sten bis zum 24sten April 1803 und zwar wie er glaubte am 22sten April von 1 bis 3 Uhr Morgens eine grofse Menge Sternschnuppen in Virginien und Massachusets sei gesehen worden, und zwar seien sie so häufig gewesen, dafs sie in allen Richtungen wie ein Raketenregen zu sehen gewesen wären.

Dieses war um so merkwürdiger, da man immer noch glaubte, dafs im Frühjahre die Sternschnuppen sehr selten wären, etwa 3 auf die Stunde von einem Beobachter.

Ich hatte mir nun vorgenommen diese Nächte beobachten zu lassen, um zu sehen, ob die Sternschnuppen so häufig erschienen, wie Herr *Arago* es sagte. Ich wurde hierin noch bestärkt, als ich von Herrn Dr. *Olbers* einen Brief erhielt, der am 16. April geschrieben war. Er sagte unter anderm: „Dafs nach einer Mittheilung von Herrn *Erie* in Newhafen (Amerika) an Herrn *Arago*, dieser behauptete, dafs besonders im April die Sternschnuppen sehr häufig erschienen."

Wenn im April in Amerika die Sternschnuppen häufig sind, so mufs dieses in Europa dasselbe sein; denn da die Erde in jeder Secunde 4½ Meilen auf ihrer Bahn fortgeht, so durchläuft sie in 6½ Minuten ihren Durchmesser von 1719 Meilen.

Nach Herrn *Arago* wurden im Jahr 1803 eine aufserordentliche Menge Sternschnuppen im April in Amerika gesehen, und zwar Morgens von 1 bis 3 Uhr. Da nun die Erde nach einem Jahr (365 Tagen 6 Stunden) wieder an demselben Orte ist, wo sie auch im vorigen Jahre war, so folgt hieraus, dafs im Jahre 1804 um 7 Uhr Morgens diese Sternschnuppenerscheinung statt fand, die im vorigen Jahr um 1 Uhr stattgefunden hatte. Allein um 7 Uhr ist der Tag da, und man kann die Sternschnuppen der Sonne wegen nicht sehen, obschon sie dann eben so häufig sind, wie des Nachts.

Dasselbe war der Fall im Jahr 1806, wo um 1 Uhr Nachmittags diese Sternschnuppenerscheinung statt finden mufste. Im Jahr 1807 war die Erde um 7 Uhr Abends in der Lage, dafs man die Sternschnuppenerscheinung wahrnehmen konnte, und da diese Erscheinung von Abends 7 bis 9 Uhr dauerte, so konnte man in Amerika diese Sternschnuppen sehen.

Da nun in Düsseldorf der Unterschied zwischen dem Meridian von Massachusets ungefähr 80° oder 5,3 Stunden ist, so ist es hier Mitternacht, wenn es in Amerika Abends 7 Uhr ist. Man konnte also hier eben so gut um Mitternacht diese Sternschnuppen sehen, wie in Amerika um 7 Uhr. Es war kein Mondlicht, und daher konnte der Mond nicht störend einwirken. Nur ist es Schade, dafs Herr *Arago* in Hinsicht des Tages nicht sicher ist, wo diese Erscheinung in Amerika stattfand. Er glaubte der 22ste April sei der Tag gewesen, allein den Tag mufste man nun durch die Beobachtungen finden, welche man vom 20sten bis zum 24sten April anstellte.

Jetzt folgen die Beobachtungen.

2.

Beobachtung vom $\frac{20}{21}$. April 1838 von Abends 8½ Uhr bis Morgens 4½ Uhr.

Der Himmel war an diesem Abende zum Theil dunkel. Bei den Beobachtungen ist die Tertienuhr nicht gebraucht worden, weil sie abgezeichnet wird.

Digitized by Google

Nr.	Zeit.	Bemerkungen.
1	8h 45′	5r Gröfse.
2	8 57	3r Gr., ging langsam.
3	9 15	4r Gr. Man konnte jetzt nur noch an einem kleinen Theile beobachten.
4	10 23	eine kleine.
5	10 40	1r Gr., hell, um 10h 45′ ganz trübe. Um 11 Uhr etwas helle.
6	11 5	4r Gröfse.
7	11 9	eine kleine. Um 11h 25′ war es ganz heiter.
8	11 24	5r Gröfse.
9	11 30	sehr klein.
10	12 1	3r Gröfse.
11	12 2	ebenso. Um 12h 5′ wurde es dunkel, um 1h wieder helle.
12	1 5	sehr klein.
13	1 14	2r Gr. Sehr hell.
14	1 35	4r Gr. Um 1h 45′ trübe, um 2h wieder hell.
15	2 7	5r Gr.
16	2 26	4r Gr. Um 2h 50′ zum Theil trübe.
17	3 14	2r Gr., ging sehr langsam.

Da es nun die ganze Nacht ungefähr 2 Stunden 25 Minuten dunkel war, so kommen auf 8 Stunden 23 Sternschnuppen, demnach 3 auf die Stunde.

Die Anzahl der Sternschnuppen war also das tägliche, welches 3 auf die Stunde ist.

3.

Beobachtungen der Sternschnuppen vom $\frac{21}{22}$. April von 8½ Uhr bis 3½ Uhr.

Am 21sten April war es den Tag über trübe, aber Abends klärte es sich auf und es blieb die Nacht hell.

Nr.	Zeit.	Bemerkungen.
1	8h 34′	ganz klein.
2	9 8	2r Gröfse, sehr langsam.
3	9 37	5r Gr.
4	10 5	4r Gr.
5	10 45	sehr klein.
6	10 54	1r Gr.
7	11 29	5r Gr.
8	11 38	klein.
9	12 5	2r Gr.
10	12 11	klein.
11	12 15	1r Gr. mit kleinem Schweife.
12	12 34	3r Gr.
13	12 47	klein.
14	1 25	klein.
15	1 40	3r Gr. Diese ging im Zickzak.
16	1 46	klein.
17	2 20	sehr klein.
18	2 25	3r Gr., ging langsam.
19	3 18	5r Gr.

In 7½ Stunden wurden 19 Sternschnuppen beobachtet. Also in jeder Stunde 2½ Sternschnuppen.

4.

Beobachtung von $\frac{22}{23}$. April von 9 Uhr Abends bis 3½ Uhr Morgens.

Diese Nacht war es helle und kein Wölkchen zeigte sich. Auch wurde diese Nacht die Tertienuhr gebraucht.

Nr.	Zeit.	Dauer.	Bemerkungen.
1	9h 37′	— —	unbedeutend.
2	9 58	1″ 3‴	3r Gröfse.
3	10 27	— 57	5r Gr.
4	10 38	— —	sehr klein.
5	10 47	1 3	2r Gr.
6	10 59	— 59	sehr klein.
7	11 30	1 12	2r Gr., sehr hell.
8	11 51	1 58	1r Gr., mit Schweif.
9	12 14	— —	sehr klein.
10	12 20	— —	ebenso.
11	12 41	— 48	5r Gr.
12	1 10	1 14	2r Gr.
13	1 15	— 49	5r Gr.
14	1 32	— 59	4r Gr.
15	2 1	— 58	dito.
16	2 20	1 2	2r Gr.
17	3 14	— —	eine kleine.

Es waren also in 6½ Stunden 17 Sternschnuppen sichtbar, oder 2½ auf die Stunde.

5.

Beobachtung vom $\frac{23}{24}$. April von 8½ Uhr Abends bis 1 Uhr 17 Minuten Morgens.

Diese Nacht war es meist trübe, und man konnte nur an einem Theile des Himmels beobachten. Aber es mufste dennoch, ungeachtet der Dunkelheit, beobachtet werden.

Nr.	Zeit.	Bemerkungen.
1	8h 55′	4r Gröfse. Die Luft war neblich.
2	9 50	sehr klein.
3	10 20	dito.
4	11 25	4r Gr. Von 12 bis 12½ Uhr dunkel.
5	11 46	5r Gr.
6	12 49	dito.
7	1 3	sehr klein.
8	1 17	klein.

Um 1 Uhr 30 Minuten wurde es ganz dunkel.

Wenn man nun 4 Beobachtungsstunden annimmt, so kommen 2 Sternschnuppen auf die Stunde. Diese Nacht fand also auch kein Sternschnuppenregen Statt.

6.

Beobachtung vom $\frac{24}{25}$. April von 9 Uhr Abends bis Morgens 3½ Uhr.

An diesem Abend war die Luft etwas trübe, man sah zwar die Sterne, aber blafs.

Nr.	Zeit.	Bemerkungen.
1	9h 5′	sehr klein, es war nebliche Luft.
2	9 32	dito.
3	10 19	5r Gröfse.
4	10 42	eine kleine.
5	11 5	dito. Um 11½ Uhr ganz trübe.
6	1 31	eine kleine. Es war theilweise hell.
7	1 52	4r Gr. Jetzt war es ganz hell.
8	1 57	klein.
9	2 14	5r Gr.
10	2 23	3r Gr.

In 6½ Stunden nur 10 Sternschnuppen, also auch kein Sternschnuppenregen.

Digitized by Google

Es scheint daher, dafs in den von Herrn *Arago* bezeichneten Nächten, nemlich vom 20sten bis zum 25sten April keine Sternschnuppennacht statt fand. Es mufs also verschrieben sein, welches durch die Länge der Zeit (1803) sehr leicht möglich ist.

7.

Beobachtung vom $\frac{25}{26}$. April von $8\frac{1}{2}$ Uhr Abends bis $3\frac{1}{2}$ Uhr Morgens.

In dieser Nacht war es sehr hell, doch waren nur wenige Sternschnuppen sichtbar.

Ein Beobachter sah in dieser Nacht nur 17 Sternschnuppen, Also $2\frac{1}{2}$ in jeder Stunde.

Nr.	Zeit.	Bemerkungen.
1	8h 48′	klein.
2	9 34	3r Gröfse.
3	9 47	2r Gr., hell, ging langsam.
4	10 54	3r Gröfse.
5	11 —	klein.
6	11 25	sehr klein.
7	11 7	klein.
8	11 25	4r Gr.
9	11 43	2r Gr., sehr schnell.
10	12 16	sehr klein.
11	12 20	klein.
12	12 58	5r Gr.
13	1 20	klein.
14	1 24	4r Gröfse, ging langsam.
15	1 50	sehr klein.
16	2 5	klein.
17	2 48	5r Gr.

Es regnete in der Nacht vom 26sten zum 27sten April, und die Luft war völlig undurchsichtig, aber wohl nur in einer Höhe von einer halben Stunde, denn jenseits dieser Wolkenschicht war es ganz hell. In der Nacht vom 27sten zum 28sten April war es wieder dunkel.

8.

Ergebnisse.

1. Vom 20sten bis zum 21sten April wurden 17 Sternschnuppen gesehen, oder 3 auf die Stunde. Es wurden für die Zeit, dafs es trübe war, 6 Sternschnuppen gerechnet.

2. Vom 21sten zum 22sten April wurden 19 Sternschnuppen gesehen, oder $2\frac{1}{2}$ auf die Stunde.

3. Vom 22sten zum 23sten April wurden 17 Sternschnuppen gesehen, oder $2\frac{1}{2}$ auf die Stunde.

4. Vom 23sten zum 24sten April zum Theil trüber Himmel und nur 8 Sternschnuppen.

5. Vom 24sten zum 25sten April ebenfalls zum Theil trübe und nur 10 Sternschnuppen.

6. Vom 25sten zum 26sten April wurden 17 Sternschnuppen gesehen, oder $2\frac{1}{2}$ auf die Stunde.

Man sieht also hieraus, dafs vom 20sten bis zum 26sten April wenige Sternschnuppen waren, nemlich im Durchschnitt $2\frac{1}{2}$ auf die Stunde. Freilich macht hierbei der Tag einen grofsen Unterschied, denn von Morgens 4 Uhr bis Abends 8 Uhr war es Tag und man konnte in dieser Zeit keine Sternschnuppen sehen.

Die Sternschnuppennacht in Amerika, die im Jahr 1803 von Morgens 1 bis 3 Uhr stattfand, mufste im Jahre 1838 von 7 bis 9 Uhr Abends stattfinden, und in Düsseldorf von 12 bis 2 Uhr um Mitternacht.

Alles wohl erwogen, so bleibt nichts übrig als anzunehmen, dafs sich Herr *Arago* geirrt habe, und dieser Irrthum mufs sich mit der Zeit auffinden, denn die Beobachtungen in Düsseldorf waren sehr genau, ungeachtet sie einer ungewöhnlichen Anstrengung unterworfen waren.

Mein Gehülfe blieb 6 Nächte nacheinander auf und schlief dann am Tage. Aber es war dennoch keine Kleinigkeit. Denn in den letzten Nächten gegen 2 oder 3 Uhr Morgens kam der Schlaf und er konnte denselben nur los werden, wenn er im Garten auf und ab spazieren ging. Zwar hoffte ich immer, dafs um 12 Uhr Nachts die Erde so weit fortgerückt sey, dafs eine Menge Sternschnuppen gesehen würden, und ich wartete ängstlich auf die Stunde, wenn man mich wecken würde, aber vergeblich, und erst um 2 oder 3 Uhr wurde ich wach, ich ging dann ans Fenster und vernahm, dafs keine Sternschnuppennacht gewesen sei.

Herr *Custodis*, der im Jahr 1832 am $\frac{13}{14}$. November in 3 Stunden 267 Sternschnuppen sah, war auch zum Theil aufgeblieben. Er wohnt nemlich in der Neustadt, wo er nach Norden eine unbeschränkte Aussicht in den Rhein hat, und also aus dem Fenster recht gut die Sternschnuppen beobachten kann. Dieser sagte mir: dafs er in diesen Nächten 2 bis 3 Stunden acht gegeben habe, und er hätte denn nur 5 bis 7 Sternschnuppen gesehen.

In der Nacht vom 29sten April sah mein Gehülfe, weil es hell war, nur 7 Sternschnuppen in 3 Stunden. Also auch sehr wenige.

Es scheint daher, wenn im April Sternschnuppennächte kommen, dafs diese sehr beschränkt sind, und höchstens nur 12 Stunden anhalten. Aber im August hat man schon die Sternschnuppen, die 2mal 24 Stunden anhalten, und zwar ohne Unterbrechung, z. B. den 9ten, 10ten und 11ten August. Hingegen vom 7ten zum 8ten Aug. sind nur sehr wenige Sternschnuppen; denn im vorigen Jahre sah ein Beobachter in dieser Nacht in 6 Stunden nur 11 Sternschnuppen.

In der Nacht vom 3ten zum 4ten Mai war der Mond 8 Tage alt, aber es war aufserordentlich sternhelle. Es wurden nur äufserst wenige Sternschnuppen gesehen. In 7 Stunden sah Einer nur 12.

Die Sternschnuppe Nr. 11 ging ganz senkrecht und sie fiel wahrscheinlich auf unsere Erde, aber sie erlosch, und diese Sternschnuppe ging nach ihrem Erlöschen noch immer ebenso schnell. Aber unsichtbar.

Dr. *Benzenberg*.

Ueber eine neue Eigenschaft der *Laplace*'schen $Y^{(n)}$ und ihre Anwendung zur analytischen Darstellung derjenigen Phanomene, welche Functionen der geographischen Länge und Breite sind. Von Herrn Professor *J. E. Neumann* in Königsberg. p. 313.
Beobachtung der Sternschnuppen vom 20sten bis 26sten April 1838. Von Herrn Dr. *Benzenberg*. p. 323.

Altona 1838. September 13.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

No. 356. 357.

Bemerkungen über barometrisches Höhenmessen.

Von Herrn Geheimen-Rath und Ritter *Bessel*.

(Hiebei eine Beilage.)

1.

Die Atmosphäre der Erde ist bekanntlich aus Stickstoffgas, Sauerstoffgas, Kohlensäuregas und Wasserdampf zusammengesetzt, und es wird angenommen, dafs diese Bestandtheile derselben keine chemische Wirkung aufeinander äufsern, oder dafs willkührliche Massen derselben, zusammengemischt, unter gleichem Drucke und in gleicher Wärme, einen Raum füllen, welcher der Summe der von den einzelnen gefüllten Räume gleich ist. Wenn die Bestandtheile der Atmosphäre zu allen Zeiten und in allen Höhen, in einem gleichen Verhältnisse vermischt angenommen werden, so ist die Kenntnifs dieses Verhältnisses, insofern es sich um die Bedingungen ihres Gleichgewichts handelt, unnöthig; wenn man aber die Freiheit behalten will, den Untersuchungen darüber auch andere Voraussetzungen zum Grunde zu legen, so darf man die Art der Zusammensetzung der Atmosphäre nicht stillschweigend übergehen.

Die drei Gasarten, welche sich in der Atmosphäre befinden, können vielleicht, an einem bestimmten Punkte der Oberfläche der Erde, nicht immer in genau gleichem Verhältnisse vorhanden sein; allein die Veränderungen, welche dieses Verhältnifs von einer Zeit zur andern erfährt, sind jedenfalls so klein, dafs sie, durch die Methoden der Chemie, nur in Folge oft wiederholter Versuche entdeckt werden können; nicht mit so grofser Leichtigkeit, dafs man das stattfindende Verhältnifs als in jedem einzelnen Falle durch Beobachtung erkennbar betrachten könnte. Man mufs also ein bestimmtes Verhältnifs annehmen.

Nach der Angabe von *Berzelius* sind die Räume, welche die drei Gasarten, in der Reihenfolge, in welcher ich sie oben angeführt habe, einnehmen, in dem Verhältnisse:

$$77{,}96 : 21{,}15 : 0{,}07;$$

oder der Raum 1 trockner atmosphärischer Luft, an der Oberfläche der Erde, wird gefüllt durch:

$$v = 0{,}78605 \quad \text{Stickstoffgas}$$
$$v_{,} = 0{,}21325 \quad \text{Sauerstoffgas}$$
$$v_{,,} = 0{,}00070 \quad \text{Kohlensäuregas.}$$

Derselbe grofse Chemiker giebt die Dichtigkeiten dieser drei Gasarten, wenn sie alle demselben Drucke ausgesetzt werden, welcher ihrem Gemische eine Dichtigkeit D giebt:

$$\text{des Stickstoffgases} \ldots\ldots = 0{,}9691\, D = d\, D$$
$$\text{des Sauerstoffgases} \ldots\ldots = 1{,}1026\, D = d_{,} D$$
$$\text{des Kohlensäuregases} \ldots = 0{,}5260\, D = d_{,,} D$$

Diese 6 Zahlen bedürfen indessen einer Ausgleichung untereinander, indem sie der Relation:

$$1 = v\,d + v_{,}\,d_{,} + v_{,,}\,d_{,,} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

der sie entsprechen müssen, nicht entsprechen. Man hat nämlich, wenn M, m, $m_{,}$, $m_{,,}$ die in der Raumeseinheit enthaltenen Masse des Gemisches und seiner Bestandtheile, D, δ, $\delta_{,}$, $\delta_{,,}$ ihre Dichtigkeiten bezeichnen, durch die Voraussetzung der gleichförmigen Vertheilung in diesem Raume:

$$D : M = \delta : m = \delta_{,} : m_{,} = \delta_{,,} : m_{,,}; \ldots\ldots\ldots (2)$$

ferner, wenn P, p, $p_{,}$, $p_{,,}$ die Drücke bezeichnen, welche das Gemisch und seine Bestandtheile, diese einzeln genommen, auf die Einheit der Oberfläche des sie einschliefsenden Raumes ausüben, durch das *Mariotte*sche Gesetz:

$$P : d\, D = p : \delta$$
$$P : d_{,} D = p_{,} : \delta_{,}$$
$$P : d_{,,} D = p_{,,} : \delta_{,,}$$

und auch,

$$P : 1 = p : v = p_{,} : v_{,} = p_{,,} : v_{,,}$$

also

$$\delta = v\,d\,D; \quad \delta_{,} = v_{,}\,d_{,}\,D; \quad \delta_{,,} = v_{,,}\,d_{,,}\,D$$

Setzt man diese Ausdrücke von δ, $\delta_{,}$, $\delta_{,,}$ in die obige Proportion (2), so erhält man:

$$m = v\,d\,M, \quad m_{,} = v_{,}\,d_{,}\,M, \quad m_{,,} = v_{,,}\,d_{,,}\,M$$

und, da $M = m + m_{,} + m_{,,}$ ist, die Relation (1). Damit ihr entsprochen werde, habe ich d und $d_{,}$ ein wenig geändert und das erstere in 0,9711, das andere in 1,1048 verwandelt.

Die Dichtigkeit der atmosphärischen Luft, nämlich des Gemisches der drei Gasarten, haben *Biot* und *Arago* bestimmt. Sie haben gefunden, dafs sie, wenn sie sich an der Oberfläche der Erde und in der Wärme des schmelzenden Eises unter

Digitized by Google

dem Drucke, welchen eine gleich warme Quecksilbersäule von 336,905 Pariser Linien Höhe unter dem 45sten Grade der Polhöhe äufsert, befindet, 10466,8mal leichter ist als Quecksilber. Unter diesen Umständen ist also das obige

$$D = \frac{1}{10466,8}.$$

So wie die Wärme zunimmt, nimmt auch die specifische Elasticität der Luft zu, oder der Raum, den eine Masse Luft einnimmt, vergröfsert sich bei gleichbleibendem Drucke. *Gay-Lussac* hat das merkwürdige Resultat gefunden, dafs die specifische Elasticität aller Gasarten und Dämpfe, bei gleicher Aenderung der Wärme, sich gleichviel verändert und dafs diese Aenderung den Graden des Quecksilberthermometers proportional ist. Wenn sie für die Wärme des schmelzenden Eises $= 1$, und ihre Aenderung für eine, einem Grade der Thermometerscale entsprechenden Aenderung der Wärme $= k$ gesetzt wird, so ist also ihr Werth für die Angabe t des Thermomometers:

$$E = 1 + kt.$$

Für die Wärme des siedenden Wassers fand *Gay-Lussac* $E = 1,375$.

Zu den drei Gasen gesellt sich in der Atmosphäre noch Wasserdampf, und es ist bekannt, dafs er in veränderlicher Menge, welche in jedem besonderen Falle nur durch einen Versuch bestimmt werden kann, vorhanden ist. Was sich hierauf bezieht, werde ich später berühren, zuerst aber die atmosphärische Luft als trocken betrachten.

2.

Die barometrischen Höhenmessungen beruhen auf der Vergleichung des beobachteten Verhältnisses der Drücke der Luft in verschiedenen Höhen, mit dem Ausdrucke, welche die Bedingung des Gleichgewichts der Luft dafür giebt. Obgleich dieser Ausdruck in der Mécanique Céleste, und später in vielen anderen Schriften, entwickelt worden ist, so werde ich seine Entwickelung doch auch hier nicht unterlassen: es wird mir dadurch leichter werden, sowohl eine kleine Veränderung anzubringen, als später Vorkommendes anzuknüpfen.

Das *Mariotte*sche Gesetz fordert, dafs die Dichtigkeit δ der Luft, in dem Verhältnisse des Druckes p, den sie erfährt und folglich, im Gleichgewichte, selbst wieder ausübt, und in dem umgekehrten Verhältnisse ihrer specifischen Elasticität E, oder dafs

$$\frac{\delta . E}{p}$$

beständig ist. Hierbei ist Luft von gleicher Beschaffenheit in allen Höhen, vorausgesetzt. Nimmt man zum Maafse von p den Druck an, welchen eine Quecksilbersäule von der Wärme des schmelzenden Eises und der Höhe von 336,905 Par. Linien, an der Oberfläche der Erde und unter dem 45sten Grade der Polhöhe, auf eine Flächeneinheit äufsert; als Maafs von δ die Dichtigkeit des Quecksilbers in der Wärme des schmelzenden Eises und als Maafs von E die specifische Elasticität der Luft in derselben Wärme, und setzt man $\delta = D$ für $p = 1$ und $E = 1$, so ist:

$$\delta . E = pD \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

Der Druck der Luft in einer Höhe x über der Oberfläche der Erde, oder in einer Entfernung $a+x$ von ihrem Mittelpunkte, ist die Summe der Drücke aller über x liegenden Schichten. Eine Schichte zwischen den Höhen x und $x+dx$ hat, für jede Einheit ihrer Oberfläche, die Masse $\delta . dx$, äussert also auf diese Einheit den Druck:

$$(g)\,\delta \left(\frac{a}{a+x}\right)^2 dx$$

wo (g) die Schwere an der Oberfläche der Erde, senkrecht unter dem Punkte, auf welchen x und δ sich beziehen, in Theilen der Schwere unter dem 45sten Grade der Polhöhe ausgedrückt, bedeutet. Allein um die durch das Wegnehmen dieser Schichte von den über x liegenden erzeugte Verminderung des Druckes durch dasselbe Maafs zu messen, durch welches oben p gemessen worden ist, mufs der eben gegebene Ausdruck durch dieses Maafs dividirt werden und ergiebt dann:

$$dp = -\frac{(g)\,\delta}{336,905}\left(\frac{a}{a+x}\right)^2 dx$$

oder, wenn man a und x nicht durch die Pariser Linie, sondern durch die Toise messen will:

$$dp = -\frac{(g)\,864 . \delta}{336,905}\left(\frac{a}{a+x}\right)^2 dx \quad \ldots\ldots\ldots (4)$$

Wenn man δ durch die Verbindung beider Gleichungen eliminirt, erhält man:

$$\frac{dp}{p} = -\frac{(g)\,864 . D}{336,905}\left(\frac{a}{a+x}\right)^2 \frac{dx}{E}$$

Durch das Integral dieser Gleichung werden die Werthe von p, welche in zwei verschiedenen Höhen über der Oberfläche der Erde, für $x = h$ und $x = h'$ vorhanden sind, miteinander verglichen; nämlich, wenn man sie durch P und P' bezeichnet, und die Logarithmen des *Briggs*chen Systems, für dessen Modul μ geschrieben wird, annimmt:

$$\log \frac{P'}{P} = -\frac{(g)\,864 . D . \mu}{336,905}\int_h^{h'} \left(\frac{a}{a+x}\right)^2 \frac{dx}{E}$$

oder, wenn man

$$\frac{336,905}{864 . D . \mu} = 9397,74 = l = (g)\,l'$$

setzt

$$\log \frac{P'}{P} = -\frac{1}{l'}\int_h^{h'} \left(\frac{a}{a+x}\right)^2 \frac{dx}{E} \quad \ldots\ldots\ldots (5)$$

Digitized by Google

Die noch auszuführende Integration setzt voraus, dafs man die Relation zwischen x und E, oder das Gesetz kenne, nach welchem die in beiden Höhen beobachteten, der Wärme der Luft entsprechenden Thermometerstände τ und τ' ineinander übergehen. Man kennt dieses Gesetz in keinem Falle und hat daher keinen Grund, die Aenderung der Wärme anders, als der Aenderung der Höhe proportional anzunehmen. *Laplace* setzt, um diese Absicht näherungsweise zu entsprechen und um zugleich dem Integrale die möglichst einfache Form zu geben:

$$(1+kt)^2+\frac{iax}{a+x}$$

für alle zusammengehörige Werthe von t und x als beständig voraus und bestimmt die Constante i so, dafs sie den beiden beobachteten Temperaturen τ und τ' genügt. Hierdurch wird:

$$(1+kt)^2+iX = (1+k\tau)^2+iH = (1+k\tau')^2+iH'$$

wo ich X, H, H' für $\frac{ax}{a+x}$, $\frac{ah}{a+h}$, $\frac{ah'}{a+h'}$ geschrieben habe. Man erhält dadurch

$$i = \frac{2k(\tau-\tau')\left(1+k\frac{\tau+\tau'}{2}\right)}{H'-H}$$

und

$$dX = \left(\frac{a}{a+x}\right)^2 dx = -\frac{2k}{i}(1+kt)\,dt$$

und ferner

$$\left(\frac{a}{a+x}\right)^2\frac{dx}{E} = -\frac{2k}{i}\,dt,$$

woraus das von h bis h' genommene Integral ist:

$$\frac{2k}{1}(\tau-\tau') = \frac{H'-H}{1+k\frac{\tau+\tau'}{2}}.$$

Man hat also, der *Laplace*schen Annahme des Gesetzes der Wärmeänderung zufolge, die Formel (5) in:

$$(6)\ldots\ldots log\frac{P}{P'} = \frac{1}{l}\cdot\frac{H'-H}{1+k\frac{\tau+\tau'}{2}}$$

verwandelt.

3.

Ich habe hierbei die Luft als trocken angenommen, mufs also den immer darin enthaltenen Wasserdampf noch berücksichtigen. Wenn das sich in einem begrenzten Raume befindende Gemisch der trockenen Bestandtheile der Luft auf die begrenzende Oberfläche den Druck p ausübt, der Wasserdampf den Druck p_1, und wenn die specifischen Schweren beider durch D und d_1D, der feuchten, aus ihrer Mischung entstandenen Luft durch D' bezeichnet werden, so ist, der Gleichung (1) zufolge:

$$1 = v\frac{D}{D'}+v_1\frac{d_1D}{D'}$$

und

$$v = \frac{p}{p+p_1},\quad v_1 = \frac{p_1}{p+p_1}$$

also

$$D' = D\frac{p+p_1d_1}{p+p_1}$$

oder, wenn man (um kein neues Zeichen einzuführen) den ganzen Druck ($=p+p_1$) jetzt durch p bezeichnet:

$$D' = D\left\{1-\frac{p_1}{p}(1-d_1)\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots(7)$$

Für feuchte Luft verwandelt sich also die Gleichung (3) in:

$$\delta.E = \{p-p_1(1-d_1)\}D$$

und ihre Verbindung mit (4) ergiebt:

$$0 = dp+\frac{1}{\mu l}p\frac{dX}{E}-\frac{(1-d_1)}{\mu l}p_1\frac{dX}{E}\ldots\ldots\ldots(8)$$

Um diese Gleichung integriren zu können, mufs man wissen, wie p_1 von den übrigen veränderlichen Gröfsen abhängt. Wenn keine Beobachtung, welche die in der Luft enthaltene Quantität Wasserdampf für einen besonderen Fall bestimmt, vorhanden ist, so mufs man seine Berechnung auf die Voraussetzung entweder eines mittleren, oder eines den sonstigen jedesmaligen Umständen angemessen erscheinenden Zustandes der Atmosphäre gründen. Ich werde diesen Fall zuerst untersuchen, indem ich voraussetzen werde, dafs an jedem Punkte der Atmosphäre ein bestimmter Theil derjenigen Menge Wasserdampfes vorhanden ist, welche sie, ihrer Wärme gemäfs, daselbst aufnehmen kann. Wenn dieses Maximum des Wasserdampfes den Druck (p_1) äufsert, nehme ich also

$$p_1 = \alpha(p_1)$$

an, wo ich unter α einen beständigen Factor, nicht gröfser als 1, verstehe, dessen Werth der späteren Wahl überlassen bleibt.

Den Ausdruck von (p_1) durch die Angabe t des Centesimalthermometers, hat *Laplace* (Méc. Cél. IV. p. 273) aus Versuchen von *Dalton*, in der im vorigen Art. gewählten Einheit des Druckes ausgedrückt:

$$= 10^{(t-100)\,0{,}0154547-(t-100)^2\,0{,}0000\,625\,826}$$

abgeleitet, wofür man auch

$$(p_1) = 0{,}0067407\,.\,10^{t.0{,}0279712-tt.0{,}0000\,625\,826}\ldots\ldots(9)$$

schreiben kann. Man hat also, der Voraussetzung gemäfs,

$$p_1 = \alpha\beta\,10^{at-ctt}$$

wo

$$\beta = 0{,}0067407$$
$$a = 0{,}0279712$$
$$c = 0{,}0000\,625\,826$$

sind.

Multiplicirt man die Differentialgleichung (8) mit

$$10^{\frac{1}{l}\int\frac{dX}{E}}$$

Digitized by Google

so kann man das Product integriren, nämlich:

$$C = p.10^{\frac{1}{l}\int\frac{dX}{E}} - \frac{(1-d_1)}{\mu l'}\int p_1 10^{\frac{1}{l'}\int\frac{dX}{E}}\frac{dX}{E}$$

Der *Laplace*schen Annahme des Gesetzes der Aenderung der Wärme, zwischen zwei Höhen, für welche sie durch Beobachtung gegeben ist (Art. 2), zufolge, ist:

$$\frac{dX}{E} = -\frac{2k}{i}dt;$$

substituirt man dieses und auch den Ausdruck von p, so wird

$$C = p.10^{-\frac{2k}{il}t} + \frac{2\alpha\beta(1-d_1)k}{\mu l'.i}\int 10^{\left(a-\frac{2k}{l'i}\right)t-ctt}dt.$$

Durch diese Gleichung enthält man die Relation zwischen den Drücken der Atmosphäre P und P' in den Höhen h und h', nämlich:

$$P.10^{-\frac{2k}{li}\tau} - P'.10^{-\frac{2k}{l'i}\tau'} = \frac{2\alpha\beta(1-d_1)k}{\mu l'i}\int_{\tau}^{\tau'} 10^{\left(a-\frac{2k}{l'i}\right)t-ctt}dt$$

Setzt man T für $\frac{1}{2}(\tau+\tau')$ und $T+z$ für t, so verwandelt das noch zu suchende Integral sich in:

$$-10^{-\frac{2k}{li}T}.10^{aT-cT^2}\int_{-\frac{1}{2}(\tau-\tau')}^{\frac{1}{2}(\tau-\tau')} 10^{\left(a-\frac{2k}{li}-2cT\right)z-czz}$$

Wenn man, um abzukürzen,

$$u = \frac{2\alpha\beta(1-d_1)k}{l'i}10^{aT-cT^2}\int_{-\frac{1}{2}(\tau-\tau')}^{\frac{1}{2}(\tau-\tau')} 10^{\left(a-\frac{2k}{li}-2cT\right)z-czz}dz$$

schreibt, hat man also

$$P.10^{-\frac{2k}{li}\tau} - P'.10^{-\frac{2k}{l'i}\tau'} = -\frac{u}{\mu}10^{-\frac{2k}{li}T}$$

oder

$$P.10^{-\frac{2k}{li}(\tau-\tau')} + \frac{u}{\mu}10^{-\frac{2k}{li}\left(\frac{\tau-\tau'}{2}\right)} = P'$$

woraus folgt:

$$10^{-\frac{2k}{li}(\tau-\tau')} = \frac{P'}{P}\frac{\sqrt{[4\mu^2PP'+uu]}-u}{\sqrt{[4\mu^2PP'+uu]}+u}$$

und, wenn man die *Brigg*schen Logarithmen beider Glieder dieser Gleichung nimmt und bis uu incl. richtig entwickelt:

$$\frac{2k}{li}(\tau-\tau') = log\frac{P}{P'} + \frac{u}{\sqrt{(PP')}}.$$

Der angewandten Relation zwischen der Wärme und der Höhe zufolge, ist aber (Art. 2):

$$\frac{2k}{i}(\tau-\tau') = \frac{H'-H}{1+kT};$$

wodurch man erhält

$$(10)\ldots\ldots log\frac{P}{P'} = \frac{1}{l}\frac{H'-H}{1+kT} - \frac{u}{\sqrt{(PP')}}$$

Das in dem Ausdrucke von u vorkommende Integral findet man, durch Reihenentwickelung der Exponentialgröfse:

$$= (\tau-\tau')\left\{1+\frac{(\tau-\tau')^2}{24\mu^2}\left[\left(a-\frac{2k}{l'i}-2cT\right)^2-2c\mu\right]+\text{etc.}\ldots\right\}$$

Um die Gröfse des zweiten Gliedes dieser Reihe einigermafsen zu schätzen, kann man annehmen, dafs der Stand des Centesimalthermometers für 85 Toisen der Zunahme der Höhe um einen Grad abnimmt. Dann ist dieses Glied für $H'-H = n.1000$ Toisen und für $T=0$, $= nn.0{,}0093$; es ist also für kleine Höhenunterschiede ein unbedeutender Theil des ersten Gliedes, während es selbst für die gröfsten, welche noch zugänglich sind, nicht auf ein Zehntel desselben steigt. Die Voraussetzung über die Vertheilung des Wasserdampfes in der Atmosphäre, worauf die gegenwärtige Rechnung beruhet, besitzt weit gröfsere Unsicherheit; weshalb ich glaube, dafs es wenig Interesse haben kann, ihr durch eine zusammengesetztere Rechnung ganz treu zu bleiben. Ich vereinfache diese daher und nehme:

$$u = \frac{2\alpha\beta(1-d_1)k(\tau-\tau')}{l'i}10^{aT-cT^2}$$

an. Nach der Angabe von *Berzelius* ist $d_1 = 0{,}62$, und oben ist gezeigt worden, dafs

$$\beta = 0{,}0067407$$
$$\frac{2k(\tau-\tau')}{i} = \frac{H'-H}{1+kT}$$

ist. Hierdurch wird

$$u = \alpha\frac{H'-H}{l}.\frac{10^{aT-cT^2}}{1+kT}\,0{,}002561$$

und man erhält, durch die Substitution dieses Ausdruckes in die Gleichung (10):

$$log\frac{P}{P'} = \frac{H'-H}{l(1+kT)}\left\{1-\alpha.\frac{0{,}002561}{\sqrt{(PP')}}10^{aT-cT^2}\right\}\ldots(11)$$

Will man die Berechnung des Höhenunterschiedes der beiden Punkte, wo der Druck und die Wärme der Luft beobachtet sind, auf die Voraussetzung des mittleren Zustandes zwischen Trockenheit und gröfster Feuchtigkeit der Luft gründen, so mufs man $\alpha = \frac{1}{2}$ annehmen. Es scheint aber, dafs man, auch ohne unmittelbare Bestimmung der jedesmal wirklich vorhandenen Menge des Wasserdampfes, durch Berücksichtigung äufserer Umstände, in geeigneten Fällen gröfsere Genauigkeit erlangen kann, als durch die Voraussetzung $\alpha = \frac{1}{2}$: wenn es z. B. in der ganzen Luftmasse zwischen beiden Punkten regnet, so ist $\alpha = 1$; wenn die beiden Punkte sich in einem weit von dem Meere entfernten, schon als ausgezeichnet trocken bekannten Lande *) befinden, so wird es angemessen sein, α

*) Dieses ist z. B. der Fall mit einem grofsen Theile von Nordasien, wie aus *A. Ermans* Reise um die Erde B. II S. 67 u. s. w. hervorgeht. Man lernt daselbst nicht nur die Thatsache kennen, sondern auch die geographischen Verhältnisse, wovon sie die Folge ist.

Digitized by Google

kleiner als $\frac{1}{4}$ anzunehmen. Damit man unmittelbar übersehe, wie grofs der Einfluſs der Feuchtigkeit auf barometrische Höhenmessungen werden kann, werde ich ihn weiter entwickeln. Die Vergröfserung, welche ein, unter der Voraussetzung trockener Luft berechneter Höhenunterschied, durch die Berücksichtigung des Wasserdampfes erfährt, ist, der Gleichung (11) zufolge:

$$= \frac{\alpha\omega}{1-\alpha\omega}(H'-H)$$

wo ω für

$$\frac{0{,}002561}{\sqrt{(PP')}}\,10^{\alpha T-\alpha T'}$$

geschrieben ist. Vernachlässigt man das Quadrat dieser Gröfse und setzt man

$$P' = P\,10^{-\frac{(H'-H)}{T(1+\frac{1}{2}T)}},$$

was gleichfalls nur einen Fehler von der Ordnung ω^2 erzeugt, so wird

$$\omega = \frac{0{,}002561}{P}\,10^{\frac{H'-H}{2T(1+\frac{1}{2}T)}}.10^{\alpha T-\alpha T'}$$

und daher der Einfluſs des Wasserdampfes:

$$12)\ldots = \alpha.\frac{0{,}002561}{P}(H'-H)\,10^{\frac{H'-H}{2T(1+\frac{1}{2}T)}}.10^{\alpha T-\alpha T'}$$

Nimmt man den in dieser Formel vorkommenden Druck in der Höhe $h=1$, oder den Barometerstand daselbst $= 336^{t},905$ und $k = 0{,}00375$ an, so findet man die in α zu multiplicirende Gröfse für verschiedene Werthe von $H'-H$ und T, so wie folgende Tafel sie angiebt:

$T = \frac{1}{2}(\tau+\tau')$

$H'-H$	0°	10°	20°
T	T	T	T
500	1,36	2,55	4,64
1000	2,90	5,41	9,83
1500	4,62	8,61	15,60
2000	6,55	12,18	22,02
2500	8,70	16,15	29,14
3000	11,10	20,55	37,02

Man kann aus diesen Zahlen beurtheilen, wie grofs der Einfluſs einer Unsicherheit über den Werth von α, in einem vorkommenden Falle ist.

4.

Seit der Erfindung des *Daniell*schen Hygrometers und des *August*schen Psychrometers kann man die jedesmal in der Luft enthaltende Menge des Wasserdampfes leicht und mit hinreichender Genauigkeit erkennen. Die Forderung, dafs an beiden Punkten, deren Höhenunterschied barometrisch gemessen werden soll, aufser dem Barometer und Thermometer, auch das Psychrometer beobachtet werde, kann leicht erfüllt werden, und gewährt dann dem Resultate der Beobachtungen den Vortheil, von einer willkührlichen Annahme über die vorhandene Menge des Wasserdampfes, etwa in derselben Art frei zu sein, als es, durch die Beobachtung der Luftwärme an beiden Punkten, von einer Willkühr in dieser Beziehung befreiet wird. Ich werde daher die Rechnungsvorschrift aufsuchen, welche anzuwenden ist, wenn man auch die Beobachtungen des Psychrometers besitzt.

Das Psychrometer beruhet auf der Vergleichung des Standes τ, eines Thermometers, dessen Kugel befeuchtet wird, mit dem Stande τ eines anderen nicht befeuchteten Thermometers. Wenn der gröfste Druck, welchen Wasserdampf von der Wärme t ausüben kann, durch φt und der in Pariser Linien ausgedrückte Barometerstand durch b bezeichnet werden, so ist der Druck, welchen der in der Luft wirklich vorhandene Wasserdampf ausübt;

$$= \varphi\tau_{,} - \frac{0{,}558\,(\tau-\tau_{,})\,b}{336{,}905\,(m-\tau_{,})}$$

wo, in dem Falle eines positiven Werthes von $\tau_{,}$, $m = 640$; in dem Falle eines negativen, einen Eisüberzug der befeuchteten Thermometerkugel bedingenden Werthes aber, $m = 715$ ist. Diese Formel ist von dem Erfinder des Psychrometers, *August*, gegeben, und stützt sich auf die Vergleichung von Versuchen mit physischen Betrachtungen *). Den Ausdruck von φt durch t leitet *August* aus Beobachtungen über den Druck, welchen Wasserdampf von verschiedener Wärme ausübt, ab, indem er ein, von *Kämptz* aus den von *Dalton*, *Ure*, *Schmidt* und *Artzberger* darüber angestellten, gezogenes mittleres Resultat anwendet. Diese Beobachtungen sind aber, mit Ausnahme der beiden zuerst angeführten Reihen, so wenig übereinstimmend untereinander, dafs es zweifelhaft wird, ob man alle vier vereinigen darf. Ich ziehe daher vor, bei dem oben schon angewandten, von *Laplace* gegebenen, sich an *Daltons* Beobachtungen, also auch an die ihnen nahe kommenden von *Ure*, anschliefsenden Ausdrucke zu bleiben. Es ist im Allgemeinen meine Meinung, dafs man sehr bekannt gewordene und häufig angewandte Formeln nicht eher ändern sollte, als bis die Nothwendigkeit der Aenderung als entschieden betrachtet werden kann; was in dem gegenwärtigen Falle keinesweges statt findet. Die ausgezeichneten späteren Untersuchungen *Aragos* über denselben Gegenstand, betreffen nur die Elasticität des Wasserdampfes in sehr hohen Wärmegraden, und es ist nicht darauf zu rechnen, dafs dieselbe Interpolationsformel, welche diese befriedigend darstellt, auch auf weit geringere anwendbar sei.

Wenn man den *Laplace*schen Ausdruck anwendet, erhält man den Druck, welchen der in der Luft enthaltene Wasser-

*) *Poggendorff* Annalen der Physik Bd. 81. S. 69 und Bd. 90 (14 der neuen Folge) S. 137.

Digitized by Google

dampf ausübt, der angeführten Formel zufolge:

$$p_t = 0{,}0064707 \cdot 10^{at_1 - ctt_1} - 0{,}0016562 \frac{(\tau - \tau_1) b}{m - \tau_1}$$

und wenn man ihn durch

$$(p_t) = 0{,}0064707 \cdot 10^{at - ctt},$$

oder durch den Druck dividirt, den der Wasserdampf ausüben würde, wenn die Luft damit gesättigt wäre, das oben durch α bezeichnete Verhältnifs, also:

$$(13) \ldots \alpha = \frac{10^{at_1 - ctt_1}}{10^{at - ctt}} - 0{,}2457 \frac{b}{m - \tau_1} \cdot \frac{\tau - \tau_1}{10^{at - ctt}}$$

Zur Erleichterung der Berechnung von α theile ich hier eine Tafel mit, deren erste Spalte, für alle Werthe von t, von -20 bis $+30$,

$$\log 10^{at - ctt} = ft$$

die zweite

$$\log \frac{0{,}2457}{m - t} 10^{-at + ctt} = \psi t$$

enthält. Man erlangt dadurch

$$\log A = f\tau_1 - f\tau$$
$$\log B = \log A + \psi\tau_1 + \log(\tau - \tau) + \log b$$

und das gesuchte $\alpha = A - B$.

t	ft		ψt	
$-20°$	9,4155		7,1086	
		304		298
-19	9,4459		7,0788	
		303		297
-18	9,4762		7,0491	
		302		296
-17	9,5064		7,0195	
		300		295
-16	9,5364		6,9900	
		299		293
-15	9,5663		6,9607	
		298		292
-14	9,5961		6,9315	
		297		290
-13	9,6258		6,8925	
		295		290
-12	9,6553		6,8735	
		294		288
-11	9,6847		6,8447	
		293		287
-10	9,7140		6,8160	
		292		285
-9	9,7432		6,7875	
		290		285
-8	9,7722		6,7590	
		289		283
-7	9,8011		6,7307	
		288		282
-6	9,8299		6,7025	
		287		280
-5	9,8586		6,6745	
		286		279
-4	9,8871		6,6466	
		284		278
-3	9,9155		6,6188	
		283		277
-2	9,9438		6,5911	
		282		276
-1	9,9720		6,5635	
		280		274
0	0,0000		6,5361	
		279	6,5842	
$+1$	0,0279		6,5570	272
		278		271
2	0,0557		6,5299	
		277		270
3	0,0884		6,5029	
		275		268
4	0,1109		6,4761	
		274		268
5	0,1383		6,4493	

t	ft		ψt	
$+5°$	0,1383		6,4493	
		273		266
6	0,1656		6,4227	
		271		264
7	0,1927		6,3963	
		271		264
8	0,2198		6,3699	
		269		262
9	0,2467		6,3437	
		268		261
10	0,2735		6,3176	
		266		260
11	0,3001		6,2916	
		265		258
12	0,3266		6,2658	
		264		257
13	0,3530		6,2401	
		263		256
14	0,3793		6,2145	
		262		255
15	0,4055		6,1890	
		260		253
16	0,4315		6,1637	
		259		252
17	0,4574		6,1385	
		258		251
18	0,4832		6,1134	
		257		249
19	0,5089		6,0885	
		255		249
20	0,5344		6,0636	
		254		247
21	0,5598		6,0389	
		253		246
22	0,5851		6,0143	
		251		244
23	0,6102		5,9899	
		251		243
24	0,6353		5,9656	
		249		242
25	0,6602		5,9414	
		247		241
26	0,6849		5,9173	
		247		239
27	0,7096		5,8934	
		245		239
28	0,7341		5,8695	
		244		237
29	0,7585		5,8458	
		243		235
30	0,7828		5,8223	

Bestimmt man auf diese Art die Werthe von α für beide Höhen, so wird man sie selten von gleicher Gröfse finden. Da man das Gesetz des Ueberganges von dem einen zu dem anderen nicht kennt, so ist die Willkühr unvermeidlich. Ich halte für das Angemessenste, das Mittel aus beiden Werthen von α zur Berechnung der Formel (11) anzuwenden.

Digitized by Google

5.

Es scheint mir nöthig, die verschiedenen Voraussetzungen näher zu untersuchen, durch welche ich die Formel (11) erlangt habe. Die erste Voraussetzung aller Untersuchungen, welche den Druck und die Dichte der Atmosphäre in unbestimmten Höhen betreffen, ist die ihres Gleichgewichts. Dafs sie nicht richtig ist, darf nicht erst hier gesagt werden. Ihre Unrichtigkeit zeigt sich sowohl in den Schwankungen des Barometerstandes um seinen mittleren Werth für jeden Punkt der Erde, als auch in der Verschiedenheit dieses Werthes für verschiedene Punkte, selbst wenn sie in der Oberfläche des Meeres angenommen werden. Die Kenntnifs dieser Verschiedenheit haben wir erst im J. 1831 durch eine Untersuchung *Adolph Ermans* erlangt *), durch welche er, theils aus eigener, auf einer Reise um die Erde gemachten Beobachtungen, theils aus fremden, sowohl im nördlichen Asien und Amerika gesammelten, als auch auf der Russischen Corvette Krotkoi, unter der Leitung des Capitains *Hagemeister* angestellten, gezeigt hat, dafs die von dem Aequator entferntere Grenze der Zone der Passatwinde, einen höheren Barometerstand hat, als die ihm nähere; und ferner, dafs dieser Stand auch unter verschiedenen Meridianen verschieden ist. Das erstere Resultat beruhet auf Beobachtungen, welche während des achtmaligen Durchschiffens der Passatzone gesammelt worden sind, und ist auch später auf der, für die Astronomie denkwürdigen Reise *Herschels* nach dem Vorgebirge der guten Hoffnung hervorgetreten; das andere beruhet auf einer Vergleichung der in dem atlantischen und dem stillen Meere gemachten Beobachtungen. Die Unterschiede gehen bis auf mehrere Linien und lassen nicht zweifelhaft, dafs der mittlere Barometerstand an verschiedenen Punkten der wahren Oberfläche der Erde, von der geographischen Länge und Breite dieser Punkte abhängig ist.

Die als zufällig zu betrachtenden Schwankungen des Barometerstandes müssen Abweichungen einzelner barometrischer Bestimmungen eines Höhenunterschiedes, von dem Mittel aus vielen, hervorbringen; die mittleren Verschiedenheiten welche von der Länge und Breite abhangen, müssen aber, wenn man sie nicht kennt, Fehler zur Folge haben, welche selbst aus dem Mittel vieler Beobachtungen nicht verschwinden, aufser in dem Falle, dafs beide Punkte, deren Höhenunterschied bestimmt werden soll, in einer Lothlinie lägen. Es geht aus der erlangten Kenntnifs dieser Verschiedenheiten hervor, dafs die barometrische Bestimmung des Höhenunterschiedes zweier Punkte, selbst wenn sie auf jahrelang wiederholten Beobachtungen beruhet, desto zweifelhafter bleibt, je weiter die Punkte voneinander entfernt sind. Denkt man sich Oberflächen, in welchen der mittlere Luftdruck gleich ist, um die Erde gelegt, so kann durch das Barometer nichts anders erlangt werden, als die Bestimmung des auf diese Oberflächen bezogenen Höhenunterschiedes; ob aber diese Oberflächen da wo die beiden Punkte sich befinden, sich mehr oder weniger von dem Parallelismus mit der Oberfläche der Erde entfernen, bleibt gänzlich unbekannt, so lange man die Function der Länge und Breite nicht kennt, welche die beziehungsweise Lage beider bestimmt. Hierdurch wird den Beobachtungen über den Luftdruck ein neuer Gesichtspunkt eröffnet, indem durch sie die Absicht verfolgt werden mufs, an allen Punkten der Erde, die Höhe der Oberfläche eines bestimmten Druckes zu erfahren. Allein für jetzt kann die, aus der allenthalben gleichen Annahme dieser Höhe hervorgehende Gröfse der Unsicherheit noch nicht näher bestimmt werden; gleichfalls kann die, von der als zufällig zu betrachtenden Schwankungen erzeugte, nicht näher angegeben werden; und selbst wenn man, um sie näher kennen zu lernen, lange fortgesetzte Beobachtungen an Punkten in verschiedener Höhe machen wollte, so würden ihre Unterschiede untereinander immer nur als der Erfolg der Vermischung dieser Ursache, mit anderen, gleichfalls unvermeidlich fehlerhaften Voraussetzungen, zu betrachten sein.

Die Beschaffenheit der trockenen Luft ist so vorausgesetzt worden, wie sie zu der Zeit war, als *Biot* und *Arago* für ihre Dichtigkeit die im 1ten Art. angeführte Bestimmung erhielten. Aenderte sich der Sauerstoffgehalt derselben um n Hundertel, so würde sich ihre Dichtigkeit um $n.0{,}001337$ verändern, und ein, unter der Annahme $D = \frac{1}{10456{,}3}$ bestimmter Höhenunterschied müfste in dem Verhältnisse $1 : 1 + n.0{,}001337$ geändert werden. *Humboldt* und *Gay-Lussac* haben aber an 19 Tagen, zwischen dem 17ten Novbr. und 23sten Decbr. 1804, keine merkliche Veränderung des Sauerstoffgehaltes der Luft gefunden, weshalb die Voraussetzung eines beständigen Verhältnisses der beiden hauptsächlichen Bestandtheile der atmosphärischen Luft, als gerechtfertigt betrachtet werden darf.

Indessen hat *Dalton* bekanntlich für wahrscheinlich gehalten, dafs jeder der Bestandtheile der Luft nur von den höheren Schichten seiner eigenen Materie, nicht aber von der ganzen höheren Masse, zusammengedrückt werde, also in verschiedenen Höhen die Dichtigkeit besitze, welche er besitzen würde, wenn er ausschliefslich vorhanden wäre. Hieraus mufs ein mit der Höhe veränderliches Mischungsverhältnifs, und damit auch ein anderes Verhältnifs der Drucke der Luft in verschiedenen Höhen entstehen, als aus der älteren im 2ten Art. verfolgten Annahme. Die barometrischen Höhenmessungen sind deshalb als ein Mittel vorgeschlagen, zwischen beiden Annahmen zu

*) *Poggendorff* Annalen der Physik und Chemie Bd. 99 (23 der neuen Folge) S. 144.

Digitized by Google

entscheiden. Die Aufmerksamkeit, welche die Ansichten eines Physicus, wie *Dalton*, erheischen, fordert, dafs ich auch hier die seinige verfolge.

Die Formel (6) ist nun nicht mehr für die atmosphärische Luft, sondern nur für jeden ihrer Bestandtheile richtig; sie bezieht sich auf den einen oder den anderen derselben, jenachdem man seine specifische Schwere, statt der der Luft im Allgemeinen, darin voraussetzt. Setzt man die Drücke, welche die drei Bestandtheile der Luft in den Höhen h und h' äufsern, $= p, p_{,}, p_{,,}$ und $p', p'_{,}, p'_{,,}$ und ihre specifischen Schweren $Dd, Dd_{,}, Dd_{,,}$, und schreibt man, um abzukürzen, U für

$$\frac{1}{l}\cdot\frac{H'-H}{1+kT}$$

so wird, der Formel (6) gemäfs:

$$p' = p\,.10^{-Ud}$$
$$p'_{,} = p_{,}.10^{-Ud_{,}}$$
$$p'_{,,} = p_{,,}.10^{-Ud_{,,}}$$

und da

$$P = p + p_{,} + p_{,,}$$
$$P' = p' + p'_{,} + p'_{,,}$$
$$p = v\,P;\quad p_{,} = v_{,}\,P;\quad p_{,,} = v_{,,}\,P$$

ist,

$$P' = P\left\{v.10^{-Ud} + v_{,}.10^{-Ud_{,}} + v_{,,}.10^{-Ud_{,,}}\right\}$$

oder

$$P' = P.10^{-U}\left\{v.10^{U(1-d)} + v_{,}.10^{U(1-d_{,})} + v_{,,}.10^{U(1-d_{,,})}\right\}$$

wofür ich, um abzukürzen,

$$(10)\ldots\ldots\ldots\ldots P' = P.10^{-U}.\psi$$

schreiben werde. Die Gröfse ψ ist, in allen zugänglichen Höhen, wenig von 1 verschieden, wie die folgende, nach den im 1sten Art. angeführten Werthen:

$v = 0{,}78605$ $\quad d = 0{,}9711$
$v_{,} = 0{,}21325$ $\quad d_{,} = 1{,}1048$
$v_{,,} = 0{,}00070$ $\quad d_{,,} = 0{,}5260$

berechnete Tafel zeigt:

U	ψ	$\log\psi$
0,0	1,0000000	0,0000000
0,1	1,0000840	0365
0,2	1,0003334	1148
0,3	1,0007444	3232
0,4	1,0013135	5701
0,5	1,0020375	8840

Wenn das Verhältnifs $P' : P$ aus der Beobachtung hervorgegangen ist und daraus das dem Höhenunterschiede proportionale U gesucht wird, so findet es sich, wie diese Tafel zeigt, nach der *Dalton*schen Ansicht etwas gröfser, als nach der älteren, in einem Verhältnisse, welches die Tafel (deren Zahlen nahe wie das Quadrat des Arguments fortschreiten) ergiebt.

Will man mit einer, in allen vorkommenden Fällen kaum von der Wahrheit abweichenden Näherung zufrieden seyn, so kann man (14) weiter entwickeln. Man hat nämlich:

$$U = \log\frac{P}{P'} + \log\psi$$

und wenn man für $\log\psi$ das erste Glied seiner Entwickelung, oder

$$\frac{UU}{2\mu}\left\{v(1-d)^2 + v_{,}(1-d_{,})^2 + v_{,,}(1-d_{,,})^2\right\} = UU.0{,}003675$$

und für U seinen Ausdruck schreibt:

$$\frac{H'-H}{l(1+kT)} = \log\frac{P}{P'} + \left\{\frac{H'-H}{l(1+kT)}\right\}^2 0{,}003675.$$

Die Aenderung, welche die Befolgung der *Dalton*schen Ansicht von der Zusammensetzung der Luft, in dem nach der älteren berechneten Werthe von $H'-H$ hervorbringt, ist also:

$$+\frac{(H'-H)^2}{l(1+kT)}\,0{,}003675$$

und, wenn man $H'-H = n.1000$ Toisen setzt

$$= +\frac{nn.0^{T},391}{1+kT}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(15)$$

Diese Aenderung ist viel zu klein, als dafs man je hoffen dürfte, durch barometrische Höhenmessungen eine Entscheidung für oder wider die Ursache, aus welcher sie hervorgeht, zu erhalten. Sie wird weit überwogen von dem Einflusse der immer vorhandenen Störungen des Gleichgewichtes der Atmosphäre, so wie auch von der Unsicherheit des im 2ten Art. angewandten Gesetzes der Wärmeänderung zwischen beiden Höhen, wo der Thermometerstand beobachtet ist. Selbst der geometrischen Messung des Höhenunterschiedes würde äufserst schwer eine Sicherheit gegeben werden können, welche grofs genug wäre, um ein Urtheil über eine Gröfse zu gewähren, welche so klein ist, als die, auf welcher die Entscheidung zwischen beiden Annahmen beruhet.

6.

Die nothwendige Verfolgung der *Dalton*schen Annahme in Beziehung auf die barometrischen Höhenmessungen giebt mir Veranlassung, auch meine Ansicht dieses vielbesprochenen Gegenstandes mitzutheilen. Diese Annahme stützt sich hauptsächlich auf das Verhalten des Wasserdampfes, sowohl für sich allein, als in seiner Vermischung mit Luft.

Wenn eine Flüssigkeit in einen leeren Raum gebracht wird, so entwickelt sie Dämpfe, so lange, bis diese eine bestimmte von der Wärme des Raumes abhängige Dichtigkeit erlangt haben. *Dalton* hat diese Dichtigkeit im Falle des Wasserdampfes, für alle Wärmeabstufungen zwischen den Wärmen des gefrierenden und des siedenden Wassers, bestimmt und durch unzweifelhafte Versuche gezeigt, dafs die Dämpfe, eben-

Digitized by Google

sowohl wenn der Raum Anfangs mit trockener Luft von beliebiger Dichtigkeit gefüllt, als wenn er Anfangs leer ist, genau dieselbe Dichtigkeit erlangen. Jeder Versuch, diese Dichtigkeit (bei gleichbleibender Wärme) zu vergrößern, ist erfolglos: wird der mit reinem dichtesten Dampfe gefüllte Raum, im Verhältnisse $1 : 1-n$ verkleinert, so verwandelt sich ein Theil des Dampfes, welcher sich zu dem Ganzen verhält wie $n : 1$, in Flüssigkeit; genau dieselbe Verwandlung tritt ein, wenn der mit der Mischung von dichtestem Dampfe und beliebig dichter Luft gefüllte Raum, in demselben Verhältnisse verkleinert wird; die Luft des Gemisches erfährt dadurch aber keine Verwandlung, sondern eine Vermehrung ihrer Dichtigkeit, in dem Verhältnisse $1-n : 1$.

Dieses ist das reine Ergebniſs von *Daltons* Versuchen. Es bestimmt den Unterschied zwischen Dampf und Luft, indem es jenem ein, von der Wärme abhängiges Maximum von Dichtigkeit beilegt, welches für diese nicht vorhanden ist. Es zeigt ferner, daſs den Kräften an der Oberfläche der Flüssigkeit, welche ihre Verdampfung im leeren Raume bewirken, nicht durch den Druck entgegengewirkt wird, welchen diese Oberfläche von sie berührender Luft erfährt. In dieser letzteren Beziehung erinnere ich, daſs *Poisson* aus ganz anderen Erscheinungen, den sogenannten capillaren, gefolgert hat, daſs die Dichtigkeit der Oberfläche der Flüssigkeiten unendlich klein ist. Ob die Luftarten sämmtlich ein von der Wärme abhängiges Maximum der Dichtigkeit besitzen (wie von dem Kohlensäuregase schon bekannt ist), ob sie sich also von den Dämpfen nur durch die Gröſse dieses Maximums, oder specifisch, unterscheiden, kann für jetzt nicht entschieden werden, hier aber auch unberührt bleiben.

So lange die Dämpfe eine kleinere Dichtigkeit besitzen, als die gröſste, die sie in ihrer jedesmaligen Wärme erlangen können, sind sie nicht physisch von den Gasen verschieden. Sie befolgen nämlich das *Mariottesche* Gesetz, und *Gay-Lussac* hat gezeigt, daſs sie dieselbe Ausdehnbarkeit durch die Wärme besitzen, welche allen Gasarten gemeinschaftlich ist. Sie verhalten sich also, so lange sie das Maximum ihrer Dichtigkeit nicht erreicht haben, sowohl für sich allein, als in der Vermischung mit Gasen, genau wie die letzteren. Ein Druck bringt, eben so wenig in den Dämpfen, als in den Gasen, eine Veränderung ihrer Beschaffenheit hervor, sondern diese tritt, die Dämpfe mögen rein, oder mit Gasen vermischt seyn, erst ein, wenn ein Versuch gemacht wird, ihre Dichtigkeit ihr Maximum überschreiten zu lassen; sie kann z. B. immer durch Verkleinerung des Raumes, in welchem sie sich befinden, hervorgebracht werden, und zwar in dem letzteren Falle ebensowohl als in dem ersteren, indem die unbegrenzte Zusammendrückbarkeit der Gase die dazu erforderliche Verkleinerung des Raumes jedesmal möglich macht. Wenn ferner ein Raum durch eine Luftart gefüllt ist, welche auf eine Einheit seiner Oberfläche einen Druck p ausübt, so hat die Hineinbringung einer andern Luftart, welche für sich allein, auf dieselbe Einheit, den Druck p, ausüben würde, keinen anderen physischen Erfolg, als den, daſs diese Einheit nun den Druck $p+p$, erfährt; genau denselben Druck erfährt sie aber, wenn statt der zweiten Luftart Dampf hineingebracht wird, welcher, gleichfalls für sich allein, den Druck p, ausüben würde. Endlich vermischen sich sowohl verschiedene Luftarten unter sich, als auch mit Dämpfen, in jedem beliebigen Verhältnisse.

Es ist also zwischen dem physischen Verhalten eines Gemisches eines Gases mit einem anderen, und eines Gemisches des ersteren mit Dampf, durchaus kein Unterschied. Folglich kann dieses Verhalten des zweiten Gemisches nichts lehren, was durch das Verhalten des ersten nicht gelernt werden kann. Das Verhalten des mit Luft vermischten Wasserdampfes, welches *Daltons* Versuche vollständig an den Tag legen, ist also auch nicht lehrreicher, als das Verhalten jedes Gemisches zweier Gase, und eine Theorie, die auf das letztere nicht hätte gebauet werden können, kann auch in dem ersteren keine Stütze finden. Es würde auch, aus dem Verhalten eines Gemisches von Dampf und Luft nicht haben gefolgert werden können, daſs die Luft den Dampf nicht drücke, wenn nicht, als sich von selbst verstehend, vorausgesetzt worden wäre, daſs Druck den Dampf in Flüssigkeit verwandele, für welche Voraussetzung nichts destoweniger keine, ihre Rechtmäſsigkeit andeutende Thatsache vorhanden ist.

Dieser Ansicht der über die Dämpfe erlangten Kenntnisse zufolge, geben sie keine Veranlassung zu der Annahme, Dampf werde nur von Dampf, nicht aber von Luft gedrückt. Mit dieser Veranlassung geht auch die Analogie verloren, welche für das ähnliche Verhalten des Gemisches verschiedener Gase geltend gemacht worden ist. Allein *Dalton* hat seine Annahme auch durch eine, von den Versuchen über den Wasserdampf unabhängige Wahrnehmung unterstützt, nämlich dadurch, daſs ein specifisch schwereres Gas sich mit einem leichteren vermischt, selbst wenn dieses Anfangs höher liegt. Die *Dalton*sche Annahme erklärt diese Wahrnehmung allerdings, allein damit kann nicht behauptet werden, daſs sie allein sie begreiflich mache; das Aufsteigen von Flüssigkeiten in Röhren, welche durch sie benetzt werden, könnte z. B. durch die Annahme, die Schwere äuſsere innerhalb der Röhre ihre Wirkung unvollständig, erklärt werden; seine wahre Erklärung ist aber bekanntlich hiervon verschieden.

Wenn ich nicht irre, so ist auch die Kleinheit der Veränderung der Beschaffenheit der Luft in einem Raume, in welchem sich viele Personen befinden, deren Athmen das Sauer-

Digitized by Google

stoffgas vermindern und das Kohlensäuregas vermehren mufs, als für die Richtigkeit der *Dalton*schen Annahme sprechend, angeführt worden. In der That mufs das Sauerstoffgas sich vorzugsweise aus der äufseren Luft ersetzen und das Kohlensäuregas vorzugsweise in diese übergehen, wenn die einzelnen Bestandtheile der inneren Luft nur von den gleichartigen der äufseren gedrückt werden. Die ersten Versuche dieser Art sind in einem der Pariser Schauspielhäuser von *Humboldt* und *Gay-Lussac* vorgenommen *) und haben eine Verminderung des Sauerstoffgehaltes von 0,007, so wie einen nicht näher bestimmten Kohlensäuregehalt ergeben. Neuerlich hat *Dalton* diese Versuche in Räumen wiederholt **), welche gleichfalls durch zahlreiche Versammlungen gefüllt waren, und den Sauerstoffgehalt = 0,20325 gefunden, während er ihn in freier Luft = 0,2090 fand; auch zeigte sich mehr Kohlensäuregas als in freier Luft; in einem Falle, in welchem es bestimmt wurde, betrug es 0,01. Diese Versuche zeigen also wirkliche Veränderungen der Beschaffenheit der Luft, und es kommt nur darauf an, zu untersuchen, ob sie kleiner sind als die Veränderungen, die man nach der älteren Theorie erwarten durfte. Wenigstens die früheren dieser Versuche scheinen nicht in der Absicht angestellt zu seyn, dadurch die Richtigkeit der *Dalton*schen Theorie zu prüfen; allen fehlen die näheren Angaben, welche einer Berechnung zum Grunde gelegt werden müfsten, namentlich die Angaben des cubischen Inhalts der Räume, deren Luft untersucht worden ist; der Anzahl der darin befindlichen Menschen und Lichtflammen und der Stärke der letzteren; der Verbindungen zwischen dem Inneren und Aeufseren und der Wärme in verschiedenen Höhen; auch ist der untersuchte Fall wohl nicht einfach genug, um ihn streng richtig berechnen zu können. Um aber eine ohngefähre Uebersicht zu erhalten, bin ich von der in den Preufsischen Städten beobachtet werdenden Regel, die Räume, welche Versammlungen aufnehmen sollen, nicht kleiner zu machen, als 100 Cubikfufs für jeden Menschen, ausgegangen, habe aber diesen Raum noch um ein Drittel vermindert; ferner habe ich nach *Davys* Versuchen ***) angenommen, dafs jeder Mensch in einer Minute die Luft von 4,9 Cubikzoll Stickstoffgas und 19,5 Cubikzoll Sauerstoffgas vermindert, dagegen um 15,4 C. Z. Kohlensäuregas vermehrt. Wenn man das, bei der Verminderung von 9 C. Z in einer Minute nothwendige Eindringen der äufseren Luft durch die jedesmal vorhandene Vermehrung der Wärme ausgeglichen annimmt, so findet man aus diesen Zahlen, dafs das im 1sten Art. angeführte Verhältnifs der drei in der Luft Anfangs befindlichen Gasarten, nämlich:

$$v = 0{,}78605, \quad v_{,} = 0{,}21325, \quad v_{,,} = 0{,}00070$$

sich nach Verlauf einer Stunde in

$$v = 0{,}78719, \quad v_{,} = 0{,}20405, \quad v_{,,} = 0{,}00876$$

ändert. Entzieht man der vermischten Luft das Kohlensäuregas, so ist das Verhältnifs der beiden anderen Gase Anfangs = 0,7866 : 0,2134 und nach Verlauf der Stunde = 0,7941 : 0,2059. Dieses Resultat der Rechnung ist dem Resultate der Versuche nicht so unähnlich, dafs man daraus schliefsen dürfte, die Voraussetzung, auf welche die erstere gebauet ist, sei unrichtig; vielmehr scheint es, dafs man diese Vergleichung beider leichter gegen als für die *Dalton*sche Annahme geltend machen könnte. Ich glaube überhaupt, dafs, wenn man Versuche zu haben wünscht, welche unmittelbar gegen oder für diese Annahme entscheiden, man sie am leichtesten erhalten wird, indem man das Eindringen atmosphärischer Luft in einen, mit einem ihrer Bestandtheile, oder auch mit beiden in einem anderen Verhältnisse gefüllten, nicht luftdicht verschlossenen Raum beobachtet. Um diese Versuche zu vereinfachen und die Grundlagen ihrer Berechnung leichter zu erhalten, müfste der Raum nicht das Innere eines Saales, sondern das Innere einer Glasglocke seyn.

Wenn keine besondere Hypothese über die moleculare Beschaffenheit der Gase und Dämpfe gemacht wird, so ist offenbar, dafs ein Gastheilchen ein angrenzendes Theilchen von gleicher oder ungleicher Beschaffenheit, mit gleicher Kraft (mit derselben, womit es sich auszudehnen strebt) drücken mufs. Ohne eine solche Hypothese ist also die *Dalton*sche Annahme im Widerspruche mit den Grundsätzen der Aerostatik. Unbedingt aber kann dieses nicht eher behauptet werden, als bis der Beweis geführt sein wird, dafs keine Hypothese dieser Art mathematisch möglich sei. Die von mir entwickelte Ansicht des Verhaltens der Dämpfe bedarf dagegen nicht der Rechtfertigung durch eine besondere Hypothese, indem als unmittelbares Resultat der Erfahrung und als Unterscheidungszeichen zwischen Dämpfen und Gasen angesehen wird, dafs die Dichtigkeit der Dämpfe nicht über einen gewissen, von der Wärme abhängigen Grad, gesteigert werden kann. Will man aber auch auf die moleculare Beschaffenheit eingehen, so ist leicht begreiflich, dafs eine Entfernung der kleinsten Theilchen der Dämpfe stattfinde, für welche ihre Anziehungskraft der aus der Wärme hervorgehenden Abstofsungskraft gleich wird, so dafs jede kleinere Entfernung die erstere überwiegend macht und die Vereinigung der Theilchen zur Folge hat.

7.

Wenn ich die *Dalton*sche Annahme, trotz dem, was ich eben darüber gesagt habe, in Beziehung auf die trockenen Bestandtheile der Luft verfolgt habe (Art. 5), so darf ich noch

*) *Gilberts* Annalen der Physik. Bd. XX. S. 88.

**) Phil. Transact. 1837. P. II. p. 363.

***) Nach *Gilberts* Berechnung. Annalen der Physik Bd. XIX. S. 312.

Digitized by Google

weniger unterlassen, zu untersuchen, was daraus, in Beziehung auf den in der Atmosphäre enthaltenen Wasserdampf hervorgeht. Auch mufs man diese Untersuchung durchführen, wenn man erfahren will, ob Beobachtungen über die Vertheilung des Wasserdampfes in der Atmosphäre für oder wider die *Dalton*sche Annahme geltend gemacht werden können.

Ich werde also nach *Dalton* annehmen, der Wasserdampf in der Atmosphäre werde nur durch höhere Schichten seiner eigenen Art zusammengedrückt, oder er bilde eine, durch ihr eigenes Gleichgewicht bestehende Atmosphäre. Die Aenderung des Druckes dieser Dampfatmosphäre, welche der Vergröfserung dx der Höhe x entspricht, ist, der Formel (4) zufolge:

$$dp_t = -\frac{(g)\,864\,.\,\delta}{336\,905}\left(\frac{a}{a+x}\right)^3 dx$$

oder, nach später eingeführten Bezeichnungen,

$$dp_t = -\frac{\delta}{\mu\, l'\, D}\, dX$$

Ihre Dichtigkeit δ folgt, bis sie ihr Maximum erreicht, dem *Mariotte*schen Gesetze, oder entspricht der Gleichung (3), welche für den gegenwärtigen Fall:

$$\delta\,.\,E = p_t D d_t$$

ist; wozu noch die zum Gleichgewichte wesentlich erforderliche Bedingung hinzukommt, dafs das aus dieser Gleichung hervorgehende δ in keiner Höhe gröfser werde, als das der Wärme angemessene Maximum der Dichtigkeit; oder, der Bezeichnung des 4ten Art. zufolge, die Bedingung, dafs

$$p_t \gtreqless \varphi t$$

sei.

Eliminirt man δ, so erhält man

$$\frac{dp_t}{p_t} = -\frac{d_t}{\mu l'}\,\frac{dX}{1+kt};$$

ein ganz ähnliches Differential ist schon im 2ten Art., unter der Voraussetzung integrirt, dafs die Wärme zwischen den beiden Höhen, wo sie beobachtet ist, sich so verändere, wie *Laplace* es annimmt. Dieser Voraussetzung zufolge ist

$$\frac{dX}{1+kt} = -\frac{2k}{i}\,dt$$

und daher das von der Höhe h, wo der Thermometerstand τ ist, und für welche ich den Druck des Wasserdampfes durch P_t bezeichnen werde, an gezählte Integral:

$$\log\frac{P_t}{p_t} = \frac{d_t}{l'}\,\frac{2k}{i}\,(\tau - t)$$

oder

$$(16)\ldots\ldots\ldots p_t = P_t\, 10^{-\frac{d_t}{l'}\,\frac{2k}{i}(\tau-t)}$$

Nimmt man den Druck P_t in der Höhe $h = \alpha\varphi\tau$ an, wo α nicht gröfser als 1 sein kann, so fordert die zu erfüllende Bedingung, dafs für jeden Werth von t,

$$\alpha\varphi\tau\,.\,10^{-\frac{d_t}{l'}\,\frac{2k}{i}(\tau-t)} \gtreqless \varphi t$$

oder

$$\alpha\varphi\tau\,.\,10^{-\frac{d_t}{l'}\,\frac{2k}{i}\tau} \gtreqless \varphi t\,.\,10^{-\frac{d_t}{l'}\,\frac{2k}{i}t} \quad\ldots\ldots\ldots(17)$$

und wenn für $\varphi\tau$ und φt der Ausdruck (9) gesetzt wird, dafs

$$\alpha 10^{-\left(\frac{d_t}{l'}\,\frac{2k}{i}-a\right)\tau - c\tau\tau} \gtreqless 10^{-\left(\frac{d_t}{l'}\,\frac{2k}{i}-a\right)t - ctt} \quad\ldots\ldots(18)$$

sei.

Wenn man t, mit zunehmender Höhe, ohne Begrenzung kleiner werdend annimmt, so mufs es zwar einen negativen Werth erlangen, für welchen, selbst bei dem kleinsten Werthe von α, diese Bedingung nicht mehr erfüllt wird; man darf aber hieraus nicht schliefsen, dafs die *Dalton*sche Annahme mit dem Vorhandensein einer im Gleichgewichte befindlichen Wasserdampfatmosphäre von nicht verschwindender Dichtigkeit, unter allen Umständen unvereinbar sei. Das Abnehmen von t geht nämlich nicht ins Unendliche, sondern nur bis zu dem Werthe, den es an der Grenze der Atmosphäre besitzt; auch ist die Formel (9), worauf der Ausdruck der Bedingung beruhet, nur eine Interpolationsformel, deren Form nicht gerechtfertigt werden kann, und für welche nichts anders geltend gemacht wird, als ihre mehr oder weniger genügende Uebereinstimmung mit den *Dalton*schen, zwischen $t = 0$ und $t = 100°$ gemachten Beobachtungen.

Wenn man indessen die Logarithmen der beiden Gröfsen, zwischen welchen die Bedingung stattfindet, nimmt, so folgt daraus

$$\log\alpha \gtreqless \left(\frac{d_t}{l'}\,\frac{2k}{i} - a + c(\tau+t)\right)(\tau - t)$$

und man weifs überdiefs, dafs $\alpha \lesseqgtr 1$, also $\log\alpha$ nicht positiv sein mufs. Hieraus geht hervor, dafs die Bedingung erfüllt wird, oder die Wasserdampfatmosphäre möglich ist, auch das ihre Dichtigkeit in der Höhe h bestimmende $\alpha(<1)$ willkührlich bleibt, wenn

$$\frac{d_t}{l'}\,\frac{2k}{i} > a - c(\tau+t)\ldots\ldots\ldots\ldots(19)$$

ist, was bis zur Grenze der Atmosphäre stattfinden mufs; ferner, dafs im entgegengesetzten Falle, wenn also, selbst in der Höhe h,

$$\frac{d_t}{l'}\,\frac{2k}{i} < a - c(\tau+t)\ldots\ldots\ldots\ldots(20)$$

ist, zwar auch eine sich im Gleichgewichte befindende Wasserdampfatmosphäre möglich ist, ihre Dichtigkeit in der Höhe h aber durch die Bedingung beschränkt wird, dafs α kleiner sein mufs, als

$$10^{\left(\frac{d_t}{l'}\,\frac{2k}{i} - a + c(\tau+t)\right)(\tau-t)} \quad\ldots\ldots\ldots\ldots(21)$$

Digitized by Google

für den Werth von t ist, welcher an der Grenze der Atmosphäre stattfindet. In einem besonderen Falle der Wärmeabnahme kann die Wasserdampfatmosphäre in allen Höhen so dicht sein, als ihre Wärme erlaubt; dieser Fall fordert, dafs

$$\frac{dp_t}{p_t} = -\frac{d_t}{\mu l'}\frac{dX}{1+kt} = \frac{d\varphi t}{\varphi t}$$

oder, unter Voraussetzung des immer angewandten Ausdruckes von φt,

$$-\frac{d_t}{l'}\,dX = (a-2ct)\,1+kt)\,dt$$

sei. Hieraus folgt durch Integration:

$$a(\tau-t)+\left(\frac{ak}{2}-c\right)(\tau^2-t^2)-\tfrac{2}{3}ck(\tau^3-t^3) = \frac{d_t}{l'}(X-H)$$

wofür auch geschrieben werden kann:

$$(22)\ldots\ldots\ldots\ldots X-H = \frac{l'}{d_t}\left\{(a-2c\tau)(1+k\tau)(\tau-t)-\left(\frac{ak}{2}-c+2ck\tau\right)(\tau-t)^2-\tfrac{2}{3}ck(\tau-t)^3\right\}$$

Setzt man die oben schon angewandten Werthe von l', d_t, a, c, k in diese Gleichung, so erhält man das Gesetz der Wärmeabnahme, welches, unter der Voraussetzung der *Daltons*chen Annahme, allein mit einer allenthalben durch Wasserdampf gesättigten Atmosphäre vereinbar ist:

$$X-H = \overset{\tau}{424{,}0}\,(1-\tau.0{,}00447)\,(1+\tau.0{,}00375)\,(\tau-t)+\overset{\tau}{0{,}15}\,(1-\tau.0{,}0468)\,(\tau-t)^2-\overset{\tau}{0{,}003}\,(\tau-t)^3$$

Setzt man ferner, dem 2ten Art. zufolge,

$$\frac{2k}{i} = \frac{H'-H}{\tau-\tau'}\cdot\frac{1}{1+kT}$$

und bezeichnet man den Werth, welchen t an der äufsersten Grenze der Atmosphäre hat, durch (t), so verwandelt sich die Bedingung (19) in:

$$\frac{H'-H}{\tau-\tau'} > \frac{l'}{d_t}(1+kT)\left\{a-c\,(\tau+(t))\right\}$$
$$> \left\{\overset{\tau}{424{,}0}-\overset{\tau}{0{,}95}\,(\tau+(t))\right\}(1+kT)$$

In der Wirklichkeit ist die Veränderung der Höhe, welche eine Abnahme des Thermometerstandes von 1° hervorbringt, weit kleiner, etwa = 85 Toisen. Mit diesem wirklichen Zustande der Atmosphäre kann also, der *Daltons*chen Annahme zufolge, ihre Sättigung durch Wasserdampf, an der Oberfläche der Erde, nicht vereinigt werden. Wird aber die Bedingung (20) erfüllt, oder ist

$$\frac{H'-H}{\tau-\tau'} < (\overset{\tau}{424{,}0}-1{,}9\tau)\,(1+kT)$$

so ist, der Formel (21) zufolge, nachdem man darin den Ausdruck von $\frac{2k}{i}$ substituirt hat,

$$\log\alpha < \left\{\frac{H'-H}{\tau-\tau'}\,\frac{1}{1+kT}\,\frac{d_t}{l'}-a+c\,(\tau+(t))\right\}(\tau-(t))$$

oder

$$(1+kT)\,\frac{l'}{d_t}\log\alpha < \left\{\frac{H'-H}{\tau-\tau'}-[\overset{\tau}{424{,}0}-\overset{\tau}{0{,}95}\,(\tau+(t))]\,(1+kT)\right\}(\tau-(t))$$

woraus

$$\tau-(t) < \frac{-\frac{l'}{d_t}\log\alpha.(1+kT)}{[424{,}0-0{,}95\,(\tau+(t))]\,(1+kT)-\frac{H'-H}{\tau-\tau'}}$$

folgt. Kennt man also das letzte Glied des Nenners und zugleich α, so kann man nach dieser Formel einen Werth von $\tau-(t)$ berechnen, der, unter der verfolgten Voraussetzung der *Daltons*chen Annahme, gröfser ist als der Wärmeunterschied zwischen der Höhe h und der Grenze der Atmosphäre. Nimmt man z. B. $\frac{H'-H}{\tau-\tau'} = 85$ Toisen und $T = 0$, und setzt man die Atmosphäre an der Oberfläche der Erde, halb gesättigt mit Wasserdampf voraus, so erhält man näherungsweise $\tau-(t) < 13°5$, was kaum die gewöhnliche Wärmeabnahme in 1200 T. Höhe, geschweige denn an der Grenze der Atmosphäre erreicht; ist die letztere $= n.13°5$, so wird die gröfste Grenze von $\alpha = \frac{1}{2}n$. Die *Daltons*che Annahme ist also nur mit einer sehr geringen Menge Wasserdampfes in der Atmosphäre, und nicht mit der wirklich darin vorkommenden vereinbar. Wenn man die in dieser Untersuchung gemachte Voraussetzung des Gleichgewichtes der Atmosphäre als richtig ansehen könnte, so würde das Vorkommen einer beträchtlichen Menge Wasserdampfes in ihr, ein nicht zu beseitigendes Argument gegen die *Daltons*che Annahme sein; dieses Gleichgewicht ist aber nie wirklich vorhanden, und namentlich verdanke ich Herrn Professor *Neumann* die Bemerkung, dafs die Dichtigkeit von der Oberfläche der Erde aufsteigenden Wasserdampfes durch den Widerstand vermehrt werden mufs, welchen die Luft ihm entgegensetzt.

8.

Ich komme nun zu der Untersuchung der Voraussetzung dafs die Wärme zwischen beiden Höhen, wo sie beobachtet ist, sich nach dem von *Laplace* dafür angenommenen Gesetze

Digitized by Google

(Art. 2) verändere. Die Gleichung zwischen t und X, welche dieses Gesetz ausspricht, ist, wie aus dem 2ten Art. hervorgeht:

$$(23)\ldots(1+kt)^2 = (1+k\tau)^2\frac{H'-X}{H'-H}+(1+k\tau')^2\frac{X-H}{H'-H}$$

Man hat aber keinen Grund, mäfsige Abweichungen des Ueberganges der Wärme von τ zu τ', von der durch diese Gleichung ertheilten Vorschrift, als unstatthaft zu betrachten; es bleibt z. B. gänzlich zweifelhaft, ob nicht zwischen den beiden Höhen ein Unterschied der wahren Wärme, von der aus dieser Vorschrift hervorgehenden, vorhanden ist, welcher bis auf ein Zehntel von $\tau-\tau'$ steigt. Es ist daher nicht überflüssig, den Einfluss solcher Abweichungen weiter zu verfolgen.

Ich werde voraussetzen, dafs der wahre Werth von

$$\frac{1}{E} = \frac{1-4\alpha k\frac{(\tau-t)(t-\tau')}{\tau-\tau'}}{1+kt}$$

ist, wo t den der Gleichung (23) entsprechenden Werth des Thermometerstandes in der Höhe x, und α einen beständigen Coefficienten bezeichnet, dessen gröfsere oder kleinere Annahme die Gröfse der Abweichung von dem Gesetze bestimmt. Dieser Ausdruck von $\frac{1}{E}$ ist so gewählt, dafs er in den beiden Grenzen mit dem vorigen übereinstimmt, und dafs die Abweichung der Wärme, welche er voraussetzt, von der aus der angenommenen Gleichung folgenden, etwa für $t = \frac{1}{2}(\tau+\tau')$, oder $x = \frac{1}{2}(h+h')$, ihr Maximum $= \alpha(\tau-\tau')$ erlangt. Man erhält dadurch

$$\left(\frac{a}{a+x}\right)^2\frac{dx}{E} = -\frac{2k}{i}dt\left\{1-4\alpha k\frac{(\tau-t)(t-\tau')}{\tau-\tau'}\right\}$$

und das von h bis h' genommene Integral:

$$= \frac{2k}{i}(\tau-\tau')\left\{1-\tfrac{2}{3}\alpha k(\tau-\tau')\right\}$$

$$(24)\ldots\ldots = \frac{H'-H}{1+kT}\left\{1-\tfrac{2}{3}\alpha k(\tau-\tau')\right\}$$

Ich glaube nicht, dafs man in irgend einem vorkommenden Falle geneigt sein wird, für wahrscheinlich zu halten, dafs α sich innerhalb sehr enger Grenzen, z. B. $\pm\frac{1}{10}$ befinde; erreicht es eine dieser Grenzen, so ist die daraus folgende Verbesserung des, unter der Voraussetzung des Gesetzes (23) gefundenen Höhenunterschiedes

$$= \pm\frac{H'-H}{1+kT}\cdot\frac{\tau-\tau'}{4000},$$

also z. B. für einen Höhenunterschied von 1000 Toisen, für welchen $\tau-\tau'$ gewöhnlich 12° ist, etwa $\pm$ 3 Toisen. Man wird desto weniger geneigt sein, α als nothwendig sehr klein vorauszusetzen, da man nicht übersehen wird, dafs die Wärme der Luft, welche man an einem, in der Ebene oder auf einer Höhe liegenden Punkte beobachtet, immer an der Wärme der Oberfläche der Erde an diesem Punkte Theil nimmt. Man sieht hieraus, wie wenig geeignet barometrische Höhenmessungen schon aus diesem Grunde allein sind, über Fragen zu entscheiden, deren Beantwortung auf kleinen Verschiedenheiten zwischen einer Theorie und der Erfahrung beruhet. Es ist übrigens nicht unwahrscheinlich, dafs spät in der Nacht vorgenommene barometrische Höhenmessungen besser untereinander übereinstimmen werden, als am Tage gemachte, wo die Sonne die Oberfläche der Erde erwärmt.

9.

Es ist bekannt, dafs *Gay-Lussac* den hier durch k bezeichneten Werth, durch fast vollkommen untereinander übereinstimmende Versuche $= 0{,}00375$ gefunden hat; auch dafs *Dalton*, aus den seinigen genau dasselbe Resultat erhalten hat. Beide grofse Physiker haben beabsichtigt, die Vergröfserung unmittelbar zu bestimmen, welche die Raumeseinheit trockener Luft erfährt, indem man sie bei gleichbleibendem Drucke aus der Wärme des gefrierenden Wassers in die des siedenden bringt. Nicht nur die Uebereinstimmung der einzelnen Versuche beider Reihen untereinander, sondern auch der Resultate beider, hat die Annahme allgemein gemacht, dafs die Bestimmung $k = 0{,}00375$ zu den sichersten gehöre, welche man besitzt; und es würde kein Grund, diese Annahme in Zweifel zu ziehen, vorhanden sein *), wenn nicht neuerlich eine Arbeit von *Rudberg* bekannt geworden wäre, welche sich durch grofse darauf verwandte Vorsicht, namentlich in der Austrocknung der angewandten Luft, auszeichnet, allein ein beträchtlich kleineres Resultat, nämlich $k = 0{,}003648$, ergiebt. Indessen sollte jede neuere Bestimmung, welche gegen eine ältere, durch eigenes Gewicht und durch häufige allgemeine Anwendung gewissermafsen classisch gewordene, streitet, immer nur von einer genauen Critik der älteren begleitet, auftreten; nur wenn sich aus dieser Critik Gründe zum Mifstrauen gegen

*) Ich selbst habe zwar die Zahl, welche man statt k, bei der Berechnung der astronomischen Strahlenbrechungen, anwenden mufs, aus meinen Beobachtungen bestimmt und $= 0{,}0036438$ gefunden; allein diese Zahl mufs verschieden von k, und zwar kleiner sein, wie aus der VII. Abthl. meiner Beobb. S. XI hervorgeht. Man könnte ihre Aufsuchung ersparen, wenn man, für die Zeit jeder Beobachtung einer Strahlenbrechung, auch die Beobachtung des Wasserdampfgehaltes der Luft besäfse; der Mangel dieser Beobachtung sollte und mufste durch meine Untersuchung, in soweit er ohne Kenntnifs des jedesmaligen, zufälligen Zustandes der Luft beseitigt werden kann, weniger nachtheilig gemacht werden. Als ein Beitrag zur Bestimmung von k ist ihr Resultat nicht anzusehen, sondern nur als ein Beitrag zur Kenntnifs der astronomischen Strahlenbrechungen.

Digitized by Google

die ältere ergeben, darf billigerweise angenommen werden, dafs die neuere den Vorzug verdient. *Rudberg* hat sich auf diese Critik nicht eingelassen. Da der Unterschied beider Bestimmungen nicht durch die zufälligen Fehler der Versuche, so wie sie sich aus der Uebereinstimmung der einzelnen, sowohl der früher als der später gemachten, ergeben, erklärt werden kann, also auf einen beständigen Fehler deutet, so darf von dem arithmetischen Mittel beider Resultate nicht die Rede sein. Meiner Meinung nach darf für jetzt nichts Anderes geschehen, als beide Resultate anzuwenden und über den Unterschied des dadurch Erlangten spätere Entscheidung abzuwarten.

10.

Nachdem ich die verschiedenen Voraussetzungen, welche der Formel (11) zum Grunde liegen, durchgegangen bin, kehre ich zu dieser Formel zurück und werde nun zeigen, welche Anwendung auf barometrische Höhenmessungen davon gemacht werden mufs.

Die Drücke P und P' in den Höhen h und h' kann man aus den daselbst gemachten Barometerbeobachtungen ableiten. Bezeichnet man eine Barometerhöhe durch b, die Wärme des Quecksilbers und der Scale, auf welcher sie gemessen worden ist, durch t, und nimmt man an, dafs diese, wie gewöhnlich, von Messing verfertigt ist, so erhält man die Masse Quecksilbers, welche jede Flächeneinheit trägt

$$= b \cdot \frac{53242 + \varepsilon}{53242 + (\iota)} \cdot \frac{5550}{5550 + t}$$

wo (ι) die Normaltemperatur der Maafseinheit der Barometerscale bedeutet, und wo die Raumeseinheit Quecksilber, in der Wärme des schmelzenden Eises, zur Einheit der Masse genommen ist. Diese Masse drückt im Verhältnisse der Schwere, welcher sie ausgesetzt ist, also mit der Kraft

$$(g)\left(\frac{a}{a+h}\right)^2,$$

und der Druck, den sie ausübt, ist das Product beider, durch die angenommene Einheit des Druckes (= 336'905) dividirt Man erhält also

$$P = \frac{(g)\,b}{336{,}905}\left(\frac{a}{a+h}\right)^2 \cdot \frac{53242+\varepsilon}{53242+(\iota)} \cdot \frac{5550}{5550+t}$$

und seinen, in der Formel (11) vorkommenden *Briggs*chen Logarithmen, mit hinreichender Annäherung:

$$= \log b - \log \frac{336{,}905\,(53242+(\iota))}{53242} - \mu t \left\{\frac{1}{5550} - \frac{1}{53242}\right\} - \frac{2\mu}{a} H$$

Setzt man für a das geometrische Mittel beider halben Axen des Erdsphäroids (nach Astron. Nachrichten Nr. 333 ist sein $\log = 6{,}5140838$), und für (ι) die Normaltemperatur des französischen Fufsmaafses = 16°25, so wird

$$\log P = \log b - \log . 337{,}008 - t . 0{,}000070095 - \frac{H}{3760707}$$

Man erhält also

$$\log \frac{P}{P'} = \log b_{,} - \log b_{,}' + \frac{H'-H}{3760707}$$

wo $\log b_{,}$ und $\log b_{,}'$, um abzukürzen, für $\log b - t . 0{,}00007$ und $\log b' - t' . 0{,}00007$ gesetzt sind. Ferner erhält man, ohne merklichen Fehler:

$$\sqrt{(PP')} = \frac{\sqrt{(b, b_{,}')}}{337{,}008}.$$

Setzt man beides in (11) und überdies $\frac{l}{(g)}$ für l', so wird diese Gleichung:

$$\log b_{,} - \log b_{,}' = \frac{(g)\,(H'-H)}{l(1+kT)}\left\{1 - \frac{l(1+k'T)}{(g).3760707} - \alpha \frac{0{,}863}{\sqrt{(b, b_{,}')}}\, 10^{\alpha T - \alpha T_0}\right\}$$

Verwechselt man (g), im Nenner des zweiten Gliedes, mit 1, was keinen merklichen Einfluss hat, und nimmt man für α die halbe Summe seiner Werthe an beiden Beobachtungspunkten $= \frac{1}{2}(\alpha + \alpha')$, so wird die in den Klammern befindliche Gröfse

$$= \frac{399{,}17 - kT}{400.17}\left\{1 - (\alpha+\alpha')\frac{172{,}67}{\sqrt{(b, b_{,}')}} \cdot \frac{10^{\alpha T - \alpha T_0}}{399{,}17 - kT}\right\}.$$

Bezeichnet man daher

$$l(1+kT)\frac{400{,}17}{399{,}17 - kT} \text{ durch } V$$

$$\frac{172{,}67 . 10^{\alpha T - \alpha T_0}}{399{,}17 - kT} \text{ durch } W$$

so ergiebt die Gleichung:

$$H' - H = \frac{\log b_{,} - \log b_{,}'}{(g)} \cdot \frac{V}{1 - \frac{(\alpha+\alpha')W}{\sqrt{(b, b_{,}')}}}$$

und da

$$H' - H = \frac{ah'}{a+h'} - \frac{ah}{a+h} = h' - h - \frac{h'h'}{a} + \frac{hh}{a}$$

ist:

$$h' - h - \frac{h'h'}{a} + \frac{hh}{a} = \frac{\log b_{,} - \log b_{,}'}{(g)} \cdot \frac{V}{1 - \frac{(\alpha+\alpha')W}{\sqrt{(b, b_{,}')}}} \quad \ldots (25)$$

Dieses ist die zur Anwendung bequemste Umformung der Gleichung (11). Sie kann nicht weiter abgekürzt werden, wenn die Freiheit nicht aufgeopfert werden soll, den Wasserdampfgehalt der Luft, so wie man ihn jedesmal durch das Psychrometer erkennen kann, richtig in Rechnung zu bringen. Man kann auch den, zur Erleichterung der Rechnung bestimmten Hülfstafeln, eine Einrichtung geben, welche die Mühe, den Wasserdampf gehörig zu berücksichtigen, höchst unbedeutend macht.

Digitized by Google

11.

Ich werde noch diese Hülfstafeln erklären. Sie sind logarithmisch eingerichtet, so wie die kleinen, sehr bequemen Tafeln von *Gauſs*. Sie sind aber etwas weitläuftiger; sowohl weil sie das gesuchte Resultat unter den beiden Annahmen von k, nämlich $= 0{,}00375$ und $0{,}003648$ ergeben sollen, als auch weil der Einfluſs des Wasserdampfes vollständiger in Rechnung gebracht werden soll, als nach der von *Laplace* gewählten Formel geschieht.

Bezeichnet man

$\log Br\left\{\log b_{,} - \log b_{,}'\right\}$ durch B

$\frac{1}{1-\frac{(\alpha+\alpha')W}{\sqrt{(b,b_{,}')}}}$ ——— V'

$\frac{1}{(g)}$ ..... ——— G

so ist der Logarithme von $h' - h - \frac{h'h'}{a} + \frac{hh}{a}$

$= B + \log V + \log V' + \log G$

Die Tafel I enthält in ihrer ersten Spalte für $k = 0{,}00375$, in der letzten für $k = 0{,}003648$ berechnet:

$$\log V = \log \frac{9397{,}74 \cdot 400{,}17\,(1+kT)}{399{,}17 - kT}$$

ihr Argument ist $2T = \tau + \tau_{,}$; in der zweiten Spalte enthält sie

$$\log W = \log \frac{172{,}67 \cdot 10^{aT - cT^2}}{899{,}17 - kT}$$

und zwar hat die Verschiedenheit der beiden Annahmen von k keinen Einfluſs auf die letzte Decimalstelle von $\log W$, weshalb nur eine Spalte damit gefüllt werden durfte. Wenn man von dem daraus entnommenen Werthe von $\log W$ die halbe Summe der (schon aufgesuchten) Logarithmen von $b_{,}$ und $b_{,}'$ abzieht, so ist der Rest der Logarithme von

$$\frac{(\alpha+\alpha')W}{\sqrt{(b,b_{,}')}}$$

unter der Voraussetzung $\alpha = \alpha' = \frac{1}{2}$; sollen α und α' anders angenommen werden, so muſs noch $\log(\alpha+\alpha')$ addirt werden. Hierdurch hat man das Argument von Tafel II, welche $\log V'$ enthält. Tafel III enthält, mit dem Argumente $\varphi =$ Polhöhe:

$$\log G = \log \frac{1}{1 - 0{,}0026257 \cos 2\varphi}$$

welche Formel auf dem Werthe der Zunahme der Secundenpendellänge von dem Aequator bis zu den Polen beruhet, welchen Herr *Baily*, aus der Berechnung aller bekannt gewordenen Beobachtungen des Pendels, im VII. Bande der Schriften der Astr. Society p. 94, abgeleitet hat.

Die Summe von B und der aus den drei Tafeln genommenen Zahlen ist $= \log\left\{h' - h - \frac{h'h'}{a} + \frac{hh}{a}\right\}$; um aus dem hierdurch bekannt werdenden Werthe dieser Gröſse, $h' - h$ selbst zu finden, muſs man $\frac{h'h'}{a}$ addiren und $\frac{hh}{a}$ subtrahiren, welche beide durch Tafel IV gegeben werden, indem man mit h' und mit h in sie eingeht.

Um alle Bezeichnungen und Vorschriften beisammen zu haben, setze ich sie noch einmal her:

b, b' Barometerstände, auf einer in Pariser Linien getheilten Scale abgelesen.

t, t' Stände des Centesimalthermometers am Barometer.

τ, τ' Stände des Centesimalthermometers in freier Luft.

α, α' Sättigungsgrade der Luft durch Wasserdampf.

Die Berechnung des Höhenunterschiedes der Punkte, wo diese Beobachtungen gemacht worden sind, fordert die Aufsuchung von:

1. $\log b_{,} = \log b - t \cdot 0{,}00007$; $\log b_{,}' = \log b' - t' \cdot 0{,}00007$.
2. $B = \log\left\{\log b_{,} - \log b_{,}'\right\}$
3. $\log V$ und $\log W$, welche mit dem Argumente $\tau + \tau'$, aus Tafel I genommen werden.
4. $\log V'$, welchen Tafel II, mit dem Argumente $\log \frac{(\alpha+\alpha')W}{\sqrt{(b,b_{,}')}}$ ergiebt.
5. $\log G$, welchen Tafel III mit dem Argumente Polhöhe $= \varphi$ ergiebt.
6. $\log$ des genäherten Höhenunterschiedes $= B + \log V + \log V' + \log G$.
7. Der wahre Höhenunterschied ist der genäherte + dem Unterschied der kleinen Verbesserungen, welche man aus Tafel IV, mit den Argumenten gröfsere und kleinere Höhe, erhält.

Zum Beispiele wähle ich eine von *d'Aubuissons* Messungen der Höhe des Monte-Gregorio über einem Punkte, dessen Höhe $h = 128{,}3$ Toisen ist; sie findet sich im Traité de Géognosie I p. 481. Da der Wasserdampfgehalt der Luft nicht beobachtet ist, so nehme ich $\alpha = \alpha' = \frac{1}{2}$.

$b = 329^{l}013$, $t = 19°85$, $\tau = 19°95$

$b' = 268{,}215$, $t' = 10{,}5$, $\tau' = 9{,}9$

$\log b = 2{,}51721$; $7.t = 139$; $\log b_{,} = 2{,}51582$ } halbe
$\log b' = 2{,}42848$; $7.t' = 73{,}5$; $\log b_{,}' = 2.42774{,}5$ } Summe *)

$\log \frac{b_{,}}{b_{,}'} = 0{,}088075$

$B = 8{,}94485$

Digitized by Google

Tafel	$B = 8{,}94485$		
I. $\tau+\tau' = 29^{\circ}85 (k = 0{,}00375)$	$\log V = 3{,}99782$	$\log W = 0{,}0397$	
II. Arg. $= 7{,}5679$	$\log V' = 161$	*)	2,4718
III. $\varphi = 45^{\circ}32'$	$\log G = -2$		7,5679
	2,94426		
genäherter Höhenunterschied	$879^{t}54$		
IV. $h' = 1007{,}8$, $h = 128{,}3$	$+0{,}31$		
$h' - h$	$879^{t}85$		

D'Aubuisson berechnet selbst $879^{t}7$; aus den *Gaußischen* Tafeln erhält man $879^{t}63$. Will man $k = 0{,}003648$ annehmen, so erhält man $1^{t}26$ weniger. Nimmt man die Luft ganz trocken an, so erhält man $3^{t}24$ weniger; nimmt man sie ganz feucht an, $3^{t}28$ mehr.

Bessel.

Schreiben des Herrn *Dumouchel*, Directors der Sternwarte auf dem Collegio Romano, an den Herausgeber.

Rom 1838. Aug. 9.

Après un trop long silence, il y a pourtant déjà quelque tems que je me propose de vous écrire pour vous communiquer plusieurs observations intéressantes, dont la lecture de votre journal a fourni l'occasion. Je n'ai différé un peu que pour donner plus de certitude à nos conclusions, leur concilier plus de confiance, et pour éloigner jusqu'au soupçon même de précipitation. Les observations faites par Mr *Encke* sur l'anneau de Saturne, avec un excellent oculaire achromatique, firent naître à mon très-cher Collègue le Père *De Vico*, l'espoir de voir quelque chose de semblable avec notre grande lunette, il ne fut pas trompé, car profitant de quelques nuits très-claires et sereines, qui ne sont pas rares actuellement sous notre beau ciel de Rome, Saturne se trouvant à peu près à sa moindre distance de la terre, avec son excellente vue et en employant nos plus forts oculaires, quoique non achromatiques, le soir du 29 mai il apperçut très-distinctement et fit voir à ses élèves et amis outre les 2 anneaux déjà connus, 3 autres divisions, ou lignes noires, l'une presque au milieu de l'anneau extérieur et deux sur l'anneau intérieur. Les observations des jours suivans donnèrent quelque variation dans le nombre des zônes selon que l'air était plus ou moins pur et serein. Vers la culmination de la planète, on voyait quelques fois jusqu'à 6 anneaux (si l'on peut leur donner ce nom); la distinction étoit telle, qu'on n'y pouvoit soupçonner aucun illusion d'optique.

Mais ce qui nous paroit plus important encore, à l'occasion et dans le cours de ces observations, ils apperçurent très-bien les 7 satellites de Saturne, même les deux voisins de la planète, qu'on dit n'avoir encore été vus que par *Herschel*. Ceux-ci paroissoient auprès de l'anneau, et se voyoient très-bien, pendant quelque-tems, vers la culmination: à mesure que la planète s'abaissoit, on les distinguoit toujours plus difficilement et on finissoit par les perdre de vue. Le Père *De Vico* n'a pu instituer d'observations sur le 1er satellite, à partir de Saturne, avec les moyens que nous avons (J'ai écrit de suite à Mr *Cauchoix* pour avoir 1 ou 2 bons oculaires achromatiques munis de micromètres j'attends sa réponse.) mais il à déjà fait un assez grand nombre d'observations sur le second ayant soin de déterminer d'avance sa position approchée, pour plus de sûreté: ce qui l'a engagé en de très-longs calculs (car nous manquons de secours pour cet objet) et lui a donné lieu de déployer une grande capacité, avec une rare patience et une persévérance à toute épreuve. Ce sera l'objet d'un mémoire au quel il travaille sans relâche.

A partir du mois de juillet les 2 prem. satell. se voyant plus difficilement il y avoit pourtant encore dans ce mois, quelques belles nuits où on les voyait très-bien tous les sept chacun à sa place.

E. G. Dumouchel,
Pr. de la Cie de Jésus.

Inhalt.

Bemerkungen über barometrisches Höhenmessen. Von Herrn Geheimen-Rath und Ritter *Bessel*. p. 329.
Schreiben des Herrn *Dumouchel*, Directors der Sternwarte auf dem Collegio Romano, an den Herausgeber. p. 359.

Altona 1838. September 20. (Hiebei eine Beilage und ein Blatt mit Tafeln.)

Digitized by Google

Tafel I.

Argument $= \tau + \tau'$ (Centesimalscale)

$\tau+\tau'$	0,00375 log V	log W	0,003648 log V	$\tau+\tau'$	0,00375 log V	log W	0,003 log
—20°	3,95747	9,3501	3,95793	20	3,99014	9,9096	3,989
—19	3,95832	9,3646	3,95875	21	3,99093	9,9229	3,990
—18	3,95916	9,3792	3,95958	22	3,99171	9,9362	3,991
—17	3,96001	9,3937	3,96040	23	3,99249	9,9495	3,992
—16	3,96085	9,4083	3,96122	24	3,99328	9,9628	3,992
—15	3,96169	9,4227	3,96203	25	3,99406	9,9760	3,993
—14	3,96253	9,4372	3,96285	26	3,99484	9,9892	3,994
—13	3,96337	9,4516	3,96366	27	3,99561	0,0023	3,995
—12	3,96420	9,4660	3,96447	28	3,99639	0,0155	3,995
—11	3,96504	9,4803	3,96529	29	3,99716	0,0285	3,996
—10	3,96587	9,4946	3,96610	30	3,99794	0,0416	3,997
— 9	3,96670	9,5089	3,96690	31	3,99871	0,0546	3,998
— 8	3,96753	9,5232	3,96771	32	3,99948	0,0677	3,998
— 7	3,96836	9,5374	3,96851	33	4,00025	0,0806	3,999
— 6	3,96918	9,5516	5,96932	34	4,00102	0,0936	4,000
— 5	3,97001	9,5657	3,97012	35	4,00179	0,1065	4,001
— 4	3,97083	9,5799	3,97092	36	4,00255	0,1193	4,001
— 3	3,97165	9,5940	3,97172	37	4,00332	0,1322	4,002
— 2	3,97247	9,6080	3,97252	38	4,00408	0,1450	4,003
— 1	3,97329	9,6221	3,97332	39	4,00484	0,1578	4,004
0	3,97411	9,6361	3,97411	40	4,00560	0,1705	4,004
+ 1	3,97493	9,6500	3,97490	41	4,00636	0,1833	4,005
2	3,97574	9,6640	3,97570	42	4,00712	0,1960	4,006
3	3,97655	9,6779	3,97649	43	4,00787	0,2086	4,006
4	3,97736	9,6918	3,97728	44	4,00863	0,2212	4,007
5	3,97817	9,7056	3,97806	45	4,00938	0,2338	4,008
6	3,97898	9,7194	3,97885	46	4,01013	0,2464	4,009
7	3,97979	9,7332	3,97963	47	4,01088	0,2589	4,009
8	3,98059	9,7470	3,98042	48	4,01163	0,2714	4,010
9	3,98140	9,7607	3,98120	49	4,01238	0,2839	4,011
10	3,98220	9,7744	3,98198	50	4,01313	0,2963	4,012
11	3,98300	9,7880	3,98276	51	4,01388	0,3087	4,012
12	3,98380	9,8017	3,98354	52	4,01462	0,3211	4,013
13	3,98460	9,8153	3,98431	53	4,01536	0,3335	4,014
14	3,98539	9,8288	3,98509	54	4,01611	0,3458	4,015
15	3,98619	9,8424	3,98586	55	4,01685	0,3581	4,015
16	3,98698	9,8559	3,98663	56	4,01759	0,3703	4,016
17	3,98777	9,8693	3,98741	57	4,01832	0,3824	4,017
18	3,98856	9,8828	3,98818	58	4,01906	0,3946	4,017
19	3,98935	9,8962	3,98894	59	4,01980	0,4068	4,018
20	3,99014	9,9096	3,98971	60	4,02053	0,4189	4,019

Digitized by Google

Tafeln

zu

Bessels Abhandlung über barometrisches Höhenmessen.

(zu Nr. 356 der Astr. Nachrichten.)

Digitized by Google

BEILAGE
ZU
Nº 357. DER ASTRONOMISCHEN NACHRICHTEN.

Schreiben Sr. Excellenz des Herrn würklichen StaatsRaths *v. Fuss*, Mitglieds und beständigen Secretairs der Kaiserl. Academie der Wissenschaften in St. Petersburg, an den Herausgeber.

Am gestrigen Tage sind die am $\frac{19.\text{ Juni}}{1.\text{ Juli}}$ in Warschau Allerhöchst bestätigten Statuten und Etat unserer Hauptsternwarte durch die Senatszeitung promulgirt worden. Ich glaube mir einige Ansprüche auf Ihren Dank zu erwerben, indem ich Ihnen heute schon eine treue deutsche Uebersetzung dieser denkwürdigen Actenstücke für Ihre Zeitschrift übersende, die mir das passendste Organ zu seyn scheint, um die Nachricht über die Vollendung der grofsartigen Stiftung unseres Monarchen unter den Astronomen zu verbreiten. Der liberale Sinn des Reglements, in welchem sich die hohe Achtung für die Wissenschaft ausspricht, die unsere Regierung schon auf so vielfältige Weise an den Tag gelegt hat, wird gewifs nicht minder anerkannt werden, als die würdige Ausstattung der Anstalt mit den nöthigen Geldmitteln. Die Bedingungen des Gedeihens derselben sind jetzt in den Händen der Akademie und dieses selbst also, auch für die fernere Zukunft denke ich, verbürgt. Für die nächste haftet uns der Ruf und die geistige und körperliche Tüchtigkeit des bereits designirten ersten Directors der Hauptsternwarte, unsers *Struve*, der Sie nächstens persönlich begrüfsen und Ihnen einen Separatabdruck des Statuts in der Originalsprache mit französischer Uebersetzung überreichen wird.

St. Petersburg den $\frac{8}{18}$. August 1838.

Fuss.

Ukas an den dirigirenden Senat.

In dem Wunsche, die Fortschritte der Astronomie in Unserm Reiche zu befördern, haben Wir befohlen in der Nähe St. Petersburgs, auf dem Pulkowaberge, eine Hauptsternwarte zu gründen und diese mit einem vollständigen Apparat der vollkommensten Instramente zu versehen.

Jetzt, da der Bau der für diese Anstalt bestimmten Gebäude seiner Vollendung nahet, so dafs dieselbe vom Jahre 1839 an eröffnet werden und in Wirksamkeit treten kann, haben Wir die von dem Minister des öffentlichen Unterrichts entworfenen und im Reichsrathe durchgesehenen Statuten und Etat der Hauptsternwarte bestätigt, und befohlen dieselben vom 1sten Januar des künftigen Jahres in Kraft treten lassen.

Das Original ist von Sr. Kaiserlichen Majestät Höchsteigenhändig unterzeichnet.

Warschau, den $\frac{19.\text{ Juni}}{1.\text{ Juli}}$ 1838. *Nikolai.*

Statut der Kaiserlich-Russischen Hauptsternwarte zu Pulkowa bei St. Petersburg.

1. Die auf dem Pulkowaberge, 17 Werst von St. Petersburg erbaute Sternwarte steht unmittelbar unter der Oberdirection der Kaiserlichen St. Petersburger Akademie der Wissenschaften und führt, als Central-Anstalt dieser Art im Reiche, den Namen der Kaiserlich-Russischen Hauptsternwarte (Imperialis primaria Rossiae specula academica).

2. Der Zweck bei der Gründung der Hauptsternwarte ist ein dreifacher. Es sollen auf derselben a) ununterbrochen und in möglichster Vollkommenheit Beobachtungen angestellt werden, die auf die Förderung der Astronomie, als Wissenschaft, abzielen; b) correspondirende Beobachtungen für geographische Unternehmungen im Reiche und wissenschaftliche Reisen überhaupt. Aufserdem soll c) nach Möglichkeit zur Vervollkommnung der praktischen Astronomie in ihren Anwendungen auf Geographie und Nautik beigetragen und zu Uebungen in der geographischen Ortsbestimmung Gelegenheit geboten werden.

Anmerkung. Diesem dreifachen Zweck angemessen, ist die Hauptsternwarte bei ihrer Eröffnung mit einem vollständigen Apparat der vorzüglichsten astronomischen Instrumente nach der neuesten Construction versehen. Zur Unterhaltung und Ausbesserung derselben, zur Bestellung neuer Instrumente, je nachdem etwa neue Fortschritte der Wissenschaft und Kunst, solche erforderlich machen sollten, so wie endlich zur Ausführung solcher wissenschaftlichen Arbeiten und Beobachtungen, die besondere Mittel erheischen, ist im Etat der Sternwarte eine besondere Summe ausgeworfen.

Digitized by Google

3. Die bei der Hauptsternwarte angestellten Beamten sind: 1) der Director derselben oder der erste Astronom; 2) vier Assistenten, deren einer den Titel des zweiten Astronomen führt; 3) der Sekretair des Directors; 4) der Mechaniker, und 5) der Inspector.

4. Das Amt des Directors der Hauptsternwarte oder des ersten Astronomen wird jedesmal dem ordentlichen Akademiker für praktische Astronomie übertragen. Die Akademie wird künftig bei der Wahl eines Akademikers für besagtes Fach diese seine wichtige Bestimmung mit vor Augen haben.

5. Der Director ist gehalten, seine ganze Thätigkeit ungetheilt den Pflichten seines Amtes zu widmen, und da sein Beruf als Director und als Akademiker den beharrlichsten Eifer und seine stete Gegenwart erheischt, so ist es ihm untersagt, sich mit irgend andern öffentlichen oder Privat-Aemtern zu befassen, die dem Zweck der Hauptsternwarte fremd sind. Als Ersatz ist für ihn im Etat der Hauptsternwarte ein besonderes Jahrgehalt angewiesen, dessen er unabhängig von seinen Emolumenten als Akademiker genießt.

6. Der Director wacht darüber, daſs auf der Hauptsternwarte ununterbrochen und in möglichster Vollkommenheit beobachtet werde, nach einem von ihm selbst, dem neuesten Standpunkt der Wissenschaft gemäſs, entworfenen und vorläufig von der Akademie gut geheißenen Plane. Als Vorgesetzter der Sternwarte und der bei derselben angestellten Beamten, leitet er alle auf Grundlage jenes Planes vorhabenden Arbeiten, vertheilt dieselben und nimmt persönlich daran Theil. Wenn übrigens irgend einer der Assistenten wünschen sollte, neben den ihm vom Director auferlegten Pflichten, selbstständig irgend eine wissenschaftliche Untersuchung vorzunehmen, so wird der Director nicht allein ihm keine Hindernisse in den Weg legen, sondern vielmehr sich beeifern, ihm nach Möglichkeit alle Mittel zur Anstellung der nöthigen Beobachtungen oder Versuche und zur Erreichung seines Zweckes zu bieten.

7. Der Director verwaltet die ihm anvertraute Anstalt nach denselben Regeln, welche in den §§. 105 u. 107 des Reglements der Akademie für die Directoren der übrigen wissenschaftlichen Institute festgesetzt sind. In allen die Hauptsternwarte betreffenden Angelegenheiten, wo die Einwilligung der höhern Vorgesetzten einzuholen ist, wendet er sich mit seinen Vorstellungen an die Akademie.

8. Der Director überreicht alljährlich der Akademie das druckfertige Resumé der vornehmsten auf der Sternwarte im Laufe des vergangenen Jahres angestellten Beobachtungen, welches die Akademie ihrerseits sofort dem Druck übergiebt, unter dem Titel: Annales Speculae u. s. w. Von diesen Annalen werden unentgeltlich Exemplare an sämmtliche Russischen Universitäten, an die berühmtesten Sternwarten des In- und Auslandes, so wie an die bekanntesten Russischen und auswärtigen Astronomen vertheilt, die ihrerseits dieselbe Höflichkeit gegen die Hauptsternwarte beobachten.

9. Der Director der Hauptsternwarte bringt unverzüglich alle wichtige Entdeckungen, die durch irgend einen der Beobachter der Hauptsternwarte gemacht seyn mögen, so wie alle merkwürdige Himmelserscheinungen zur Kenntniſs der Akademie.

10. Die vier Assistenten werden durch die Akademie aus der Zahl der von dem Director dazu vorgeschlagenen Candidaten gewählt, und zwar vorläufig auf drei Jahre, während welcher sie sämmtliche ihnen laut dem Etat zukommende Emolumente genießen. Nach Verlauf dieser Zeit werden sie, sofern sie sich als tüchtig erwiesen, auf die Vorstellung der Akademie, durch den Minister des öffentlichen Unterrichts in ihrem Amte bestätigt, mit Zurechnung der drei verflossenen Jahre, seit ihrem Eintritt in den Dienst. Im entgegengesetzten Falle ist es dem Director freigestellt, die etwa Unfähigen auch vor Ablauf des Triennium zur Entlassung vorzustellen.

11. Es bleibt der Akademie übrigens unbenommen, junge Gelehrte, die ihr durch frühere Leistungen bekannt sind, und für welche die vorläufigen Probejahre als überflüssig erkannt werden, auf den Wunsch des Directors auch sofort zur Bestätigung als Assistenten der Hauptsternwarte vorzustellen.

12. Der zweite Astronom wird durch die Akademie auf die Vorstellung des Directors unter den vier Assistenten gewählt; in diesem Amte durch den Minister des öffentlichen Unterrichts bestätigt und genießt sodann das mit demselben verknüpfte Zulagegehalt, gemäſs dem Etat der Hauptsternwarte.

13. Im Falle einer Krankheit oder Abwesenheit des Directors der Hauptsternwarte versieht der zweite Astronom provisorisch seine Stelle. Wenn, während dessen, eine Angelegenheit der Hauptsternwarte zur Berathung in der Akademie kommen sollte, so wird der die Stelle des Directors bekleidende zweite Astronom zur Sitzung der Akademie zugelassen, auch wenn er nicht Mitglied wäre, um persönlich die Angelegenheit vertreten zu können.

14. Die Assistenten dürfen auch andere wissenschaftliche oder Lehrposten bekleiden, die sich mit ihrem Geschäft bei der Hauptsternwarte vertragen, als bei der Akademie der Wissenschaften, der Universität und andern höhern Lehranstalten, und die mit diesen Posten verknüpften Emolumente beziehen, ihrem etatmäſsigen Gehalt bei der Hauptsternwarte unbeschadet.

15. Dem Director sind beigegeben: 1) ein Secretair zur Führung der Correspondenz; 2) ein Mechaniker, zur Aufsicht über die Instrumente, ihre Instandhaltung und zur Anfertigung verschiedener kleinerer Apparate, und 3) ein Inspector, zur

Digitized by Google

Aufsicht über die polizeiliche Ordnung und Reinlichkeit in den Gebäuden der Sternwarte und den Beobachtungssälen. Diese Beamten werden von dem Director selbst angestellt und entlassen, worüber er jedoch der Akademie zu berichten hat. Das Amt des Inspectors kann, nach dem Ermessen des Directors, dem Secretair oder Mechaniker übertragen werden mit dem, diesem Amte etatmäfsig zugewiesenen Gehalt.

16. Der Director ist berechtigt, aus der für die wissenschaftlichen Bedürfnisse angewiesenen Summe kleine Jahresgehalte solchen Handwerkern auszuwerfen, die er temporair oder für immer bei der Sternwarte anzustellen für nöthig erachtet.

17. Der zweite Astronom steht im 7ten, die übrigen Assistenten aber im 8ten Klassenrange, auf dieselbe Weise, wie diese Rangs den Mitgliedern der Akademie (Regl. §. 29) und den Professoren der höhern Lehranstalten zugestanden sind. Die Beförderung zu den folgenden Rangs erfolgt auf Grundlage der für die Akademiker bestehenden Gesetze, wobei der zweite Astronom und die Assistenten zur 1sten Categorie der Staatsbeamten zu rechnen sind.

18. Hinsichtlich der Ausländer, die etwa zu Assistentenstellen oder zur Stelle eines Mechanikers berufen werden möchten, gelten dieselben Regeln, welche bereits für die Besetzung ähnlicher wissenschaftlicher Stellen bei der Akademie durch Ausländer bestehen.

19. Die Hauptsternwarte braucht für ihre Correspondenz das Siegel mit dem Reichswappen und der Umschrift: Siegel der Kaiserlichen Akademischen Hauptsternwarte. Sämmtliche aus dem Innern an die Hauptsternwarte gerichteten oder von ihr ins Innere abgesendeten Briefe und Packen, wenn letztere nicht über Ein Pud wiegen, werden in allen Postämtern und Postcomptoirs portofrei angenommen und expedirt.

20. Die zur Unterhaltung der Hauptsternwarte und zur Salarirung der bei derselben angestellten Beamten etatmäfsig angewiesene Summe wird aus dem Reichsschatze zugleich mit der Etatsumme der Akademie verabfolgt und mit dieser in der Hauptkasse bei dem Verwaltungs-Comité deponirt, welches über dieselbe nach Grundlage gegenwärtigen Statuts und den allgemeinen Regeln verfügt.

21. Die für wissenschaftliche Zwecke bestimmten 12000 Rubel, so wie für die Unterhaltung der Bibliothek angewiesenen 1000 Rubel verabfolgt das Verwaltungs-Comité theilweise dem Director auf sein Verlangen, oder verausgabt dieselben laut dessen Anweisungen. Zur Buchführung der dem Director ausgezahlten Geldsummen wird ihm aus dem Comité ein Schnurbuch übergeben, welches er am Schlusse des Jahres mit seiner Unterschrift dem Comité zur Revision und Controlle vorzulegen hat.

22. Die Ueberschüsse dieser Summen verbleiben in der Kasse des Comité unter dem Namen des Sternwarten-Capitals. Die sonstigen Ueberschüsse aber, welche aus temporairen Vacanzen in dem Personal der Sternwarte und andern Ersparnissen entstehen mögen, fliefsen am Schlusse des Jahres in die ökonomische Summe der Akademie.

23. Das Sternwarten-Capital steht gleichfalls zur Verfügung des Directors und kommt der Anstalt zu Gute, jedoch nur nach vorhergegangener Einholung der Genehmigung der Akademie, oder durch ihre Vermittelung der höhern Autorität.

24. Das Comité sorgt: a) für die Instandhaltung der Gebäude der Sternwarte sowohl äufserlich als im Innern; b) für zeitgemäfse Anschaffung der für Heizung und Beleuchtung nöthigen Vorräthe und für die äufsere Reinlichkeit; c) für anständige Unterhaltung der Dienerschaft, Bekleidung und Beköstigung derselben. Für diese Ausgaben ist im Etat eine besondere Summe angewiesen.

25. In allen die Oekonomie und das Polizeiwesen betreffenden Fällen wendet sich der Director, als Wirth der Anstalt direct an das Verwaltungs-Comité, welches gehalten ist, in allen Dingen seinen gerechten Forderungen zu entsprechen.

26. Die Hauptsternwarte hat dahin zu wirken, dafs die Arbeiten der übrigen Sternwarten des Reichs dem neuesten Zustande der Astronomie entsprechend und nach Möglichkeit in gegenseitigem Zusammenhange seyen, damit aus den auf den verschiedenen Sternwarten angestellten Beobachtungen die Wissenschaft den möglichst gröfsten Nutzen ziehe. Hiezu hat sie a) einen regelmäfsigen Briefwechsel mit den Sternwarten des Reichs zu unterhalten und, da sie in ununterbrochenem Verkehr mit den auswärtigen Sternwarten steht, alle wichtige, die Wissenschaft betreffende Gegenstände und Ereignisse zur Kenntnifs der inländischen Astronomen zu bringen; b) den Verkehr zwischen den inländischen und auswärtigen Sternwarten auch dadurch zu vermitteln, dafs sie Aufträge zur Anschaffung litterarischer Hülfsmittel und Bestellungen astronomischer Apparate übernimmt; c) diejenigen Sternwarten, die ihre Beobachtungen nicht veröffentlichen, aufzufordern, Abschriften derselben einzuschicken, die im Archiv der Hauptsternwarte niederzulegen und in vorkommenden Fällen zu benutzen wären. Sollten dergleichen Beobachtungen, ihrer Wichtigkeit wegen, des Druckes werth befunden werden, sey es in extenso oder im Auszuge, so wird die Hauptsternwarte sie ihren Annalen als Anhang beifügen. Endlich d) in vorkommenden dringenden Fällen andern Sternwarten durch ihre eigenen Mittel auszuhelfen, als z. B. bei wissenschaftlichen Reisen durch Reiseinstrumente, Chronometer u. s. w.

Das Original ist von Sr. Kaiserl. Majestät gezeichnet:

„Dem sey also."

Warschau, den 19. Juni 1838.

Digitized by Google

Etat der Kaiserlich-Russischen Haupt-Sternwarte.

	Unterhalt.		Classen und Categorieen.		
	Einem.	Allen.	Rang.	Pension.	Uniform.
Dem Director oder ersten Astronomen, aufser seinem Akademikergehalt	8000	8000	Wie bei den Akademikern.		
Demselben für Equipage	2000	2000			VIII.
Den vier Assistenten	2500	10000	VIII. wenn sie nicht wirkl. Mitgl. der Akad. sind.	Die Pension nach den effectiven Gehalten auf Grundlage des Reglements der Akademie.	wenn sie nicht wirkl. Mitgl. der Akad. sind. VII.
Denselben für Equipage	1000	4000			
Dem zweiten Astronomen, Zulagegehalt	2000	2000	VII.		
Dem Secretair	1200	1200	wie oben.		
Dem Mechaniker	1000	1000	XIV.	IX.	X.
Dem Inspector	1000	1000	XIV.	IX.	X.
Zur Unterhaltung der Sternwarte in wissenschaftlicher Beziehung	——	12000	XIV.	IX.	X.
Für die Bibliothek	——	1000			
Zur Unterhaltung der Häuser, der Aufwärter u. ökonom. Bedürfnisse	——	20000			
Total		62200			

Schreiben des Herrn *v. Boguslawski*, Directors der Breslauer Sternwarte, an den Herausgeber.

Breslau 1838. August 20.

Es wird Ihnen ohne Zweifel interessant seyn zu erfahren, dafs es mir gelungen ist den *Encke*schen Cometen auf der hiesigen Sternwarte aufzufinden.

Obgleich ich bei der noch für den Monat Juli vorgenommenen Verlängerung der Ephemeride dieses Cometen wohl gewahr wurde, dafs fast gar keine Hoffnung vorhanden war, ihn schon im Juli aufzufinden (da seine Lichtstärke am 15ten Juli nur 0,060 und am 27sten Juli nur 0,073 von der schwachen betrug, welche derselbe am 30sten Juli 1835 gehabt hatte; so machte ich doch am 14ten, 24sten, 25sten, 28sten, 29sten und 30sten, natürlich ganz fruchtlose, Versuche.

Erst nach dem Mondscheine am 14ten August glaubte ich eine sehr schwache Spur von demselben aufzufinden. Noch in einer späteren Nachtstunde veranlafste mich die völlige Klarheit des Himmels, die ich bei Beobachtung des Austritts von 136 Aur. wahrnahm, meine Nachforschungen fortzusetzen. Wirklich zeigte sich die vorhin schon bemerkte lichtere Stelle am Himmel noch deutlicher, ja in einigen Momenten so, dafs mir 2 Beobachtungen am 4½füfsigen Frauenhofer, mit einem sehr einfachen Micrometer, dessen Beschreibung ich mir vorbehalten mufs, in nachfolgender Art gelangen:

M. Bresl. Zt.	α	δ	Ephem.	
$14^h 12'2$	$2^h 15' 18''39$	$+24° 38' 10''6$	$-18''77$	$+4'21''2$
14 18,8	2 15 18,05	+24 38 4,1	−19,34	+4 11,3

Der Comet wurde verglichen mit ϑ(8) H. C. 24 Août 1793 $2^h 13^m 5^s 2$
und σ(7) 2 13 55,5

Die anbrechende Dämmerung verhinderte alle weiteren Versuche zur Ueberzeugung zu gelangen; und so blieben diese Beobachtungen nur Vermuthungen, die ich als solche vorläufig dem Herrn Professor *Encke* meldete. Die beiden folgenden Nächte waren und blieben trübe. Am 17ten schien es Nachts eine Zeitlang sehr heiter zu sein; dennoch war nichts vom Cometen zu bemerken, aber auch nichts von der Stelle, welche ich am 14ten beobachtet hatte.

Endlich in der verwichenen Nacht gelang es mir, den Cometen, aber unbeschreiblich lichtschwach wieder aufzufinden und zweimal mit den beiden Sternen der *Besselsc*hen Zone Nr. 333 den 19ten Jan. 1826 $2^h 11^m 59^s 30$ und $2^h 12^m 0^s 04$ (das genannte Micrometer erfordert immer 2 Vergleichssterne) zu beobachten. Die zweite Beobachtung wurde durch dunstige Luft gestört, und ist ganz ungenau:

M. Bresl. Zt.	α	δ	Ephem.	
um $13^h 20'50$	$2^h 19' 41''53$	$+25° 41' 21''2$	$+9''53$	$+3' 45''3$
13 33,75	2 19 38,22	+25 38 3,7	+5,86	+0 20,5

Alle Beobachtungen können natürlich bei der unbeschreiblichen Lichtschwäche des Gegenstandes keinen Anspruch auf Genauigkeit machen, und können fast nur jenem Mikrometer verdankt werden. Die letzte Beobachtung wird am besten ganz verworfen, obgleich sie der Ephemeride am nächsten kommt. Herr Prof. *Encke* hat den Cometen am 14ten und 15ten aller Wahrscheinlichkeit nach, oder eigentlich gewifs auch gesehen, aber da noch nicht zu beobachten unternommen.

v. Boguslawski.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 358. 359.

Untersuchungen über die Wahrscheinlichkeit der Beobachtungsfehler.

Von Herrn Geheimen-Rath und Ritter *Bessel*.

Die Wahrscheinlichkeit eines Beobachtungsfehlers kann von seiner Gröfse abhängig angenommen werden, aber sie ist so lange unbekannt, so lange unbekannt ist, *auf welche Art* er aus seinen Ursachen entsteht. Wir verdanken indessen *Laplace* das merkwürdige Resultat, dafs, aus einer *grofsen* Anzahl gleichartiger Beobachtungen, die *wahrscheinlichsten* Folgerungen gezogen werden können, ohne dafs es nöthig ist, das Gesetz der Wahrscheinlichkeit der Fehler zu kennen.

Wenn man eine solche Reihe von Beobachtungen einer Erscheinung, deren mathematische Theorie bekannt ist, besitzt und wenn man die Constanten dieser Theorie, diesem Resultate gemäfs, bestimmt, so giebt ihre Vergleichung mit den einzelnen Beobachtungen der Reihe, Unterschiede zu erkennen, durch welche man eine *practische* Bestimmung des Gesetzes der Wahrscheinlichkeit der Fehler der angewandten Beobachtungsart erlangen kann. Findet man nämlich, dafs in m Fällen, unter der vorhandenen grofsen Anzahl μ derselben, der Fehler zwischen zwei einander sehr nahe liegende Grenzen x und $x - \frac{1}{i}$ fällt, so ist die Wahrscheinlichkeit dieses Ereignisses, welche ich durch $\frac{1}{i}\varphi x$ bezeichnen werde, $= \frac{m}{\mu}$, oder

$$\varphi x = \frac{mi}{\mu}.$$

Macht man diese Bestimmung einer Anzahl Werthe von φx zu Ordinaten einer Curve, deren Abscissen die Fehler x sind, so stellt diese Curve das Gesetz der Wahrscheinlichkeit der Fehler dar, und zwar desto richtiger, je gröfser μ und i sind. Kann man dahin gelangen, die Ordinaten dieser Curve, unbestimmt durch eine Function φx darzustellen, so ist hierdurch das Gesetz der Wahrscheinlichkeit der Fehler der angewandten Beobachtungsreihe gegeben, und es ist kein Hinderniſs mehr vorhanden, wenn es darauf ankommt, aus einer *beliebigen* Anzahl von Beobachtungen derselben Art, ihre *wahrscheinlichsten* Resultate zu ziehen und die *wahrscheinlichen* Fehler derselben zu berechnen. Das was ich hier gefordert habe, nämlich das Vorhandensein einer sehr zahlreichen Beobachtungsreihe einer Erscheinung, deren mathematische Theorie bekannt ist, kann aber nicht immer vorausgesetzt werden; wenn es fehlt, so kann der hier vorgezeichnete Weg zu der Bestimmung des Gesetzes der Wahrscheinlichkeit der Fehler nicht betreten werden.

Um in allen Fällen anwendbare Vorschriften zur Benutzung einer Beobachtungsreihe zu erhalten, hat *Gauss*, in seiner anfänglichen Darstellung der Methode der kleinsten Quadrate, die Annahme verfolgt, dafs das arithmetische Mittel aus einer Anzahl gleichartiger Beobachtungen einer gleichbleibenden Gröfse, ihre wahrscheinlichste Bestimmung sei. Er hat gezeigt, dafs diese Annahme gleichbedeutend ist mit der Bedingung, dafs, auch in dem allgemeineren Falle, in welchem die beobachtete Gröfse nach einem gegebenen Gesetze veränderlich ist, die Summe der Quadrate der übrigbleibenden Unterschiede zwischen den Beobachtungen und der darauf gegründeten Theorie, den *möglichst kleinen* Werth erhält; ferner, dafs die eine wie die andere ein bestimmtes Gesetz der Wahrscheinlichkeit der Fehler nämlich

$$\varphi x = \frac{1}{m\sqrt{(2\pi)}} \cdot e^{-\frac{xx}{2mm}}$$

fordert, wo mm den mittleren Werth der Quadrate der Fehler, oder den Werth des bestimmten Integrals

$$\int_{-\infty}^{\infty} xx\varphi x\, dx$$

bedeutet. Wenn kein Grund vorhanden ist, in dem speciellen Falle die Annahme des arithmetischen Mittels zurückzuweisen, so ist also auch keiner vorhanden, in dem allgemeinen Falle von der Methode der kleinsten Quadrate abzuweichen; allein dieser Mangel eines Widerspruchs gegen das eine oder das andere, ist kein Beweis des Stattfindens des angegebenen Ausdruckes von φx, und man mufs sich anderweitig von seiner Anwendbarkeit auf eine gegebene Beobachtungsreihe überzeugen, ehe man geneigt sein kann, der darauf gegründeten Berechnung des *wahrscheinlichen* Fehlers, sowohl der Beobachtungen selbst, als ihrer Resultate, irgend ein Gewicht beizulegen.

Da aber nicht bezweifelt werden kann, dafs die Function φx von der Art der Beobachtungen, auf welche sie angewandt werden soll, abhängig ist, und man ihren, dieser zugehörigen wahren Ausdruck, wenigstens im Allgemeinen, nicht kennt, so mufs die Auflösung der Aufgabe, aus vorhandenen Beobach-

Digitized by Google

tungen einer Erscheinung, deren mathematische Theorie gegeben ist, die *besten* Resultate zu ziehen, auf die Betrachtung einer *willkürlich* bleibenden Function φx gegründet werden. Diesem Gesichtspunkte sind *Laplace*, *Gauss* und *Poisson* in den bewunderungswürdigen Abhandlungen gefolgt, welche sie über die gegenwärtige Materie bekannt gemacht haben. Das Wesentlichste der Theorie dieser Materie hat schon *Lagrange* zum Gegenstande einer, in den Turiner Mémoiren für 1770—1773 gedruckten Abhandlung gemacht.

Wenn ich, nach solchen Vorgängern, Untersuchungen über denselben Gegenstand anstelle, so mufs ich zu ihrer Entschuldigung sagen, dafs ich eine Ansicht verfolgen werde, deren Verfolgung aufser der Absicht der genannten grofsen Geometer lag. Ich werde nämlich die Entstehungsart der Beobachtungsfehler *aus ihren Ursachen*, zum Grunde des Folgenden machen. Wenn man anfangs die Fehler einer gewissen Beobachtungsart, als aus *einer*, auf gegebene Art wirkenden Ursache hervorgehend betrachtet, so wird dadurch ihre jedesmalige Gröfse x eine gegebene Function eines Arguments ξ, welches in derselben Art willkührlich ist, wie das Fallen eines Würfels. Aus dem Ausdrucke $x = f\xi$ kann aber der Ausdruck φx abgeleitet werden, und durch diesen wird man in den Stand gesetzt, alle Folgerungen, welche man aus der Beobachtungsreihe ziehen kann, der Wahrscheinlichkeitsrechnung gemäfs zu ziehen. Unter dieser Voraussetzung, welche fordert, dafs das *Argument* einer gegebenen Function als willkürlich angesehen werde, würde man also mit Unrecht die *Function* des Fehlers, welche seine Wahrscheinlichkeit ausdrückt, als willkürlich betrachten. Ich werde diese Bemerkung verfolgen, auch auf einige Beispiele anwenden, durch welche zugleich anschaulich werden wird, dafs Fälle vorkommen können, in welchen es ein Interesse hat, die gewöhnliche Voraussetzung der Willkür der Function φx zu verlassen. *Gewöhnlich* sind diese Fälle aber nicht, indem man meistens über die Function $f\xi$ eben so zweifelhaft sein wird, als über die Function φx; dann findet die Betrachtung der ersteren keine Anwendung, und die Voraussetzung der Willkür der letzteren tritt an deren Stelle. In der Wirklichkeit wird es auch selten erlaubt sein, die Fehler *einer* Ursache zuzuschreiben; vielmehr werden im Allgemeinen mehrere, meistens viele von einander unabhängige Ursachen zusammenwirken. Hierdurch wird es nöthig, die Zusammensetzung der wirklich vorkommenden Fehler aus mehreren Ursachen, zu untersuchen. Ich bin dadurch zu dem merkwürdigen Resultate gelangt, dafs viele von einander unabhängige Fehlerursachen von gleicher Ordnung durch ihr Zusammenwirken Fehler hervor bringen, deren Wahrscheinlichkeit näherungsweise dieselbe ist, welche durch die Voraussetzung des arithmetischen Mittels, oder durch die Bedingung der kleinsten Quadrate, gefordert wird. Hierdurch findet eine auffallende Uebereinstimmung zwischen diesem Gesetze der Wahrscheinlichkeit der Fehler und der Vertheilung derselben in wirklich gemachten Beobachtungsreihen ihre Erklärung; welche Uebereinstimmung ich in häufigen Fällen bemerkt und auch einigemale bekannt gemacht habe, z. B. in der, am 29sten Juni 1815 an den verstorbenen *Bode* gesandten und in dem Astr. Jahrb. 1818 S. 234 gedruckten, frühesten öffentlichen Nachricht von einer Anwendung der Fehler zum Maafse der Genauigkeit der Beobachtungen, und in den Fundamentis Astronomiae pro Ao. 1755 p. 19. Ich nenne diese Uebereinstimmung *auffallend*, weil sie auf eine *allgemeine*, das jeder Beobachtungsart Eigenthümliche überwiegende Eigenschaft deutet, indem nicht angenommen werden kann, dafs die verschiedenartigsten Beobachtungsreihen, eben so verschiedenartige Gegenstände betreffend, ohne eine solche Eigenschaft, dem angeführten Gesetze der Wahrscheinlichkeit der Fehler sehr nahe entsprechen würden.

1.

Ich fange mit der Aufsuchung der Wahrscheinlichkeit $= \varphi x . dx$ an, mit welcher erwartet werden kann, dafs ein Beobachtungsfehler zwischen x und $x + dx$ falle, wenn er, auf gegebene Art, von einer Ursache ξ abhängt, für welche jeder zwischen zwei Grenzen $-\alpha$ und α liegende Werth gleich möglich ist.

Die zu x und $x + dx$ gehörigen Werthe der Ursache bezeichne ich durch ξ und $\xi + d\xi$, die gegebene Art der Abhängigkeit der ersten Gröfse von der zweiten, durch $x = f\xi$, wodurch $dx = df\xi$ wird. Die Wahrscheinlichkeit, dafs der Fehler zwischen x und $x + dx$ falle, ist einerseits $= \varphi x\, dx$, andrerseits ist sie, der Annahme zufolge, dafs jeder zwischen $-\alpha$ und α liegende Werth von ξ gleich möglich ist $= \frac{d\xi}{2\alpha}$. Man hat also

$$\varphi x\, dx = \frac{d\xi}{2\alpha}$$

und wenn man für dx seinen Ausdruck schreibt:

$$\varphi x = \frac{1}{2\alpha} \cdot \frac{d\xi}{df\xi} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots [1]$$

woraus ξ durch die Gleichung $x = f\xi$ weggeschafft werden kann.

Wenn die Elemente $p, q, r \ldots$, aus einer Reihe von $n + 1$ Beobachtungen bestimmt werden sollen, so ist bekanntlich das System derselben das wahrscheinlichste, welches das Product

$$\Omega = \varphi x . \varphi x' . \varphi x'' \ldots \varphi x^{(n)}$$

so grofs als möglich macht, oder welches die Gleichungen:

Digitized by Google

$$(\Theta)\ldots\ldots\begin{cases} 0 = \varphi' x.\frac{dx}{dp} + \varphi' x'.\frac{dx'}{dp} + \varphi' x''.\frac{dx''}{dp} + \ldots. \\ 0 = \varphi' x.\frac{dx}{dq} + \varphi' x'.\frac{dx'}{dq} + \varphi' x''.\frac{dx''}{dq} + \ldots. \\ 0 = \varphi' x.\frac{dx}{dr} + \varphi' x'.\frac{dx'}{dr} + \varphi' x''.\frac{dx''}{dr} + \ldots. \\ \text{u. s. w.} \end{cases}$$

erfüllt, in welchen $\varphi' x.\ \varphi' x', \ldots.$ für

$$\frac{d\varphi x}{dx\,\varphi x},\quad \frac{d\varphi x'}{dx'\,\varphi x'}, \ldots.$$

geschrieben sind. Bei der Bestimmung der wahrscheinlichsten Elemente kommt also nicht sowohl φx, als $\varphi' x$ in Betracht; will man dieses, ohne in [1] ξ durch x ersetzt zu haben, also durch ξ ausdrücken, so erhält man, durch Differentiirung von [1]:

$$[2]\ldots\ldots\ldots\ldots\varphi' x = -\frac{d^2 f\xi}{(df\xi)^2}$$

woraus nun ξ, durch $x = f\xi$, wegzuschaffen ist.

Die Grenzen $\mp a$, zwischen welchen die möglichen Werthe von x eingeschlossen sind, sind $\mp fx$. Der Ausdruck des Quadrats des *mittleren* Fehlers einer Beobachtung ist

$$[3]\ldots\ldots mm = \int_{-a}^{a} xx\,\varphi x\,dx = \frac{1}{2a}\int_{-\infty}^{\infty} (f\xi)^2\,d\xi$$

der *wahrscheinliche* Fehler einer Beobachtung $= mk$, findet sich aus der Auflösung der Gleichung:

$$\int_0^{mk} x\varphi x.dx = \tfrac{1}{2}\int_0^{a} x\varphi x\,dx$$

oder, nach der Einführung von ξ und unter der Voraussetzung dafs $x = 0$ und $\xi = 0$ zusammengehören, und $f(-\xi) = -f\xi$ ist, aus der Gleichung:

$$[4]\ldots\ldots\ldots\ldots\int_0^{K} f\xi.d\xi = \tfrac{1}{2}\int_0^{\infty} f\xi\,d\xi$$

woraus K gefunden und dann

$$mk = fK$$

wird.

2.

Zur Erläuterung des Vorigen werde ich es auf zwei Beispiele anwenden.

Das *erste* Beispiel soll die Annahme

$$x = a\sin\xi$$

verfolgen, und für ξ soll jeder Werth gleich möglich, oder $a = \frac{1}{2}\pi$ sein. Man erhält ohne Weiteres aus den Formeln [1], [2] und [3],

$$\varphi x = \frac{1}{\pi}\frac{1}{\sqrt{(aa-xx)}}$$

$$\varphi' x = \frac{x}{aa-xx}$$

$$mm = \tfrac{1}{4}aa$$

Die Formel [4] ergiebt

$$\int_0^{K} \sin\xi\,d\xi = \tfrac{1}{2}\int_0^{\infty} \sin\xi\,d\xi$$

oder

$$1-\cos K = \tfrac{1}{2},$$

woraus

$$K = 60°$$

und

$$mk = a\sin 60° = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

hervorgehen.

Die *wahrscheinlichsten* Elemente folgen aus der Auflösung der Gleichungen (Θ), wenn darin

$$\varphi' x = \frac{x}{aa-xx}$$

gesetzt wird; für den einfachsten Fall, in welchem eine immer gleiche Gröfse p, durch die Beobachtungen

$$p = h,\ h',\ h''\ldots\ldots h^{(n)}$$

bestimmt werden soll, folgt p aus der Auflösung der Gleichung:

$$0 = \frac{h-p}{aa-(m-p)^2} + \frac{h'-p}{aa-(m'-p)^2} + \ldots + \frac{h^{(n)}-p}{aa-(m^{(n)}-p)^2} \ldots\ldots[5]$$

statt deren die Methode der kleinsten Quadrate die Auflösung der Gleichung

$$0 = h-p+h'-p+\ldots+h^{(n)}-p$$
$$= \{h+h'+\ldots+h^{(n)}\} - (n+1)p \ldots\ldots[6]$$

fordert. Das Verhältnifs des *mittleren* Fehlers zum *wahrscheinlichen* ist $= 1 : k = 1 : \sqrt{3} = 1 : 1{,}732$, nach der gewöhnlichen Theorie, als *wahrscheinlichste* angenommen, würde es $1 : 0{,}4769364\sqrt{2} = 1 : 0{,}6745$ sein.

Ein diesem Beispiele entsprechender Fall würde vorhanden sein, wenn der Winkel zwischen zwei Punkten, von beliebigen und nicht angegebenen Punkten der Theilung eines Kreises an, gemessen wäre, welcher Kreis eine bekannte Excentricität und nur eine einfache Ablesung besitzt, übrigens aber fehlerfrei ist und fehlerfrei angewandt wird. Wird in diesem Falle der Anfangspunkt einer Messung durch u, der Punkt der Theilung, welcher in der Richtung von ihrem Mittelpunkte nach dem Mittelpunkte der Bewegung der Alhidade liegt, durch A, die Excentricität durch e bezeichnet, so ergiebt die Messung, statt des wahren Winkels p,

$$p + 2e\sin\tfrac{1}{2}p\cos(u - A + \tfrac{1}{2}p)$$

Man hat also, den im Beispiele angewandten Bezeichnungen zufolge:

$$2e\sin\tfrac{1}{2}p = a;\quad u - 90° - A + \tfrac{1}{2}p = \xi$$

und u sowohl wie das davon abhängige ξ, ist, der Annahme gemäfs, vollkommen willkührlich. Man sollte also p durch die Auflösung der Gleichung [5], welche vom $2n+1^{\text{ten}}$ Grade ist, bestimmen, und sein so bestimmter Werth würde der *wahr-*

Digitized by Google

scheinlichste sein, der aus den vorhandenen Beobachtungen gefolgert werden kann. Dafs er desto weniger, je gröfser n ist, von dem arithmetischen Mittel aus allen Beobachtungen abweicht, welches man durch [6] erhält, kann sowohl in dem vorhandenen Falle leicht nachgewiesen werden, als es auch aus der allgemeinen, von *Laplace* gefundenen Eigenschaft folgt, welcher zufolge die Bestimmung der Elemente desto freier von φx wird, je gröfser die Anzahl der vorhandenen Beobachtungen ist. Der *wahrscheinliche* Fehler ist 2,568 Mal so grofs, als man ihn durch Verfolgung der Hypothese, auf welcher die Methode der kleinsten Quadrate beruhet, schätzen würde.

Weifs man nichts von der *Ursache* der Abweichungen der verschiedenen Messungen des Winkels p von einander, so erscheinen sie als wahre Beobachtungsfehler und es ist kein Grund vorhanden, welcher sich der Anwendung des arithmetischen Mittels, oder allgemeiner der Methode der kleinsten Quadrate, auch auf diese Beobachtungen, widersetzte. Man erhält aber dadurch, in dem betrachteten Falle, nicht den wahrscheinlichsten Werth von p und eine viel zu kleine Bestimmung seines wahrscheinlichen Fehlers. Ein anderer, dem Beispiele gleichfalls entsprechender Fall ist mir in meiner eigenen Praxis vorgekommen: ich hatte den Unterschied zweier Längen durch eine Mikrometerschraube, oft wiederholt gemessen, und bemerkte, als ich die Beobachtungen untereinander verglich, dafs gröfsere positive oder negative Abweichungen von dem mittleren Resultate der Messungen häufiger vorkamen als kleinere; was sowohl der Hypothese, auf welcher die Methode der kleinsten Quadrate beruhet, als der gewöhnlichen Erfahrung widersprach. Ich konnte nicht zweifeln, dafs in diesem Falle ein ganz anderes Gesetz der Wahrscheinlichkeit der Fehler stattfinden müsse, und fand wirklich bei einer hierdurch veranlafsten näheren Prüfung des Apparates, dafs die Mikrometerschraube, in dem Umfange jeder ganzen Drehung, sich nicht den Angaben ihrer Trommel proportional fortbewegte, aber in verschiedenen Drehungen wiederkehrende, dem Sinusse des von einem gewissen Anfangspunkte an gezählten Drehungswinkels proportionale Ungleichheiten zeigte. Dieser Fall entsprach also dem Beispiele. Als ich die erkannte Fehlerursache durch Rechnung beseitigte, hatte ich das Vergnügen, meine Messungen in sehr befriedigender Uebereinstimmung zu finden; woraus also hervorging, dafs der Apparat nur geringe sonstige Fehlerursachen besafs.

Das *zweite* Beispiel soll die Annahme

$$x = a\xi\xi$$

verfolgen, und jeder zwischen den Grenzen $-\alpha$ und α liegende Werth von ξ soll gleich möglich seyn. Die Formeln [1], [2] und [3] ergeben in diesem Falle:

$$\varphi x = \frac{1}{4\alpha\sqrt{(a\xi)}}$$

$$\varphi' x = -\frac{1}{2x}$$

$$mm = \tfrac{1}{5}aa\alpha^4$$

Die Formel [4] ergiebt die Gleichung:

$$\int_0^K \xi\xi\, d\xi = \tfrac{1}{5}\int_0^\alpha \xi\xi\, d\xi$$

oder

$$K^3 = \tfrac{1}{5}\alpha^3$$

und man erhält dadurch:

$$mk = \frac{a.aa}{\sqrt[3]{4}}; \quad k = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt[3]{4}}$$

Beobachtungen dieser Art ergeben die wahrscheinlichsten Werthe der Elemente, wenn man, in den Gleichungen (Θ)

$$\varphi' x = -\frac{1}{2x}$$

setzt; in dem einfachsten Falle, in welchem eine immer gleiche Gröfse p, durch die Beobachtungen

$$p = h,\ h',\ h'' \ldots\ldots h^{(n)}$$

bestimmt werden soll, folgt also p aus der Auflösung der Gleichung:

$$0 = \frac{1}{h-p} + \frac{1}{h'-p} + \ldots\ldots + \frac{1}{h^{(n)}-p}$$

oder, wenn man das Product:

$$(h-p)\,(h'-p)\,(h''-p)\ldots\ldots(h^{(n)}-p)$$

durch P bezeichnet, aus der Auflösung der Gleichung des n^{ten} Grades:

$$0 = \frac{dP}{dp} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots [7^a]$$

Das Verhältnifs des mittleren Fehlers zum wahrscheinlichen ist $= \sqrt[5]{4} : \sqrt{5} = 1 : 1{,}409$.

Dieses Beispiel ist eins von denen, in welchen man nicht zu der Bestimmung von p, sondern zu der Bestimmung einer davon verschiedenen Grenze gelangt, nämlich der Grenze $p + \int x\varphi x\, dx$; man gelangt zwar immer nur zu einer Grenze, welche diesen Ausdruck hat, allein wenn $\varphi(-x) = \varphi x$ ist, so ist sie von p nicht verschieden, was hier, wo alle x gleiches Zeichen haben, nicht stattfindet. In dem gegenwärtigen Falle erhält man die Grenze

$$= p + \frac{1}{2\alpha}\int_{-\alpha}^{\alpha} f\xi\, .\, d\xi = p + \tfrac{1}{3}a\alpha x.$$

Das Quadrat des mittleren, auf diese Grenze bezogenen Fehlers, ist bekanntlich *)

$$= mm - \tfrac{1}{9}aa\alpha^4 = \tfrac{4}{45}aa\alpha^4$$

*) *Gauss* Theoria combin. observationum etc. Gottingae 1823 p. 7.

Digitized by Google

und den wahrscheinlichen Fehler findet man

$$= \frac{\sqrt[3]{2}}{8} a\,xx = 0{,}420 . a\,xx.$$

Wenn das die Methode der kleinsten Quadrate ergebende Fehlergesetz auch hier angewandt werden sollte, würde man ihn $= 0{,}6745 . \sqrt{\frac{4}{15}} . a\,xx = 0{,}201 . a\,xx$ finden.

Es ist nicht schwer, auch diesem Beispiele untergeordnete Fälle, welche wirklich vorkommen können, aufzufinden. Einer von ihnen ist vorhanden, wenn die Länge einer Stange, welche eine kugelförmig gekrümmte Endfläche hat, auf einem mikrometrischen Apparate gemessen werden soll, welcher den Fehler hat, dafs der Mittelpunkt der kugelförmigen Fläche nicht sicher in die gerade Linie zwischen der Mikrometerspitze und dem Punkte, von welchem an die Länge gezählt wird, gebracht werden, sondern innerhalb der Grenzen $-\alpha$ und α willkürlich davon entfernt sein kann. Bezeichnet man den Halbmesser der Kugelfläche durch r, so ist, für ein convexes Ende der Stange, $x = -\frac{\xi\xi}{2r}$, für ein concaves $x = \frac{\xi\xi}{2r}$, und also $a = \mp\frac{1}{2r}$. Dafs a und x stets gleiches Zeichen haben, liegt in der Natur der Sache.

In beiden Beispielen, welche ich gegenwärtig verfolgt habe, ist das Gesetz der Wahrscheinlichkeit der Fehler beträchtlich verschieden von dem oft erwähnten Gesetze

$$\varphi x = \frac{1}{m\sqrt{(2\pi)}}\, e^{\frac{-xx}{2mm}}$$

In dem ersten derselben sind sogar die sich den Grenzen nähernden Fehler weit wahrscheinlicher als die kleinen, und für die Grenzen selbst wird $\varphi x = \infty$. Dieses findet in vielen, und vermuthlich auch häufig vorkommenden Fällen statt. Wenn jeder Fehler aus einer einzigen Ursache entstände, so würde, meiner Meinung nach, kein Grund vorhanden sein, zu erwarten, dafs die Abnahme der Zahl der Fehler sich mit dem Zunehmen ihrer Gröfse verbunden zeigen werde; so wie es, seltener, nur bei sehr einfachen Beobachtungsarten vorkommender Ausnahmen nicht zu gedenken, in der Wirklichkeit der Fall ist. Da ich die Absicht erreicht zu haben glaube, welche mich zu der Verfolgung einiger Beispiele veranlafste, so verlasse ich diese, und bemerke darüber nur noch, dafs jeder Versuch, das der Methode der kleinsten Quadrate (wenn man sie als wahrscheinlichste Methode betrachten will) zum Grunde liegende Gesetz *allgemein* als das wirklich vorkommende zu erkennen, nothwendig vergebens sein mufs, da die Beispiele zeigen, dafs Bedingungen, welche nicht blofs mathematisch möglich sind, sondern auch practisch erfüllt werden können, auf davon gänzlich verschiedene Gesetze führen.

3.

Ich werde nun die Wahrscheinlichkeit eines Fehlers untersuchen, welcher aus der *Zusammenwirkung* mehrer, von einander unabhängiger Ursachen entsteht. Um nicht unnöthige Weitläuftigkeit herbeizuführen, werde ich voraussetzen, dafs jede dieser Ursachen so wirkt, dafs sie positiven und negativen Fehlern von gleicher Gröfse gleiche Wahrscheinlichkeit giebt; ferner werde ich, als Maafs dieser Wahrscheinlichkeit, die Gewifsheit des Vorhandenseins der Ursache, aus welcher ein Fehler entsteht, oder, was dasselbe ist, das zwischen den äufsersten Grenzen des Fehlers genommene Integral $\int \varphi x . dx = 1$ annehmen. Indem ich schon gezeigt habe, wie aus einer gegebenen Art der Wirkung der einen Fehler erzeugenden Ursache, die seine Wahrscheinlichkeit ausdrückende Function hervorgeht, so ist es auch unnöthig, die erstere in dem Folgenden ferner zu betrachten.

Man erhält eine deutliche Vorstellung von dem Zusammenwirken verschiedener Fehlerursachen, wenn man die Einheit, durch welche die Wirkung jeder derselben, oder der Beitrag, den sie zu dem Gesammtfehler liefert, gemessen wird, in unendlich viele gleiche Theile (i^{tel}) theilt und diese Wirkung von $\frac{1}{i}$ zu $\frac{1}{i}$ fortgehend annimmt. Die Wahrscheinlichkeit, dafs eine der Ursachen die Wirkung x erzeuge, ist der Anzahl von Fällen proportional, in welchen diese Wirkung sich, unter einer unendlich grofsen Zahl N von Fällen, zeigt. Bezeichnet man diese Anzahl durch $\frac{N}{i}\varphi x$, so ist der Ausdruck der Wahrscheinlichkeit des Vorkommens von $x = \frac{1}{i}\varphi x$. Die Wahrscheinlichkeit, dafs eine andere von der vorigen unabhängige Fehlerursache die Wirkung y hervorbringe, hat eben so den Ausdruck $\frac{1}{i}\varphi_1 y$; dafs eine dritte die Wirkung z hervorbringe, den Ausdruck $\frac{1}{i}\varphi_2 z$; u. s. w. Die Wahrscheinlichkeit, dafs diese Ursachen *zugleich* die durch $x, y, z, \ldots$ bezeichneten Wirkungen hervorbringen, ist das Product aller Wahrscheinlichkeiten der einzelnen, also, wenn die Anzahl der von einander unabhängigen Ursachen $= \mu + 1$ gesetzt wird,

$$= \frac{1}{i^{\mu+1}} . \varphi x . \varphi_1 y . \varphi_2 z \ldots .$$

Wenn nun

$$x + y + z + \ldots = n$$

gesetzt wird, so ist die Wahrscheinlichkeit, dafs die Gesammtwirkung aller Ursachen, oder der Gesammtfehler, $= n$ sei, die Summe aller Werthe, welche der eben gegebene Ausdruck erhält, wenn für $x, y, z, \ldots$ alle von $\frac{1}{i}$ zu $\frac{1}{i}$ fortschreitende Werthe gesetzt werden, welche mit der Bedingung $x + y + z + \ldots = n$ vereinbar sind. Bezeichnet man diese Wahrscheinlichkeit durch $\frac{1}{i}\psi n$, so hat man also

$$\psi n = \frac{1}{i^{\mu}} \Sigma \varphi x . \varphi_1 y . \varphi_2 z \ldots \ldots \quad [7]$$

Digitized by Google

in welchem Ausdrucke das Summenzeichen Σ die angegebene Bedeutung hat.

Die Aufgabe, die Function ψn zu finden, ist also gleichbedeutend mit der Aufgabe, die geforderte Summation auszuführen. Da die Summation einer Reihe von Werthen einer Function, deren Argument von einer Grenze zu einer anderen, in arithmetischer Progression, und zwar durch unendlich kleine Aenderungen fortgeht, sich auf eine Integration zwischen diesen Grenzen reducirt, und unsere Aufgabe μ solcher Summationen, also auch μ successive Integrationen erfordert, so erhält sie hierdurch eine Schwierigkeit, welche nur in besonderen Fällen der Functionen φx, $\varphi_1 y$, $\varphi_2 z \ldots$ übersteiglich ist. Wenn $x, y, z, \ldots$ nicht jede beliebige Gröfse haben können, sondern der Bedingung unterworfen sind, dafs sie sich in den Grenzen resp. $\mp a$, $\mp b$, $\mp c \ldots$ befinden müssen, so gesellt sich zu dieser Schwierigkeit noch eine andere, gleichfalls sehr beträchtliche, nämlich die Schwierigkeit, jede Integration in ihren gehörigen Grenzen auszuführen. Offenbar ist dann ψn keine stetige Function von n, sondern sie erhält andere und andere Ausdrücke, jenachdem n sich zwischen den verschiedenen ihrer Gröfse nach aufeinander folgenden Combinationen von $\mp a$, $\mp b$, $\mp c, \ldots$ befindet.

4.

Obgleich das, was ich eben gesagt habe, nicht erwarten läfst, dafs man, ohne die Aufgabe von einer andern Seite aufzufassen, ein allgemein befriedigendes Resultat dadurch erhalten werde, so werde ich doch den Ausdruck [7] zu verfolgen anfangen. Man kann dadurch zu zwar speciellen, aber doch der Aufmerksamkeit nicht unwerth erscheinenden Resultaten gelangen.

Nimmt man zuerst nur *zwei* zusammenwirkende Fehlerursachen, so verwandelt sich [7] in:

$$\psi n = \frac{1}{i} \Sigma \varphi x \, \varphi_1 y$$

und die durch x und y zu erfüllende Bedingung ist

$$n = x + y.$$

Schafft man dadurch y fort, so wird

$$\psi n = \frac{1}{i} \Sigma \varphi x \, \varphi_1 (n - x)$$

und diese Summe mufs über alle, von $\frac{1}{i}$ zu $\frac{1}{i}$ fortschreitende Werthe von x ausgedehnt werden, welche x nicht aufserhalb der Grenzen $\mp a$, und zugleich $n - x$ nicht aufserhalb der Grenzen $\mp b$ bringen. Die Grenzen, über welche n nicht hinausgehen kann, sind offenbar $\mp (a + b)$.

Unter Vorbehalt der gehörigen Begrenzung des Integrals, ist

$$\frac{1}{i} \Sigma \varphi x \, \varphi_1 (n - x) = \int \varphi x \, \varphi_1 (n - x) \, dx$$

Die Bedingung, dafs x zwischen $-a$ und a liege, fordert, dafs das Integral nicht über diese Grenzen hinaus ausgedehnt werde; die zweite Bedingung, dafs $n - x$ zwischen $-b$ und b liege, fordert aber auch, dafs das Integral nicht über die Grenzen $n - b$ und $n + b$ hinausgehe. Es geht hieraus hervor, dafs man die gehörige Begrenzung des Integrals erhält, wenn man $-a, a, n-b, n+b$ nach ihrer Gröfse ordnet und die beiden mittleren als Grenzen des Integrals annimmt. Das Integral geht nicht bis zu a, wenn $n - a < -b$ und $> b$, oder $n < a - b$ und $> a + b$ ist, wovon jedoch die Bedingung $n > a + b$ weggelassen werden kann, indem sie nur fordert, dafs n die Grenze seiner möglichen Gröfse nicht überschreite; es erlangt also die Grenze a nicht, sondern $n + b$ statt derselben, wenn $n < a - b$ ist. Dagegen fängt es nicht von $-a$ an, wenn $n + a < -b$ und $> b$, oder $n < -a - b$ und $> -a + b$ ist, wovon aus dem angeführten Grunde die Bedingung $n < -a - b$ weggelassen werden kann; es fängt also nicht von der Grenze $-a$ an, sondern von $n - b$ statt derselben, wenn $n > -a + b$ ist. Wenn man diejenige von beiden Functionen, deren Grenzen sich am weitesten ausdehnen, als die erste von beiden, also $a > b$ annimmt, erhält man also:

[8]
$$\begin{cases} \psi n = \int_{-a}^{n+b} \varphi x \, \varphi_1 (n - x) \, dx, \text{ wenn } n \text{ zwischen } -a-b \text{ und } a+b \\ \quad = \int_{n-b}^{n+b} \varphi x \, \varphi_1 (n - x) \, dx \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots -a+b \ldots\ldots a-b \\ \quad = \int_{n-b}^{a} \varphi x \, \varphi_1 (n - x) \, dx \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots a-b \ldots\ldots a+b \end{cases}$$

Dafs diese Formeln die Bedingung $\psi n = \psi(-n)$, der sie, der Annahme $\varphi x = \varphi(-x)$ und $\varphi_1 y = \varphi_1(-y)$ gemäfs, entsprechen müssen, wirklich erfüllen, bemerkt man leicht.

Ich werde diese Formeln auf einige Beispiele anwenden. *Zuerst* werde ich die beiden zusammenwirkenden Fehlerursachen so annehmen, dafs die eine innerhalb der Grenzen $\mp a$, die andere innerhalb $\mp b$ liegenden Fehlern eine *beständige* Wahrscheinlichkeit giebt; also

$$\varphi x = \frac{1}{2a} \quad \varphi_1 y = \frac{1}{2b}$$

Digitized by Google

Die Formeln [8] ergeben für diesen Fall unmittelbar

$$\psi n = \frac{n+a+b}{4ab} \text{ wenn } n \text{ zwischen } -a-b \text{ und } -a+b$$
$$= \frac{2b}{4ab} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots -a+b \ldots\ldots a-b$$
$$= \frac{-n+a+b}{4ab} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots a-b \ldots\ldots a+b$$

indem n von $\mp(a+b)$ zu $\mp(a-b)$ übergeht, wächst also ψn gleichförmig von 0 bis $\frac{1}{2a}$, welchen Werth es behält, während n sich zwischen $-a+b$ und $a-b$ befindet.

Als *zweites* Beispiel werde ich für eine der beiden zusammenwirkenden Fehlerursachen, die in dem ersten Beispiele des 2ten Art. abgeleitete, also

$$\varphi x = \frac{1}{\pi}\frac{1}{\sqrt{(aa-xx)}},$$

und für die andere die eben angewandte, also

$$\varphi, y = \frac{1}{2b}$$

annehmen. Dadurch werden die Formeln [8].

$$\psi n = \frac{1}{2b\pi}\int_{-a}^{n+b}\frac{dx}{\sqrt{(aa-xx)}} = \frac{1}{2b\pi}(\tfrac{1}{2}\pi+u) \text{ wenn } n \text{ zwischen } -a-b \text{ und } -a+b$$
$$= \frac{1}{2b\pi}\int_{n-b}^{n+b}\frac{dx}{\sqrt{(aa-xx)}} = \frac{1}{2b\pi}(u-u') \ldots\ldots\ldots\ldots -a+b \ldots\ldots a-b$$
$$= \frac{1}{2b\pi}\int_{n-b}^{a}\frac{dx}{\sqrt{(aa-xx)}} = \frac{1}{2b\pi}(\tfrac{1}{2}\pi-u') \ldots\ldots\ldots\ldots a-b \ldots\ldots a+b$$

wo die Winkel u und u' aus den Formeln:

$$\sin u = \frac{n+b}{a}; \quad \sin u' = \frac{n-b}{a}$$

hervorgehen.

Der in diesem Beispiele verfolgte Fall findet unter andern statt, wenn man der Ablesung der Theilungen des im 2ten Art. zur Erläuterung gewählten excentrischen Kreises eine optische Parallaxe beilegt, und den Ort des Auges, von welchem ihre Gröfse abhängt, innerhalb der Grenzen, zwischen welchen diese von $-b$ zu b übergeht, willkürlich annimmt.

Als *drittes* Beispiel werde ich beide zusammenwirkende Fehlerursachen, von der Art der im 1sten Beispiele des 2ten Art. abgeleiteten, also

$$\varphi x = \frac{1}{\pi}\frac{1}{\sqrt{(aa-xx)}}; \quad \varphi, y = \frac{1}{\pi}\frac{1}{\sqrt{(bb-yy)}}$$

annehmen. Bei dieser Annahme setzt die Erfindung von ψn die Integration von

$$\frac{1}{\pi^2}\cdot\frac{dx}{\sqrt{(aa-xx)}\sqrt{(bb-(n-x)^2)}}$$

zwischen den in den Formeln [8] angegebenen Grenzen voraus. Diese Function ist also eine elliptische Transcendente der ersten Gattung, deren Ausdruck unter die Form:

$$\frac{1}{M}\int\frac{dy}{\sqrt{(1-yy)}\sqrt{(1-kkyy)}}$$

gebracht werden kann. Man erlangt diese Reduction sehr leicht, wenn man den, durch Eleganz und Vollständigkeit der Entwickelung des Meisters würdigen Formeln folgt, welche *Jacobi* *) gegeben hat. Wenn man in diesen Formeln x für y und y für x schreibt, so lehren sie, dafs

$$\frac{dx}{\sqrt{\{(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)(x-\delta)\}}} = \frac{dy}{\sqrt{(1-yy)}\sqrt{(L^2-N^2yy)}}$$

wird, wo (unter der Voraussetzung $\alpha>\beta>\gamma>\delta$) unter L und N die Ausdrücke:

$$2L = \sqrt[4]{\{(\alpha-\gamma)(\beta-\delta)\}} + \sqrt[4]{\{(\alpha-\beta)(\gamma-\delta)\}}$$
$$2N = \sqrt[4]{\{(\alpha-\gamma)(\beta-\delta)\}} - \sqrt[4]{\{(\alpha-\beta)(\gamma-\delta)\}}$$

verstanden werden, und die Relation zwischen x und y die folgende ist.

1) wenn x nicht kleiner als α und nicht gröfser als δ ist

$$\frac{L-Ny}{L+Ny} = \sqrt[4]{\left\{\frac{(\alpha-\beta)(\beta-\delta)}{(\alpha-\gamma)(\gamma-\delta)}\right\}}\sqrt{\frac{x-\gamma}{x-\beta}}$$

2) wenn x nicht kleiner als γ und nicht gröfser als β ist

$$\frac{L-Ny}{L+Ny} = \sqrt[4]{\left\{\frac{(\beta-\delta)(\gamma-\delta)}{(\alpha-\beta)(\alpha-\gamma)}\right\}}\sqrt{\frac{\alpha-x}{x-\delta}}$$

Die vier Factoren des Quadrats des Nenners des Differentials, welches mit diesen Formeln verglichen werden soll, sind:

$$x-a \,.\, x+a \,.\, x-n+b \,.\, x-n-b.$$

Wenn 1tens n zwischen $-a-b$ und $-a+b$ fällt, ist ihre Reihefolge:

$$x-a \,.\, x-n-b \,.\, x+a \,.\, x-n+b$$

*) Fundamenta nova theoriae funct. ellipt. Regiomonti 1829. p. 12. Man findet daselbst auch ähnliche Formeln für den Fall, in welchem der Nenner

$$\sqrt{\{-(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)(x-\delta)\}}$$

ist.

Digitized by Google

und das Integral wird von $-a$ bis $n+b$ genommen. Man hat also

$$\alpha = a, \quad \beta = n+b, \quad \gamma = -a, \quad \delta = n-b$$

und das Integral von γ bis β zu nehmen. Hieraus folgt

$$2L = \mathring{\sqrt{}}4ab + \mathring{\sqrt{}}\{nn-(a-b)^2\}$$
$$2N = \mathring{\sqrt{}}4ab - \mathring{\sqrt{}}\{nn-(a-b)^2\}$$

und die Grenzen des Integrals $= -1$ und $+1$.

Wenn 2^{tens} n zwischen $-a+b$ und $a-b$ fällt, ist ihre Reihefolge:

$$x-a \,.\, x-n-b \,.\, x-n+b \,.\, x+a$$

und das Integral wird von $n-b$ bis $n+b$ genommen. Man hat also

$$\alpha = a, \quad \beta = n+b, \quad \gamma = n-b, \quad \delta = -a$$

und das Integral von γ bis β zu nehmen. Hieraus folgt

$$2L = \mathring{\sqrt{}}\{(a+b)^2-nn\} + \mathring{\sqrt{}}\{(a-b)^2-nn\}$$
$$2N = \mathring{\sqrt{}}\{(a+b)^2-nn\} - \mathring{\sqrt{}}\{(a-b)^2-nn\}$$

und die Grenzen des Integrals $= -1$ und $+1$.

Wenn 3^{tens} n zwischen $a-b$ und $a+b$ fällt, ist ihre Reihefolge:

$$x-n-b \,.\, x-a \,.\, x-n+b \,.\, x+a$$

und das Integral wird von $n-b$ bis a genommen. Man hat also

$$\alpha = n+b, \quad \beta = a, \quad \gamma = n-\beta, \quad \delta = -a$$

und das Integral von γ bis β zu nehmen. Das Uebrige folgt hieraus wie in dem ersten Falle, was auch eine Folge davon ist, dafs $\psi n = \psi(-n)$ sein mufs.

Man hat also in allen drei Fällen

$$\psi n = \frac{1}{\pi^2 L^2}\int_{-1}^{1} \frac{d\gamma}{\sqrt{(1-\gamma\gamma)}\sqrt{(1-kk\gamma\gamma)}}$$

und wenn man

$$k = \left(\frac{N}{L}\right)^2 = \sin\theta$$

und $\gamma = \sin\varphi$ setzt

$$[9]\ldots\ldots \psi n = \frac{2}{\pi^2 L^2}\int_{0}^{\frac{1}{2}\pi} \frac{d\varphi}{\sqrt{(1-\sin\theta^2\sin\varphi^2)}}$$

Den Zahlenwerth des Integrals hat *Legendre*, im 3ten Theile der Exercices du calcul intégral, in eine Tafel gebracht, deren Argument θ ist.

5.

Ich habe diese Beispiele verfolgt, um dadurch in einigen speciellen Fällen anschaulich zu machen, in welcher Art die Beschaffenheit der Functionen φ und φ_1 durch ihr Zusammenwirken verändert wird. Die drei Beispiele sind dieser Absicht angemessen gewählt: das *erste* setzt zwei Fehlerursachen voraus, welche gröfseren und kleineren Fehlern gleiche Wahrscheinlichkeiten beilegen; das *zweite* verbindet eine solche Fehlerursache mit einer anderen, deren Wirkungen desto wahrscheinlicher werden, je gröfser sie sind und für welche φx, an den Grenzen von x, sogar bis ins Unendliche wächst; das *dritte* betrachtet endlich das Zusammenwirken zweier Fehlerursachen der letzteren Art. Um leichter als durch die erlangten Formeln das Resultat dieses Zusammenwirkens zweier von einander unabhängiger Fehlerursachen übersehen zu können, habe ich die Zahlenwerthe von $(a+b)\psi n$ zuerst für die Voraussetzung $a = 5$ und $b = 5$, dann für die Voraussetzung $a = 6$ und $b = 4$ berechnet und führe sie hier an:

	$a=5$ und $b=5$				$a=6$ und $b=4$		
$\pm n$	I	II	III	$\pm n$	I	II	III
0	1,0	1,00	∞	0	0,83	0,58	0,61
1	0,9	0,80	0,15	1	0,83	0,60	0,64
2	0,8	0,70	0,12	2	0,83	0,76	∞
3	0,7	0,63	0,11	3	0,73	0,69	0,60
4	0,6	0,56	0,10	4	0,63	0,63	0,51
5	0,5	0,50	0,09	5	0,52	0,56	0,46
6	0,4	0,44	0,08	6	0,42	0,49	0,42
7	0,3	0,37	0,08	7	0,31	0,42	0,39
8	0,2	0,30	0,07	8	0,21	0,33	0,36
9	0,1	0,20	0,07	9	0,10	0,23	0,34
10	0,0	0,00	0,06	10	0,00	0,00	0,32

Im Beispiele III ist eigentlich der Werth von ψn, an der Grenze von n, unbestimmt; allein für ein unendlich wenig kleineres n drücken ihn die berechneten Zahlen aus. Durch diese Tafeln wird anschaulich, wie das Zusammenwirken zweier Fehlerursachen gröfseren Fehlern, im Allgemeinen, kleinere Wahrscheinlichkeiten giebt, selbst wenn die den einzelnen zugehörigen φ und φ_1 diese Eigenschaft nicht haben. In dem Beispiele II ist das starke Zusammendrängen der Fehler an den Grenzen der aus der einen ihrer Ursachen hervorgehenden, gänzlich verschwunden, und es zeigt sich darin im Ganzen ein mit dem Wachsen von n verbundenes Abnehmen von ψn. In dem Beispiele III drängen sich die Fehler in dem ersten berechneten Falle bei $n = 0$, in dem zweiten bei $n = 2$, noch stark zusammen, aber die Werthe von n, für welche dieses stattfindet, liegen nicht mehr an den Grenzen. Dafs etwas Aehnliches aus dem Zusammenwirken zweier Fehlerursachen entstehen müsse, begreift man auch leicht ohne Rechnung; allein diese weiset es in den ihr entworfenen Fällen näher nach.

Man kann aus speciellen Fällen allerdings nichts Allgemeines folgern; allein ich bemerke, bei Gelegenheit der gegenwärtigen Verfolgung einiger derselben, dafs die dadurch erlangten Resultate der Vermuthung nicht zuwider sind, dafs das Zusammenwirken einer *grofsen Anzahl*, von einander unabhängiger Fehlerursachen, die Gesetze der einzelnen mögen sein wie man will, einem Ausdrucke von ψn näheren könne, welcher die Eigenschaft besitzt, mit dem Wachsen der Werthe von n fortwährend abzunehmen.

Digitized by Google

6.

Man kann, durch weitere Verfolgung der Formel [7], leicht einen Ausdruck von ψn erhalten, welcher das Resultat des Zusammenwirkens *dreier* Fehlerursachen angiebt. Für zwei Fehlerursachen φx und $\varphi_1 y$ habe ich oben gefunden:

$$\psi n = \int_{-a}^{a} \varphi x \, \varphi_1(n-x)\, dx$$

welcher Ausdruck aber die Hinzufügung der Bedingung fordert, dafs statt $\varphi_1(n-x)$ *Null* gesetzt werde, wenn $n-x$ ausserhalb $\overline{+}\, b$ liegt. Führt man, um die Bezeichnungen n und ψn auch für das Zusammenwirken dreier Fehlerursachen beibehalten zu können, statt ihrer andere ein, nämlich ν statt n und $F\nu$ statt ψn, oder schreibt man statt des obigen Ausdruckes:

$$F\nu = \int_{-a}^{a} \varphi_1(\nu-x)\, \varphi x \, dx$$

so kann man, bei der Aufsuchung von ψn für *drei* Fehlerursachen, dieses $F\nu$ statt des vorigen φx und $\varphi_2 z = \varphi_2(n-\nu)$ statt der vorigen $\varphi_1(\nu-x)$ anwenden; unter der Bedingung, dafs statt $\varphi_2(n-\nu)$ *Null* gesetzt werde, wenn $n-\nu$ aufserhalb $\overline{+}\, c$ liegt, wird das Integral zwischen den Grenzen von $\nu = \overline{+}\,(a+b)$ genommen. Man erhält also

$$\psi n = \int_{-a-b}^{a+b} \varphi_2(n-\nu)\, F\nu \, d\nu = \int_{-a-b}^{a+b} \varphi_2(n-\nu)\, d\nu \int_{-a}^{a} \varphi_1(\nu-x)\, \varphi x \, dx \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots [10]$$

und es wird klar, dafs man dieses Verfahren auch auf vier oder jede gröfsere Zahl von Fehlerursachen ausdehnen kann, indem man immer die Bedingung hinzufügt, dafs, statt der hinzukommenden $\varphi_3(n-\nu_1)$, $\varphi_4^{\cdot}(n-\nu_2)$ u. s. w. *Null* gesetzt werde, sobald $n-\nu_1$, $n-\nu_2$, u. s. w. ausserhalb $\overline{+}d$, $\overline{+}e$, u. s. w. liegen. Für *vier* Fehlerursachen hat man z. B.

$$\psi n = \int_{-a-b-c}^{a+b+c} \varphi_3(n-\nu_1)\, d\nu_1 \int_{-a-b}^{a+b} \varphi_2(\nu_1-\nu)\, d\nu \int_{-a}^{a} \varphi_1(\nu-x)\, \varphi x \, dx \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots [11]$$

Die hier geforderten successiven Integrationen sind aber nur in sehr eingeschränkten Fällen der Bedeutung von $\varphi, \varphi_1, \varphi_2 \ldots\ldots$ ausführbar, und selbst wenn sie ausführbar sind, wird die wirkliche Berechnung von ψn, durch die Nebenbedingungen, welche die Begrenzungen der Integrale erfordern, aufserordentlich erschwert. Um wenigstens den Anfang dieser Schwierigkeit anschaulich zu machen, werde ich den nächst-einfachen Fall, nämlich den Fall *dreier* Fehlerursachen, verfolgen. Die Formeln, welche ich dadurch erhalten werde, sind nicht nur hier anwendbar, sondern immer wenn ein Integral

$$\iiint \varphi_3 z \cdot \psi_1 y \cdot \varphi x \cdot dy \cdot dx$$

über alle Werthe der veränderlichen Gröfsen ausgedehnt werden soll, für welche $x+y+z$ einen gegebenen Werth n hat: sie können also noch anderweitige Anwendungen finden.

Um abzukürzen, werde ich das Integral

$$\int_{h}^{i} \varphi_1(\nu-x)\, \varphi x \, dx \text{ durch } [h, i]$$

bezeichnen. Daraus folgt, den Formeln [8] gemäfs:

wenn $\nu > -a-b \quad < -a+b \ldots\ldots F\nu = [-a, \nu+b]$

$\nu > -a+b \quad < a-b \ldots\ldots F\nu = [\nu-b, \nu+b]$

$\nu > a-b \quad < a+b \ldots\ldots F\nu = [\nu-b, a]$

Man sucht

$$\psi n = \int_{-a-b}^{a+b} \varphi_2(n-\nu)\, F\nu \cdot d\nu$$

unter der Bedingung, dafs statt $\varphi_2(n-\nu)$ *Null* gesetzt werde, wenn $n-\nu$ aufserhalb $\overline{+}\, c$ liegt. Setzt man nach und nach für $F\nu$ die eben gegebenen Ausdrücke, so fordert die Anwendbarkeit des *ersten* derselben, dafs $\nu > -a-b$ und $< -a+b$ sei; die jetzt hinzugekommene Bedingung fordert, dafs $n-\nu > -c$ und $< c$, oder $\nu > n-c$ und $< n+c$ sei. Fällt $n-c$ zwischen $-a-b$ und $-a+b$, also n zwischen $-a-b+c$ und $-a+b+c$, so wird das Integral von $n-c$ angerechnet, für kleinere n von $-a-b$. Fällt $n+c$ zwischen $-a-b$ und $-a+b$, also n zwischen $-a-b+c$ und $-a+b+c$, so wird das Integral hiezu $n+c$ genommen, für gröfsere n bis zu $-a+b$. Insofern der erste der drei Ausdrücke von $F\nu$, bei dem Integrale in Betracht kommt, hat man also, unter der Annahme $a \gtrless b \gtrless c$:

$$\psi n = \int_{-a-b}^{n+c} \varphi_2(n-\nu)\, [-a, \nu+b]\, d\nu, \text{ wenn } n > -a-b-c \quad < -a-b+c$$

$$= \int_{n-c}^{n+c} \varphi_2(n-\nu)\, [-a, \nu+b]\, d\nu, \ldots\ldots n > -a-b+c \quad < -a+b-c$$

$$= \int_{n-c}^{a+b} \varphi_2(n-\nu)\, [-a, \nu+b]\, d\nu \ldots\ldots\ldots n > -a+b-c \quad < -a+b+c$$

Digitized by Google

Die Anwendbarkeit des *zweiten* der Ausdrücke von Fv fordert, dafs $v > -a+b$ und $< a-b$ sei; die hinzukommende Bedingung, dafs $v > n-c$ und $< n+c$ sei. Fällt $n-c$ zwischen $-a+b$ und $a-b$, also n zwischen $-a+b+c$ und $a-b+c$, so wird das Integral von $n-c$ angerechnet, für kleinere n von $-a+b$. Fällt $n+c$ zwischen $-a+b$ und $a-b$, also n zwischen $-a+b-c$ und $a-b-c$, so wird das Integral bis zu $n+c$ genommen, für gröfsere n bis zu $a-b$. Insofern der *zweite* der drei Ausdrücke von Fv bei dem Integrale in Betracht kommt, hat man also, unter der Annahme $a \gtreqless b+c$:

$$\psi n = \int_{-a+b}^{n+c} \varphi_2(n-\nu)\,[\nu-b,\ \nu+b]\,d\nu, \quad \text{wenn } n > -a+b-c \ < -a+b+c$$

$$= \int_{-a-c}^{n+c} \varphi_2(n-\nu)\,[\nu-b,\ \nu+b]\,d\nu, \ldots\ldots n > -a+b+c \ < a-b-c$$

$$= \int_{n-c}^{a-b} \varphi_2(n-\nu)\,[\nu-b,\ \nu+b]\,d\nu \ldots\ldots n > a-b-c \ < a-b+c$$

Wenn aber $a < b+c$ so widerspricht dieses der zweiten Bedingung $n > -a+b+c < a-b-c$ und die Reihefolge der vier Grenzen ist dann $-a+b-c$, $a-b-c$, $-a+b+c$, $a-b+c$, woraus, den angeführten Bedingungen gemäfs, hervorgeht:

$$\psi n = \int_{-a+b}^{n+c} \varphi_2(n-\nu)\,[\nu-b,\ \nu+b]\,d\nu, \quad \text{wenn } n > -a+b-c \ < a-b-c$$

$$= \int_{-a+b}^{a-b} \varphi_2(n-\nu)\,[\nu-b,\ \nu+b]\,d\nu \ldots\ldots n > a-b-c \ < -a+b+c$$

$$= \int_{n-c}^{a-b} \varphi_2(n-\nu)\,[\nu-b,\ \nu+b]\,d\nu \ldots\ldots n > -a+b+c \ < a-b+c$$

Die Anwendbarkeit des *dritten* der Ausdrücke von Fv fordert endlich, dafs $v > a-b$ und $< a+b$ sei; die hinzukommende Bedingung, dafs $v > n-c$ und $< n+c$ sei. Fällt $n-c$ zwischen $a-b$ und $a+b$, also n zwischen $a-b+c$ und $a+b+c$, so wird das Integral von $n-c$ angerechnet, für kleinere n von $a-b$. Fällt $n+c$ zwischen $a-b$ und $a+b$, also n zwischen $a-b-c$ und $a+b-c$, so wird das Integral bis zu $n+c$ genommen, für gröfsere n bis zu $a+b$. Insofern der *dritte* der Ausdrücke von Fv bei dem Integrale in Betracht kommt, hat man also:

$$\psi n = \int_{a-b}^{n+c} \varphi_2(n-\nu)\,[\nu-b,\ a]\,d\nu, \quad \text{wenn } n > a-b-c \ < a-b+c$$

$$= \int_{n-c}^{n+c} \varphi_2(n-\nu)\,[\nu-b,\ a]\,d\nu \ldots\ldots n > a-b+c \ < a+b-c$$

$$= \int_{n-c}^{a+b} \varphi_2(n-\nu)\,[\nu-b,\ a]\,d\nu \ldots\ldots n > a+b-c \ < a+b+c$$

Sammelt man diese 9 Ausdrücke, und bezeichnet man, um abzukürzen,

$$\int_k^l \varphi_2(n-\nu)\,d\nu \int_h^i \varphi_1(\nu-x)\,\varphi x\,dx \quad \text{durch } [k, l;\ h, i]$$

so erhält man:

α. in dem Falle $a \gtreqless b+c$

[12]
$$\begin{cases}
\psi n = [-a-b,\ n+c;\ -a,\ \nu+b] \text{ wenn } n > -a-b-c \ < -a-b+c \\
\psi n = [\ n-c,\ \ n+c;\ -a,\ \nu+b] \ldots\ldots n > -a-b+c \ < -a+b-c \\
\psi n = [n-c,\ -a+b;\ -a,\ \nu+b] \\
\qquad + [-a+b,\ n+c;\ \nu-b,\ \nu+b] \ldots\ldots n > -a+b-c \ < -a+b+c \\
\psi n = [\ n-c,\ \ n+c;\ \nu-b,\ \nu+b] \ldots\ldots n > -a+b+c \ < \ \ a-b-c \\
\psi n = [\ n-c,\ \ a-b;\ \nu-b,\ \nu+b] \\
\qquad + [\ a-b,\ \ n+c;\ \nu-b,\ \ a\ ] \ldots\ldots n > a-b-c \ < a-b+c \\
\psi n = [\ n-c,\ \ n+c;\ \nu-b,\ \ a\ ] \ldots\ldots n > a-b+c \ < a+b-c \\
\psi n = [\ n-c,\ \ a+b;\ \nu-b,\ \ a\ ] \ldots\ldots n > a+b-c \ < a+b+c
\end{cases}$$

Digitized by Google

β. in dem Falle $a \gtrless b+c$

$$\left.\begin{array}{rcll}
\psi n &=& [-a-b,\ n+c;\ -a,\ \nu+b] & \text{wenn } n > -a-b-c < -a-b+c \\
\psi n &=& [\ n-c,\ n+c;\ -a,\ \nu+b] & \ldots\ldots n > -a-b+c < -a+b-c \\
\psi n &=& [n-c,\ -a+b;\ -a,\ \nu+b] & \\
&& +[-a+b,\ n+c;\ \nu-b,\ \nu+b] & \ldots\ldots n > -a+b-c < a-b-c \\
\psi n &=& [n-c,\ -a+b;\ -a,\ \nu+b] & \\
&& +[-a+b,\ a-b;\ \nu-b,\ \nu+b] & \\
&& +[\ a-b,\ n+c;\ \nu-b,\ a\ ] & \ldots\ldots n > a-b-c < -a+b+c \\
\psi n &=& [\ n-c,\ a-b;\ \nu-b,\ \nu+b] & \\
&& +[\ a-b,\ n+c;\ \nu-b,\ a\ ] & \ldots\ldots n > -a+b+c < a-b+c \\
\psi n &=& [\ n-c,\ n+c;\ \nu-b,\ a\ ] & \ldots\ldots n > a-b+c < a+b-c \\
\psi n &=& [\ n-c,\ a+b;\ \nu-b,\ a\ ] & \ldots\ldots n > a+b-c < a+b+c
\end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots [12^a]$$

Es kann kein Interesse haben, die noch viel weitläuftiger werdende, und die Unterscheidung mehrerer besonderer Fälle fordernde vollständige Entwickelung des Ausdruckes [11], oder gar eines, noch mehr als vier Fehlerursachen berücksichtigenden, zu verfolgen und die zahlreicheren Unterbrechungen der Stetigkeit von ψn aufzusuchen. Dafs der Fortgang auf diesem Wege in abschreckende Weitläuftigkeiten führt, und doch kein, eine Uebersicht gewährendes Resultat geben kann, wird durch die Formeln [12] und [12a] anschaulich, und damit ist die Absicht ihrer Entwickelung erreicht.

7.

Es sind indessen besondere Fälle vorhanden, in welchen das Zusammenwirken mehrerer Fehlerursachen, zu einem *einfachen* Resultate führt. Mit diesen werde ich mich jetzt beschäftigen.

Einer von ihnen ist der Fall, in welchem die verschiedenen Fehlerursachen nach demselben Gesetze der Wahrscheinlichkeit wirken, welches zur vollständigen Rechtfertigung der Methode der kleinsten Quadrate nothwendig ist. Ich werde zuerst nur *zwei* solcher Fehlerursachen annehmen, also

$$\varphi x = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-hh\,xx}, \quad \varphi_1 y = \frac{h_1}{\sqrt{\pi}} e^{-h_1 h_1 yy}$$

setzen, und $\mp\infty$ als Grenzen von x und y betrachten. Dann ist (Art. 4)

$$\psi n = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi x . \varphi_1 (n-x)\, dx = \frac{hh_1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-hh\,xx - h_1 h_1 (n-x)^2} dx$$

welcher Ausdruck auch

$$\psi n = \frac{hh_1 e^{\frac{-(hh_1 n)^2}{hh+h_1 h_1}}}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\left\{x\sqrt{(hh+h_1 h_1)} - \frac{hh_1 n}{\sqrt{(hh+h_1 h_1)}}\right\}^2} dx$$

geschrieben werden kann, oder wenn man

$$x\sqrt{(hh+h_1 h_1)} - \frac{hh_1 n}{\sqrt{(hh+h_1 h_1)}} = t$$

setzt:

$$\psi n = \frac{hh_1 e^{-\frac{(hh_1 n)^2}{hh+h_1 h_1}}}{\pi\sqrt{(hh+h_1 h_1)}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-tt} dt$$

Da das Integral bekanntlich $= \sqrt{\pi}$ ist, so wird

$$\psi n = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{hh_1}{\sqrt{(hh+h_1 h_1)}} e^{-\left\{\frac{hh_1}{\sqrt{(hh+h_1 h_1)}}\right\}^2 nn}$$

oder ψn erhält wieder dasselbe Gesetz, welches für die einzelnen Ursachen angenommen wurde, welches nun aber von der Constante

$$\frac{hh_1}{\sqrt{(hh+h_1 h_1)}}$$

statt der in φx und $\varphi_1 y$ stattfindenden h und h_1, abhängig geworden ist. Setzt man $\frac{1}{\alpha\sqrt{2}}$ für h, und $\frac{1}{\beta\sqrt{2}}$ für h_1, wodurch also α und β die mittleren aus den einzelnen Ursachen entstehenden Fehler werden, so wird

$$\left(\frac{hh_1}{\sqrt{(hh+h_1 h_1)}}\right)^2 = \frac{1}{2(\alpha\alpha+\beta\beta)}$$

und es geht hieraus hervor, dafs das Gesetz der Wahrscheinlichkeit des aus beiden Fehlerursachen zusammengesetzten Fehlers n, keinen andern Unterschied von den zum Grunde gelegten Gesetzen der Wahrscheinlichkeiten der einzelnen hat, als den, dafs der mittlere Werth des Quadrates von n, die Summe der mittleren Werthe der Quadrate von x und y ist. Da diese Wiederhervorbringung des zum Grunde gelegten Gesetzes bei zwei Fehlerursachen eingetreten ist, so tritt sie auch bei der Verbindung des dadurch zusammengesetzten Fehlers mit einer neuen Fehlerursache derselben Art ein, u. s. w. Man hat also den mittleren Werth des Quadrats des aus einer beliebigen Anzahl ähnlicher Fehlerursachen zusammengesetzten Fehlers

$$mm = \alpha\alpha + \beta\beta + \gamma\gamma + \text{etc.}\ldots$$

und

$$\psi n = \frac{1}{m\sqrt{(2\pi)}} \cdot e^{-\frac{nn}{2mm}} \ldots\ldots\ldots\ldots [13]$$

Ein anderer, der Aufmerksamkeit würdiger Fall ist der, in welchem die einzelnen zusammenwirkenden Fehlerursachen ihren Wirkungen von gleicher Gröfse *gleiche*, übrigens aber einem beliebigen Gesetze folgende Wahrscheinlichkeiten geben. Dafs die Summe aller Wirkungen $x+y+z+\ldots$ den Werth s erhalte, ist dann offenbar genau so wahrscheinlich, als wahr-

Digitized by Google

scheinlich ist, dafs die Summe der Fehler von eben so vielen Beobachtungen, als Fehlerursachen vorhanden sind, $= n$ werde. Die Aufgabe ψn zu bestimmen, ist also in diesem Falle von der von *Laplace* *) aufgelöseten Aufgabe die Summe der Fehler einer Anzahl gleichartiger Beobachtungen zu finden, nicht verschieden; und sie führt, eben so wie diese, zu dem merkwürdigen Resultate, dafs eine Anzahl voneinander unabhängiger, zwar nach einem willkürlichen, aber sämmtlich nach einem gleichen Gesetze wirkender Fehlerursachen, den Ausdruck von ψn der oft angeführten exponentiellen Formel [13] destomehr nähert, *je gröfser* sie ist. *Poisson* hat später **) eine meisterhafte Analyse derselben Aufgabe gegeben; auch die Récherches sur la probabilité des jugements desselben grofsen Geometers, enthalten Vieles was sich darauf bezieht.

8.

Ich werde in diesem und dem folgenden Art. zeigen, dafs beliebig wirkende Fehlerursachen, also willkürliche Annahmen der Functionen φx, $\varphi_1 y$, $\varphi_2 z, \ldots$ sowohl, als auch der Grenzen $\mp a$, $\mp b$, $\mp c, \ldots$ von $x, y, z, \ldots$, unter gewissen Bedingungen, zu der Erzeugung eines Beobachtungsfehlers zusammenwirken, *dessen Gesetz der Wahrscheinlichkeit dasselbe ist* [13], *welches die Methode der kleinsten Quadrate zur wahrscheinlichsten macht.*

Der Ausdruck [7]:

$$\psi n = \frac{1}{i^{\mu}} \Sigma \varphi x . \varphi_1 y . \varphi_2 z \ldots .$$

in welchem $\mu+1$ die Anzahl der voneinander unabhängigen Fehlerursachen bezeichnet, würde von der Schwierigkeit, welche die gehörigen Begrenzungen von $x, y, z, \ldots$ seiner Verfolgung in den Weg legen, frei sein, wenn die durch die Bedingung $x+y+z+\ldots = n$ hervorgebrachte Abhängigkeit dieser Gröfsen voneinander nicht vorhanden wäre. Man kann ihn aber von dieser Bedingung befreien, also $x, y, z \ldots$ als voneinander unabhängig betrachten, wenn man ihn, unter dem Summenzeichen, mit einer Function von $x+y+z \ldots$ multiplicirt, welche die Eigenschaften hat, für jeden nichtverschwindenden Werth von $x+y+z+\ldots-n$ zu verschwinden und für $x+y+z+\ldots-n=0$ den Werth 1 zu erlangen. Da $x, y, z, \ldots$ sich von $\frac{1}{i}$ zu $\frac{1}{i}$ verändern (Art. 4) so hat die Function:

$$\frac{\sin i\pi \{x+y+z+\ldots-n\}}{i\pi \{x+y+z+\ldots-n\}}$$

diese Eigenschaften und man erhält durch ihre Einführung:

$$\psi n = \frac{1}{i^{\mu+1}} \Sigma \varphi x . \varphi_1 y . \varphi_2 z \ldots \frac{\sin i\pi (x+y+z+\ldots-n)}{\pi (x+y+z+\ldots-n)}$$

wo das Summenzeichen sich geradezu auf die Grenzen $\mp a$, $\mp b$, $\mp c, \ldots$ bezieht.

Man kann aber diesem Ausdrucke eine weit zweckmässigere Form geben, indem man sich erinnert, dafs

$$\frac{\sin i\pi (x+y+z+\ldots-n)}{\pi (x+y+z+\ldots-n)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-i\pi}^{i\pi} e^{(x+y+z+\ldots-n)u\sqrt{-1}} du$$

ist; denn dadurch werden $x, y, z, \ldots$ voneinander abgesondert und der Ausdruck erhält die Form:

$$\psi n = \frac{1}{2\pi} \int_{-i\pi}^{i\pi} \left(\sum \frac{1}{i} \varphi x e^{ux\sqrt{-1}}\right)\left(\sum \frac{1}{i} \varphi_1 y . e^{uy\sqrt{-1}}\right) \ldots\ldots e^{-un\sqrt{-1}} du$$

oder, da i unendlich grofs ist und man die einzelnen Summen durch Integrale ausdrücken kann:

$$\psi n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\int_{-a}^{a} \varphi x . e^{ux\sqrt{-1}} dx\right)\left(\int_{-b}^{b} \varphi_1 y . e^{uy\sqrt{-1}} dy\right) \ldots\ldots e^{-un\sqrt{-1}} du \quad ***).$$

Setzt man, statt der imaginären Exponentialgröfsen unter den sich auf $x, y, z, \ldots$ beziehenden Integralzeichen, ihre Ausdrücke durch die trigonometrischen Linien, z. B.

$$e^{ux\sqrt{-1}} = \cos ux + \sqrt{-1} . \sin ux$$

so kann man den in $\sqrt{-1}$ multiplicirten Theil derselben weglassen, weil er aus den zwischen den Grenzen $\mp a$, $\mp b$, $\mp c \ldots$ genommenen Integralen (wegen $\varphi x = \varphi(-x)$, $\varphi_1 y = \varphi_1(-y)$ u. s. w.) verschwindet. Ferner kann man von

$$e^{-un\sqrt{-1}} = \cos un - \sqrt{-1} . \sin un$$

gleichfalls den in $\sqrt{-1}$ multiplicirten Theil weglassen, da das von einer negativen, bis zu einer gleich grofsen positiven Grenze genommene Integral von

$$\cos ux . \cos uy . \cos uz \ldots \sin un . du$$

verschwindet. Man erhält also

$$[14] \ldots\ldots\ldots\ldots \psi n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\int_{-a}^{a} \varphi x . \cos ux\, dx\right)\left(\int_{-b}^{b} \varphi_1 y . \cos uy\, dy\right) \ldots\ldots \cos un . du$$

---

*) Theorie analytique des probabilités. Paris 1812. p. 304.

**) Connoissance des Tems 1827 p. 273.

***) Auf eine ähnliche Formel, in welcher aber die Begrenzungen aller Integrale *gleich* sind, gelangt *Poisson* (probabilités des jugements p. 256) bei der Auflösung einer andern Aufgabe.

Digitized by Google

welcher Ausdruck für jede Anzahl Fehlerursachen und jede Annahme von φx, $\varphi_1 y$, $\varphi_2 z$, ... richtig, auch nur der Form nach von den im 6ten Art. gegebenen Ausdrücken, z. B. [11], verschieden ist.

Ehe ich diesen Ausdruck weiter verfolge, werde ich seine Anwendung durch ein Beispiel erläutern. Ich werde das *zweite* der im 4ten Art. ausgeführten Beispiele wieder vornehmen, also

$$\varphi x = \frac{1}{\pi}\frac{1}{\sqrt{(aa-xx)}}; \quad \varphi_1 y = \frac{1}{2b}$$

setzen. Man hat also nach [14], indem man zuerst nach y integrirt:

$$\psi n = \frac{1}{2\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\left(\int_{-a}^{a}\frac{\cos ux}{\sqrt{(aa-xx)}}dx\right)\frac{\sin ub}{ub}\cos un\,.\,du$$

oder

$$\psi n = \frac{1}{8b\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-a}^{a}\left\{\sin u(x+n+b)+\sin u(x-n+b)-\sin u(x+n-b)-\sin u(x-n-b)\right\}\frac{du\,dx}{u\sqrt{(aa-xx)}}$$

Integrirt man zuerst in Beziehung auf u und erinnert man sich, dafs

$$\int_{-\infty}^{\infty}\sin ru\,\frac{du}{u}$$

für jeden positiven Werth von $r = \pi$, für jeden negativen $= -\pi$ ist, so wird z. B.

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-a}^{a}\sin u(x+n+b)\frac{du\,dx}{u\sqrt{(aa-xx)}} = \pi\int_{-n-b}^{a}\frac{dx}{\sqrt{(aa-xx)}} - \pi\int_{-a}^{-n-b}\frac{dx}{\sqrt{(aa-xx)}}$$

wofür ich, um abzukürzen $\pi[-n-b, a] - \pi[-a, -n-b]$ schreiben werde. Man erhält also:

$$\psi n = \frac{1}{8b\pi}\left\{[-n-b, a]-[-a, -n-b]+[n-b, a]-[-a, n-b]-[-n+b, a]+[-a, n+b]-[n+b, a]+[-a, n+b]\right\}$$

Wenn

1tens $n > -a-b$ und $< -a+b$, oder $-n > a-b$ und $< a+b$

so ist $n-b < -a$ und $-n+b > a$, weshalb die 3te und 6te dieser Gröfsen $= [-a, a]$ werden, die 4te und 5te aber verschwinden. Setzt man, wie im 4ten Art.,

$$\sin u = \frac{n+b}{a}; \quad \sin u' = \frac{n-b}{a}$$

so wird also

$$\psi n = \frac{1}{8b\pi}\left\{(\tfrac{1}{2}\pi+u)-(\tfrac{1}{2}\pi-u)+\pi+\pi-(\tfrac{1}{2}\pi-u)+(\tfrac{1}{2}\pi+u)\right\};$$

wenn 2tens

$n > -a+b$ und $< a-b$, oder $-n > -a+b$ und $< a-b$

so geht keine der Gröfsen $-n-b$, $n-b$, $-n+b$, $n+b$ über die Grenzen $\mp a$ hinaus und alle Glieder des Ausdruckes bleiben ungeändert, so dafs man erhält:

$$\psi n = \frac{1}{8b\pi}\left\{(\tfrac{1}{2}\pi+u)-(\tfrac{1}{2}\pi-u)+(\tfrac{1}{2}\pi-u')-(\tfrac{1}{2}\pi+u')-(\tfrac{1}{2}\pi+u')+(\tfrac{1}{2}\pi-u')-(\tfrac{1}{2}\pi-u)+(\tfrac{1}{2}\pi+u)\right\}$$

wenn 3tens

$n > a-b$ und $< a+b$, oder $-n > -a-b$ und $< -a+b$

so ist $-n-b < -a$ und $n+b > a$, weshalb das 1te und 8te der Glieder des Ausdruckes $= [-a, a]$ werden, das 2te und 7te aber verschwinden. Man erhält also

$$\psi n = \frac{1}{8b\pi}\left\{\pi+(\tfrac{1}{2}\pi-u')-(\tfrac{1}{2}\pi+u')-(\tfrac{1}{2}\pi+u')+(\tfrac{1}{2}\pi-u')+\pi\right\}$$

Dieses alles ist übereinstimmend mit den im 4ten Art. gefundenen Formeln.

Die früher auf die Begrenzungen fallende Schwierigkeit wird durch den Ausdruck [14], auf die in Beziehung auf u auszuführende Integration übertragen. Es ist kein Grund vorhanden, entweder der Form [11] oder der Form [14] *im Allgemeinen* einen Vorzug einzuräumen, sondern die vortheilhafteste Wahl zwischen beiden hängt von der Beschaffenheit der Functionen φx, $\varphi_1 y$, $\varphi_2 z$, ... ab. Allein da der vollständige Ausdruck von ψn, immer wenn die Begrenzungen der einzelnen Fehlerursachen nicht $\mp\infty$ sind, *nicht stetig* ist, und seine Anwendung zur Bearbeitung einer Beobachtungsreihe, aus diesem Grunde, in unüberwindliche Weitläuftigkeiten führen würde, so ist eine *Näherung*, welche sich von dem Ausdrucke von ψn wenig entfernt und die Unterbrechungen seiner Stetigkeit nicht besitzt, wirklich wünschenswerther als der streng richtige Ausdruck. Kommt es darauf an, die Frage: ob eine solche Näherung möglich ist, zu beantworten, und, im Falle ihrer Bejahung, dieselbe aufzusuchen, so erscheint der Vorzug der gegenwärtigen Form, vor der früheren, sehr grofs.

9.

Laplace hat bekanntlich gezeigt, dafs die Entwickelung von Ausdrücken, welche als Functionen *grofser Zahlen* betrachtet werden können, durch die Berücksichtigung dieses Umstandes, im Allgemeinen erleichtert werden kann. Sowohl er selbst, als auch *Poisson*, haben hieraus, bei der Auflösung vieler Aufgaben der Wahrscheinlichkeitsrechnung, grofsen Nutzen gezogen, und auch die gegenwärtige wird dadurch, falls sie das Zusammenwirken *vieler* Fehlerursachen von nicht sehr

Digitized by Google

ungleicher Gröfse betrifft, näherungsweise auflöslich. In diesem Falle ist es klar, dafs das im Ausdrucke [14] enthaltene Product:

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty}\varphi x.\cos ux\,dx\right)\left(\int_{-\infty}^{\infty}\varphi_1 y.\cos uy\,dy\right)\left(\int_{-\infty}^{\infty}\varphi_2 z\cos uz\,dz\right)\ldots\ldots$$

welches den gröfsten Werth, dessen er fähig ist, erlangt, wenn $u=0$ gesetzt wird, für einigermaafsen beträchtliche Werthe von ux, uy, uz, ..., deren Cosinusse merklich kleiner werden als 1, sehr klein werden mufs.

Wenn man es daher als eine Function von u betrachtet, so ist es zweckmäfsig, ihr die Form: Me^{-U} zu geben, in welcher U eine Function von u ist, die für $u=0$ verschwindet und mit u wächst, und in welcher M den gröfsten Werth des Products, also da $\int_{-\infty}^{\infty}\varphi x\,dx=1$, $\int_{-\infty}^{\infty}\varphi_1 y.dy=1$, u.s.w. sind, die Zahl 1 bedeutet. Ich wähle also die Form:

$$[15]\ldots\ldots\ldots\ldots e^{-U}=\left(\int_{-\infty}^{\infty}\varphi x\cos ux\,dx\right)\left(\int_{-\infty}^{\infty}\varphi_1 y\cos uy\,dy\right)\left(\int_{-\infty}^{\infty}\varphi_2 z\cos uz\,dz\right)\ldots\ldots\ldots$$

und werde nun U aufsuchen.

Entwickelt man $\varphi x.\cos ux\,dx$ in die Reihe

$$\varphi x\,dx\left\{1-\frac{uuxx}{2}+\frac{u^4x^4}{24}-\frac{u^6x^6}{720}+\ldots\right\}$$

und bezeichnet man:

$$\int_{-\infty}^{\infty}xx\varphi x\,dx=\alpha^2;\ \int_{-\infty}^{\infty}x^4\varphi x\,dx=\alpha_1^4;\ \int_{-\infty}^{\infty}x^6\varphi x\,dx=\alpha_2^6;\ldots$$

wo also α^2 den mittleren Werth des Quadrats des aus der ersten Ursache hervorgehenden Fehlers, α_1^4 den mittleren Werth seines Biquadrats u.s.w. bedeuten, so hat man

$$\int_{-\infty}^{\infty}\varphi x\cos ux\,dx=1-\frac{\alpha^2}{2}uu+\frac{\alpha_1^4}{24}u^4-\frac{\alpha_2^6}{720}u^6+\ldots.$$

und eben so

$$\int_{-\infty}^{\infty}\varphi_1 y\cos uy\,dy=1-\frac{\beta^2}{2}uu+\frac{\beta_1^4}{24}u^4-\frac{\beta_2^6}{720}u^6+\ldots.$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\varphi_2 z.\cos uz\,dz=1-\frac{\gamma^2}{2}uu+\frac{\gamma_1^4}{24}u^4-\frac{\gamma_2^6}{720}u^6+\ldots.$$

u. s. w.

Nimmt man, auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens, die Logarithmen von [15] und setzt man

$$\begin{aligned}
[\alpha^2] &= \alpha^2+\beta^2+\gamma^2+\ldots\\
[\alpha^4] &= \alpha^4+\beta^4+\gamma^4+\ldots\\
[\alpha_1^4] &= \alpha_1^4+\beta_1^4+\gamma_1^4+\ldots\\
[\alpha^6] &= \alpha^6+\beta^6+\gamma^6+\ldots\\
[\alpha^2\alpha_1^4] &= \alpha^2\alpha_1^4+\beta^2\beta_1^4+\gamma^2\gamma_1^4+\ldots\\
[\alpha_2^6] &= \alpha_2^6+\beta_2^6+\gamma_2^6+\ldots
\end{aligned}$$

so erhält man

$$[16]\ldots\ldots\ldots\ldots U=\frac{[\alpha^2]}{2}uu+\frac{3[\alpha^4]-[\alpha_1^4]}{24}u^4+\frac{30[\alpha^6]-15[\alpha^2\alpha_1^4]+[\alpha_2^6]}{720}u^6+\ldots.$$

Ich werde zuerst nur das erste Glied dieses Ausdruckes berücksichtigen, also, der Formel [14] gemäfs,

$$[17]\ldots\ldots\psi n=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\frac{[\alpha^2]}{2}uu}\cos un.du$$

annehmen. Das in diesem Ausdruck vorkommende bestimmte Integral hat *Laplace*, wie ich glaube zuerst, gefunden *); aufser diesem Integrale werde ich später noch einige andere, die darauf reducirt werden können, gebrauchen und deshalb alle zugleich hier anführen:

$$\begin{aligned}
\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\frac{[\alpha^2]}{2}uu}\cos un.du &= \frac{\sqrt{(2\pi)}}{\sqrt{[\alpha^2]}}e^{-\frac{nn}{2[\alpha^2]}}\\
\int_{-\infty}^{\infty}u^2e^{-\frac{[\alpha^2]}{2}uu}\cos un.du &= \frac{\sqrt{(2\pi)}}{[\alpha^2]^{\frac{3}{2}}}e^{-\frac{nn}{2[\alpha^2]}}\left(1-\frac{nn}{[\alpha^2]}\right)\\
\int_{-\infty}^{\infty}u^4e^{-\frac{[\alpha^2]}{2}uu}\cos un.du &= \frac{\sqrt{(2\pi)}}{[\alpha^2]^{\frac{5}{2}}}e^{-\frac{nn}{2[\alpha^2]}}\left(3-\frac{6.nn}{[\alpha^2]}+\frac{n^4}{[\alpha^2]^2}\right)\\
\int_{-\infty}^{\infty}u^6e^{-\frac{[\alpha^2]}{2}uu}\cos un.du &= \frac{\sqrt{(2\pi)}}{[\alpha^2]^{\frac{7}{2}}}e^{-\frac{nn}{2[\alpha^2]}}\left(15-\frac{45.nn}{[\alpha^2]}+\frac{15.n^4}{[\alpha^2]^2}-\frac{n^6}{[\alpha^2]^3}\right)
\end{aligned}$$

Man erhält jede folgende dieser Formeln durch zweimalige Differentiirung der vorangehenden in Beziehung auf n.

Der Ausdruck [17] verwandelt sich hierdurch in:

$$[18]\ldots\ldots\psi n=\frac{1}{\sqrt{[\alpha^2]}\sqrt{(2\pi)}}.e^{-\frac{nn}{2[\alpha^2]}}$$

welche Formel jedoch nur in *den* Fällen als eine Annäherung an den wahren Ausdruck von ψn angesehen werden kann, in welchen gezeigt werden kann, dafs der Einflufs der weggelassenen Glieder von [16] von geringer Bedeutung ist.

*) Theorie analytique des probabilités p. 96.

Digitized by Google

Man vervollständigt den Ausdruck [17], indem man ihn, unter dem Integralzeichen mit

$$e^{\frac{[\alpha^2]}{2}uu-U} = e^{-\frac{3[\alpha^4]-[\alpha_1^4]}{24}u^4-\frac{30[\alpha^6]-15[\alpha^2\alpha_1^4]+[\alpha_2^4]}{720}u^6-etc.....}$$

oder mit

$$1-\frac{3[\alpha^4]-[\alpha_1^4]}{24}u^4-\frac{30[\alpha^6]-15[\alpha^2\alpha_1^4]+[\alpha_2^4]}{720}u^6-\text{etc.}...$$

multiplicirt. Man erhält dadurch

$$\psi n = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{[\alpha^2]}{2}uu}\cos un\,.\,du - \frac{3[\alpha^4]-[\alpha_1^4]}{48\pi}\int_{-\infty}^{\infty} u^4 e^{-\frac{[\alpha^2]}{2}uu}\cos un\,.\,du$$
$$-\frac{30[\alpha^6]-15[\alpha^2\alpha_1^4]+[\alpha_2^4]}{1440\pi}\int_{-\infty}^{\infty} u^6 e^{-\frac{[\alpha^2]}{2}uu}\cos un\,du - \text{etc.}....$$

und durch die Anwendung der angeführten Ausdrücke der hier vorkommenden Integrale:

$$\psi n = \frac{e^{-\frac{nn}{2[\alpha^2]}}}{\sqrt{[\alpha^2]}\sqrt{(2\pi)}}\left\{1-\frac{3[\alpha^4]-[\alpha_1^4]}{24[\alpha^2]^2}\left(3-\frac{6nn}{[\alpha^2]}+\frac{n^4}{[\alpha^2]^2}\right)-\frac{30[\alpha^6]-15[\alpha^2\alpha_1^4]+[\alpha_2^4]}{720[\alpha^2]^3}\left(15-\frac{45nn}{[\alpha^2]}+\frac{15n^4}{[\alpha^2]^2}-\frac{n^6}{[\alpha^2]^3}\right)-...\right\}...[19]$$

Hieraus geht hervor, dafs der Ausdruck [18] eine Annäherung an ψn ist, wenn die jetzt hinzugekommenen Glieder, nämlich:

$$-\frac{e^{-\frac{nn}{2[\alpha^2]}}}{\sqrt{[\alpha^2]}\sqrt{(2\pi)}}\cdot\frac{3[\alpha^4]-[\alpha_1^4]}{24[\alpha^2]^2}\left(3-\frac{6nn}{[\alpha^2]}+\frac{n^4}{[\alpha^2]^2}\right)$$
$$-\frac{e^{-\frac{nn}{2[\alpha^2]}}}{\sqrt{[\alpha^2]}\sqrt{(2\pi)}}\cdot\frac{30[\alpha^6]-15[\alpha^2\alpha_1^4]+[\alpha_2^4]}{720[\alpha^2]^3}\left(15-\frac{45nn}{[\alpha^2]}+\frac{15n^4}{[\alpha^2]^2}-\frac{n^6}{[\alpha^2]^3}\right)$$
u. s. w.

für alle Werthe von n sehr klein sind. Man bemerkt leicht, dafs sie den gröfsten Werth, dessen sie fähig sind, für $n = 0$ erlangen, also für keinen Werth dieser Gröfse der Grenze:

$$-\frac{1}{\sqrt{[\alpha^2]}\sqrt{(2\pi)}}\left\{\frac{3[\alpha^4]-[\alpha_1^4]}{8[\alpha^2]^2}+\frac{30[\alpha^6]-15[\alpha^2\alpha_1^4]+[\alpha_2^4]}{48[\alpha^2]^3}+\text{etc.}....\right\}.....[20]$$

überschreiten.

Die Gröfsen α, α_1, α_2,..... können immer als von gleicher Ordnung betrachtet werden, eben so β, β_1, β_2,....; γ, γ_1, γ_2,.... u. s. w. Wenn auch α, β, γ,.... als von gleicher Ordnung angesehen werden können, oder wenn die einzelnen Fehlerursachen mittlere Fehler von gleicher Ordnung hervorbringen, von der Ordnung einer Gröfse k, und wenn die Anzahl der zusammenwirkenden Fehlerursachen, wie oben, durch $\mu+1$ bezeichnet wird, so ist $[\alpha^2]$ von der Ordnung von $(\mu+1)k^2$; $[\alpha^4]$ und $[\alpha_1^4]$ sind von der Ordnung von $(\mu+1)k^4$; $[\alpha^6]$, $[\alpha^2\alpha_1^4]$ und $[\alpha_2^4]$ von der Ordnung von $(\mu+1)k^6$, u. s. w. Man erhält also das erste Glied des eben entwickelten Ausdruckes von der Ordnung von $\frac{1}{\mu+1}$, das zweite Glied desselben von der Ordnung von $\frac{1}{(\mu+1)^2}$, u. s. w. Wenn also die Annahme, dafs α, β, γ,... von gleicher Ordnung sind, statthaft ist, so ist der Ausdruck [18] *mit desto gröfserem Rechte als eine Annäherung an ψn anzusehen, je gröfser die Anzahl der zusammenwirkenden Fehlerursachen ist.* Es ist dagegen kein Grund vorhanden, ihn für eine Näherung zu halten, wenn eine oder einige der Fehlerursachen beträchtlich gröfsere Wirkungen äufsern als die übrigen, oder wenn ihre Anzahl nicht grofs ist. Uebrigens bemerkt man leicht, dafs die Reihe [19] nicht convergiren, also auch nicht Folgerungen zum Grunde gelegt werden kann, welche nicht aus dem schnellen Kleinerwerden ihrer früheren Glieder allein gezogen werden können. Die Natur des Ausdruckes von ψn bringt nämlich, wie ich vorher gezeigt habe, mit sich, dafs er eine nicht-stetige Function von n ist; dieser Eigenschaft kann die Reihe nur entsprechen, wenn sie nicht convergirt, und *allgemein* folgt hieraus, dafs ψn nicht durch eine convergirende Reihe ausgedrückt werden kann. Andere Anwendungen, welche, in der Wahrscheinlichkeitsrechnung, von dem Principe der *grofsen Zahlen* gemacht worden sind und gemacht werden können, sind im Allgemeinen, in dieser Beziehung, in einem gleichen Falle.

10.

Fälle, in welchen nicht *viele* von einander unabhängige Ursachen zusammenwirkten, um einen Beobachtungsfehler zu erzeugen, sind wahrscheinlich sehr selten; selbst in sehr einfach erscheinenden Beobachtungsarten können oft zahlreiche Ursachen ihrer Fehler nachgewiesen werden. Um dieses durch ein Beispiel zu erläutern, werde ich annehmen, dafs eine Reihe von Entfernungen eines Fixsterns von dem Scheitelpunkte oder Pole, mit einem, nach *Reichenbach*scher Art eingerichteten Meridiankreise beobachtet sei, und versuchen, die Ursachen der Fehler aufzuzählen, welche sich in der Zusammenstellung ihrer Resultate verrathen. Das Instrument mufs zuerst auf

Digitized by Google

den Stern eingestellt werden, und diese Einstellung kann aus verschiedenen Ursachen fehlerhaft werden, nämlich 1tens, weil eine Grenze der Kraft des Fernrohrs vorhanden ist, innerhalb welcher seine Richtung willkürlich bleibt; 2tens weil der Punkt des Bildes des Sterns, den man in die Absehenslinie zu bringen beabsichtigt, innerhalb gewisser Grenzen willkürlich sein kann, welche bei grofsen und hellen Sternen ohne Zweifel weiter auseinander liegen, als bei kleineren weniger hellen, und woraus hervorgehen kann, dafs bei Nacht und bei Tage, oder bei hellerem und weniger hellem Himmel, verschiedene Punkte gewählt werden; 3tens weil der Stern sich selten oder nie ruhig, sondern in zitternder, von dem Mangel des Gleichgewichts der Luft herrührender Bewegung zeigt, und also eine, zwischen den äufsersten Grenzen dieser Bewegung liegende Wahl getroffen werden mufs. Hiezu gesellen sich Fehlerursachen, welche von der Einstellung des Instruments ganz unabhängig sind, z. B. 4tens ein Einfluſs der Elasticität seines Metalls, welcher, zufälligen äufseren Umständen zufolge, bald diesen, bald jenen Werth erhalten, auch zur Folge haben kann, dafs die Richtung des Fernrohrs, in dem Augenblicke des Ablesens der Beobachtung, nicht mehr dieselbe ist, welche sie bei seiner Einstellung war; 5tens eine Unsicherheit der Angabe des Kreises, welche aus kleinen Ungleichheiten der Entfernungen seiner eigenen Theilstriche und der Theilstriche der Nonien hervorgeht, und welcher sich als veränderlicher Fehler äufsert, da gewöhnlich, bei jeder Wiederholung der Beobachtung, andere Theilstriche zur Coincidenz gelangen; 6tens die aus der begrenzten Schärfe des optischen Hülfsmittels, wodurch die Ablesungen erlangt werden, hervorgehende Unsicherheit; 7tens die aus dem Umstande hervorgehenden Fehler, dafs die Schätzung der Angaben der Nonien nur z. B. bis auf die Hälfte des kleinsten Zwischenraumes von 2″, welchen sie angeben, getrieben werden kann, wodurch alle an den vier Nonien dieser Instrumente abgelesenen Beobachtungen, sich immer mit einer vollen, einer viertel, halben oder dreiviertel Secunde, nie aber mit anderen Theilen derselben schliefsen. Ferner kommen dazu äufsere Umstände, z. B. 8tens der Einfluſs der Körperwärme des Beobachters auf den Kreis oder andere Theile des Apparats; 9tens der Einfluſs einer, im Allgemeinen vorhandenen, Verschiedenheit der Wärme zwischen dem unteren und oberen Rande des Kreises, welcher Spannungen in seinem Metalle und Veränderungen seiner Figur erzeugt. Auch veranlafst 10tens die Voraussetzung, dafs die Wasserwage der Alhidade bei jeder Ablesung, sich im nicht beeinträchtigten Zustande des Gleichgewichts befinde, einen zufälligen Fehler; 11tens geht ein solcher aus der Annahme hervor, dafs das Instrument zwischen zwei mit einander zu vergleichenden Beobachtungen in vollkommen gleichem Zustande geblieben sei, während doch die Bemerkung von Aenderungen, welche es in kürzerer oder längerer Zeit erfährt, nicht selten ist. Mit dem sogenannten Beobachtungsfehler vermischt sich auch 12tens der Einfluſs, welchen die fehlerhafte Annahme hat, dafs der Zustand der Atmosphäre, so wie Barometer und Thermometer ihn angeben, genau der sei, wonach die Gröfse der jedesmaligen Strahlenbrechung sich richtet, und 13tens der Einfluſs kleiner Unvollkommenheiten der Reductionselemente der Beobachtungen. Ich werde vermuthlich in dieser Aufzählung von Ursachen, welche zur Erzeugung eines scheinbaren Beobachtungsfehlers zusammenwirken, mehrere übersehen haben, so wie ich der zufälligen Unachtsamkeit in der Ausführung einzelner Momente der Beobachtungen, nicht vortheilhafter oder unruhiger Beleuchtung der Fäden und der Theilstriche, der Einflüsse der Kälte auf das Instrument u. s. w. nicht habe erwähnen wollen. Immer aber wird durch diese Aufzählung von Fehlerursachen der Zweck erreicht, bemerklich zu machen, dafs selbst diese einfache Beobachtungsart einen Gesammtfehler zeigen mufs, welcher aus zahlreichen Ursachen entsteht, deren jede von den übrigen unabhängig wirkt.

Es ist das Bestreben des Künstlers, welcher ein Instrument verfertigt, seine *einzelnen* Theile so anzuordnen, dafs sie das was sie leisten sollen, mit *gleichmäfsiger* Genauigkeit leisten. Es würde unnütz sein, einem Kreise einen grofsen Halbmesser und bis auf Kleinigkeiten sichere Theilungen zu geben, wenn er nur ein kleines, wenig sichere Einstellungen gewährendes Fernrohr tragen sollte. Wenn es dagegen in der Absicht liegt, in den ersteren Beziehungen das Aeusserste zu leisten, so ist jedesmal auch die Absicht vorhanden, ein dieser Leistung angemessenes Fernrohr anzuwenden. Auch die Wasserwage, wodurch der Scheitelpunkt erkannt werden soll, giebt der Künstler *gleichmäfsige* Vollendung, und sein ganzes Nachdenken wendet er an, um *alle* Theile des Instruments so auszuführen, dafs nicht die Mangelhaftigkeit des einen, den Vortheil vernichte, welchen die Vollendung der übrigen hervorbringt. Der Beobachter, der das Instrument anwendet, bestrebt sich gleichfalls, dieser Anwendung eine der Genauigkeit des Instruments *gleichmäfsige* Sicherheit zu geben. Er wird Beobachtungen als ungenügend erkennen, wenn die äufseren Umstände so ungünstig sind, dafs sie ihm Zweifel erzeugen, welche er für *ungleichmäfsig* mit der Genauigkeit des Apparats hält. Während er z. B. eine, bis auf einige Secunden gehende Unsicherheit, welche das Zittern der Luft verursacht, für sehr bedeutend hält, wenn er mit einem grofsen und genauen Instrumente beobachtet, mufs sie ihm unbedeutend erscheinen, wenn er ein mit einem schwachen Fernrohre versehenes Instrument von kleinem Halbmesser, welches, auch bei der ruhigsten Luft, viel gröfsere Unsicherheiten übrig lassen würde, anwendet. Es ist nicht die *Gröfse* der Unsicherheit, welche diesen Unterschied veranlafst, sondern nur ihr *verschiedenes Verhältnifs* zu anderen vorhandenen Fehlerursachen.

Digitized by Google

Aus dieser Darstellung der Beobachtungen im Allgemeinen und der wesentlichen Beschaffenheit eines guten Apparats und einer, ihm angemessenen Beobachtungsreihe, scheint mir hervorzugehen, dafs man die *beiden* Annahmen, unter welchen das im 9ten Art. erlangte Resultat näherungsweise richtig ist, nicht für so selten gerechtfertigt halten darf, als man, ohne genauere Betrachtung der Beobachtungsarten und Apparate, vielleicht geneigt sein mögte. Die erste dieser Annahmen ist, dafs *viele* Ursachen zur Hervorbringung des Beobachtungsfehlers *zusammenwirken*; die zweite, dafs unter den, aus den einzelnen Ursachen hervorgehenden mittleren Fehlern, *keiner die übrigen beträchtlich übertreffe*. Wenn diese Annahmen erlaubt sind, nähert sich immer die Wahrscheinlichkeit des Gesammtfehlers n einer Beobachtung, der Form:

$$\psi n = \frac{1}{m\sqrt{(2\pi)}} \cdot e^{-\frac{nn}{mm}}$$

d. h. demselben Gesetze, wovon *Gauss* zuerst gezeigt hat, dafs es das von der Vorschrift des arithmetischen Mittels geforderte ist.

11.

Ohne Ausnahme kann zwar die Richtigkeit der beiden Annahmen, worauf dieses Resultat beruhet, nicht vorausgesetzt werden, und ich habe selbst, im 2ten Art., einen Fall angeführt, in welchem sie nicht stattfand; dort war eine, die übrigen *beträchtlich übertreffende* Fehlerursache vorhanden und sie folgte für sich allein einem ganz anderen Gesetze, weshalb dieses in den Beobachtungen vorzugsweise hervortrat. Aber es scheint, dafs die Beobachtungsarten, wenigstens die astronomischen, *selten* so einfach sind, dafs sie nicht die Annahmen und ihr Resultat mehr oder weniger rechtfertigen sollten.

Ich halte für zweckmäfsig, hierüber das Zeugnifs von astronomischen Beobachtungen selbst anzuführen. Ich habe (in den Fundamentis Astronomiae pro Ao. 1755 p. 79) abgezählt, wie viele Fehler sich, bei verschiedenen Beobachtungsreihen *Bradleys*, innerhalb enger, von 0 bis zu den gröfsten Fehlern fortgehender Begrenzungen fanden. Die eine dieser Abzählungen habe ich auf 300 Beobachtungen der Declinationen einiger häufig beobachteten Sterne gegründet; die andere auf 300 Beobachtungen der Rectascensionen in Zeit ausgedrückt; die dritte auf 470 Beobachtungen weit zusammengesetzterer Art, nämlich der Rectascensionen einiger Fixsterne, so wie sie aus ihren Rectascensionsunterschieden von der Sonne, deren Rectascensionen aus ihren beobachteten Declinationen berechnet worden sind, hervorgehen. Diese Abzählungen werde ich jetzt auf den Fall von 100 Beobachtungen reduciren, und sie mit der auf die Annahme

$$\psi n = \frac{1}{m\sqrt{(2\pi)}} e^{-\frac{nn}{2mm}}$$

gegründeten Theorie, so vergleichen, dafs ich mm durch die Summe der Quadrate der Fehler bestimme, während, in den Fund. Astr. selbst, eine andere Bestimmungsart angewandt worden ist.

1. Beobachtungen der Declinationen

$m = \pm 1''6237$

Grenzen.	Beobb.	Theorie.	Untersch.
0″0 — 0″4	22,0	19,5	— 2,5
0,4 — 0,8	19,3	18,3	— 1,0
0,8 — 1,2	18,3	16,2	— 2,1
1,2 — 1,6	9,3	13,6	+ 4,3
1,6 — 2,0	9,0	10,6	+ 1,6
2,0 — 2,4	7,7	7,9	+ 0,2
2,4 — 2,8	3,3	5,5	+ 2,2
2,8 — 3,2	5,0	3,6	— 1,4
3,2 — 3,6	2,7	2,2	— 0,5
3,6 — 4,0	1,3	1,3	0,0
4,0 etc....	2,0	1,4	— 0,6

2. Beobachtungen der Rectascensionen.

$m = \pm 0''2283$ Zeit.

Grenzen.	Beobb.	Theorie.	Untersch.
0″0 — 0″1	33,0	33,5	— 4,5
0,1 — 0,2	28,0	28,0	0,0
0,2 — 0,3	17,7	19,2	+ 1,5
0,3 — 0,4	8,0	10,9	+ 2,9
0,4 — 0,5	4,7	5,1	+ 0,4
0,5 — 0,6	2,0	2,0	0,0
0,6 — 0,7	1,0	0,7	— 0,3
0,7 — 0,8	0,3	0,2	— 0,1
0,8 — 0,9	0,3	0,0	— 0,3

3. Beobachtung der absoluten Rectascensionen.

$m = \pm 0''4033$ Zeit.

Grenzen.	Beobb.	Theorie.	Untersch.
0″0 — 0″1	20,0	19,6	— 0,4
0,1 — 0,2	18,7	18,4	— 0,3
0,2 — 0,3	16,6	16,3	— 0,3
0,3 — 0,4	12,4	13,6	+ 1,2
0,4 — 0,5	10,8	10,6	— 0,2
0,5 — 0,6	7,7	7,8	+ 0,1
0,6 — 0,7	5,5	5,4	— 0,1
0,7 — 0,8	3,0	3,6	+ 0,6
0,8 — 0,9	2,1	2,1	0,0
0,9 — 1,0	1,5	1,3	— 0,2
1,0 etc....	1,7	1,3	— 0,4

Diese drei Beobachtungsreihen sind von sehr verschiedener Art; ich werde aber noch ein viertes Beispiel anführen, bei welchem die Fehler durch wieder andere Ursachen hervorgebracht seyn müssen. Ich nehme es von 100 Rectascensionen des Polarsterns her, welche ich in den J. 1813 bis 1815 mit dem älteren Passagen-Instrumente der Königsberger Sternwarte beobachtet habe.

Digitized by Google

4. Rectascensionen des Polarsterns.

$m = \pm 1''3093$ Zeit.

Grenzen.	Beobb.	Theorie.	Unterscb.
0″0 — 0″4	25	24,0	— 1,0
0,4 — 0,8	22	21,9	— 0,1
0,8 — 1,2	19	18,2	— 0,8
1,2 — 1,6	11	13,7	+ 2,7
1,6 — 2,0	9	9,5	+ 0,5
2,0 — 2,4	8	6,0	— 2,0
2,4 — 2,8	2	3,4	+ 1,4
2,8 — 3,2	3	1,8	— 1,2
3,2 — 3,6	1	0,9	— 0,1
3,6 etc....	0	0,6	+ 0,6

Die aus diesen vier Beispielen hervorgehende nahe Uebereinstimmung der Erfahrung mit der Forderung, welche die Theorie, unter der Voraussetzung des Stattfindens der beiden oft erwähnten Annahmen macht, ist geeignet dieses zu rechtfertigen; und zwar desto geeigneter, je zahlreicher die von anderen Reihen astronomischer Beobachtungen hergenommenen Beispiele sind, welche ich *für* dasselbe hätte anführen können. Es ist nicht wahrscheinlich, dafs die *einzelnen* Ursachen, aus deren Zusammenwirkung die Fehler so verschiedenartiger Beobachtungsreihen entstehen, jede für sich, dasselbe exponentielle Gesetz der Wahrscheinlichkeit ihrer Wirkungen haben sollten, und dafs, aus *diesem* Grunde, dem 7ten Art. zufolge, dieses Gesetz sich auch in ihrer Zusammenwirkung zeigte; vielmehr ist es wahrscheinlich, und durch die früher angeführten Verfolgungen specieller Fälle auch anschaulich geworden, dafs diese einzelnen Ursachen nach sehr verschiedenen Gesetzen wirken, und die nahe Uebereinstimmung zwischen der Erfahrung und dem exponentiellen Gesetze, nur durch das *Zusammenwirken* einer grofsen Zahl derselben hervorgebracht wird.

Diese Untersuchung führt also, im Allgemeinen (nicht ohne mögliche Ausnahme, deren eine ich angeführt habe) zu dem Gesetze der Wahrscheinlichkeit der Fehler zurück, auf welches die Methode der kleinsten Quadrate Anfangs gegründet wurde, und welches spätere Betrachtungen über die Willkür, welche das Gesetz der Fehler immer hat, wenn die Art ihrer Entstehung aus *einer* Ursache nicht bekannt ist, wieder aufzugeben veranlafsten.

Bessel.

Verzeichnifs meiner astronomischen Uhren, welche ich für beigesetzte Preise zu verkaufen beabsichtige.

		℔	Holl. Duc.
1.	Ein Regulator von *P. Befenschen* in Hannover in Mahagoni-Kasten mit Stiftengang und Quecksilber-Pendel. Geht einen Monat..... für	300	38
2.	Ein Regulator von *Lion* vor 10 Jahren in Hamburg gemacht, mit Stiftengang und Rostpendel von 5 stählernen und 4 messingenen Stangen mit Gewichten, 8tägig, mit Schlüssel aufzuziehen für.....	200	25
3.	Ein Regulator von *J. A. Libberts* in Hamburg mit Emaille-Zifferblatt, auf eine besondere Art eingerichtet, indem das Werk nur 3 Räder und 2 Getriebe hat; die Erfindung ist von Dr. *Franklin* in Philadelphia. 8tägig und mit Schnur zum Aufziehen und QuecksilberPendel für....	250	32
4.	Ein Regulator in Mahagoni-Kasten mit viereckigem Zifferblatt von *J. A. Libberts* in Hamburg. Mit Schlüssel aufzuziehen und Quecksilber-Pendel. *Grahams* Hacken. 8tägig. für	260	33
5.	Ein 8tägiger Box-Chronometer von *Levitt* Nr. 512 in einem Kasten, für.....	750	94
	Dieser Chronometer ist jetzt beim Uhrmacher *Lorentzen* in Altona, der ihn sehr lobt.		
6.	Ein alter Regulator von *J. Magellan* in Mahagoni-Kasten und mit Quecksilber-Pendel, auf Sternzeit ajustirt. *Grahams* Hacken. Mit Schlüssel aufzuziehen, für.....	200	25
	Ferner ein Gregorianisches 5füfsiges Teleskop mit Gestell für.....	200	25

Hamburg, Vorstadt St. Pauli hinter der Reeperbahn, im Monat Juli 1838.

Th. Blacker.

Inhalt.

(Beil. zu Nr. 357.) Schreiben Sr. Excellenz des Herrn würklichen StaatsRaths *v. Fuss*, Mitglieds und bestandigen Secretairs der Kaiserl. Academie der Wissenschaften in St. Petersburg, an den Herausgeber. p. 361.
Ukas an den dirigirenden Senat. p. 361.
Schreiben des Herrn *v. Boguslawski*, Directors der Breslauer Sternwarte, an den Herausgeber. p. 367.
(Nr. 358. 359.) Untersuchungen über die Wahrscheinlichkeit der Beobachtungen. Von Herrn Geheimen-Rath u. Ritter *Bessel*. p. 369.
Verzeichnifs von astronomischen Uhren, welche *Th. Blacker* für beigesetzte Preise zu verkaufen beabsichtigt. p. 403.

Altona 1838. October 4.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 360.

Ueber die Bestimmung des Punktes des Mondrandes, wo bei einer Sternbedeckung der Stern ein- und austritt.

Von Herrn Professor und Ritter *Hansen*,
Director der Seeberger Sternwarte.

Die astronomischen Ephemeriden, und unter diesen namentlich die *Encke*schen, sind unter andern auch für die Beobachtung von Sternbedeckungen für den praktischen Astronomen von unberechenbarem Nutzen. Namentlich leisten die *Encke*schen Ephemeriden durch die Aufnahme der *Bessel*schen Constanten für die Vorausberechnung der Sternbedeckungen dem Beobachter grofse Hülfe, indem sie ihn in den Stand setzen, mit wenig Mühe nicht nur die Ein- und Austrittszeiten, sondern auch den Ort des Mondrandes, wo der Ein- oder Austritt geschieht, bis auf sehr Weniges genau im voraus berechnen zu können. Wenn nun gleich diese Berechnung hinsichtlich der Ein- und Austrittszeiten alles erfüllt, was man wünschen kann, so läfst doch die aus derselben hervorgehende Bestimmung des Punktes des Mondrandes, wo die Erscheinung statt findet, noch etwas zu wünschen übrig. Durch Hülfe eines Winkels, welcher dort Q genannt wird, bestimmt man vom Declinationskreise, der durch den Stern gelegt wird, ausgehend den fraglichen Punkt des Mondrandes, aber diese Bestimmung ist in der Praxis deswegen mangelhaft, weil es, wenn man nicht an einem mit parallactischer Aufstellung versehenen Fernrohre beobachtet, oder wenn der Mond nicht im Meridiane steht, sehr schwer ist, die Lage des Declinationskreises sich zu vergegenwärtigen, und selbst wenn dieses möglich ist, doch der Winkel Q nur nach dem Augenmaafse geschätzt werden kann. Es ist jedoch vorzüglich für Austritte am hellen Mondrande von sehr wesentlichem Nutzen den fraglichen Punkt des Mondrandes im Voraus genau zu kennen, damit man die Aufmerksamkeit ungetheilt darauf richten könne; ja es läfst sich erwarten, dafs wenn dieses möglich gemacht wird, die Beobachtungen der Austritte am hellen Rande denen am dunklen Rande an Genauigkeit nicht nachstehen werden.

Um den fraglichen Punkt genau im Voraus zu bestimmen, giebt nun die vortreffliche *Beer-Mädler*sche Mondkarte ein Mittel an die Hand, welches nichts zu wünschen übrig läfst, sobald man sich in den Stand gesetzt sieht, die selenocentrische Lage des fraglichen Punktes im Voraus bequem berechnen zu können. Man lernt somit den Mondfleck kennen, an welchem der Stern hervortreten wird, und kann ihn bei der Beobachtung mit Sicherheit ins Auge fassen.

Diese Idee theilte der Herr Hofrath *Gauss* mir kürzlich mündlich mit und forderte mich auf, die Formeln für diesen Zweck zu entwickeln und zu publiciren. Indem ich hiemit dieser angenehmen Aufforderung Genüge leiste, spreche ich zugleich den Wunsch aus, dafs der Herr Professor *Encke* inskünftige die Data für diese Berechnung den schätzenswerthen Angaben seiner Ephemeriden hinzufügen möchte. Zufolge der Auflösung, die ich gefunden habe, ist in den Ephemeriden die Angabe von drei Constanten für jede Sternbedeckung aufser den bisherigen erforderlich, und diese Constanten werden, wie man weiter unten sehen wird, durch Auflösung eines schiefwinklichen sphärischen Dreiecks gefunden, ihre Berechnung erfordert also nur wenig Mühe. Weniger Mühe hat alsdann der Beobachter, um aus diesen Constanten und dem Winkel Q die selenocentrische Lage des Punktes des Mondrandes zu berechnen, wo der Ein- oder Austritt geschieht, denn er braucht nur ein rechtwinkliches sphärisches Dreieck aufzulösen.

1.

Seyen x, y, z die Coordinaten des Mittelpunktes des Mondes vom Mittelpunkte der Erde ausgehend so genommen, dafs die positive Axe der x im Aequator nach dem Frühlingsaequinox, die positive Axe des y nach 90° Grader Aufsteigung, und die positive Achse der z nach dem Nordpole gerichtet ist. Seyen ferner ξ, η, ζ die Coordinaten irgend eines Punktes E der Oberfläche der Erde vom Mittelpunkte derselben ausgehend, und jenen Coordinaten resp. parallel, ferner x', y', z' die Coordinaten irgend eines Punktes M der Mondoberfläche von dem Punkte E ausgehend, und jenen Coordinaten resp. parallel; endlich ξ', η', ζ' die auf den Mondmittelpunkt bezogenen, und jenen resp. parallelen Coordinaten des Punktes M. Somit haben wir sogleich die Gleichungen

$$x' = x - \xi + \xi'; \quad y' = y - \eta + \eta'; \quad z' = z - \zeta + \zeta'.$$

Digitized by Google

2.

Bezeichnen wir nun mit ξ'', η'', ζ'' andere auf den Mittelpunkt des Mondes bezogene Coordinaten des Punktes M, die solche Lage haben sollen, dafs die positive Axe die der ξ'' nach irgend einem Punkte des Mondaequators, dessen selenocentrische Länge λ ist, die positive Axe der η'' im Mondaequator nach dem Punkte, dessen selenocentrische Länge $90°+\lambda$ ist, und die positive Axe der ζ'' nach dem Nordpole des Mondaequators gerichtet ist, so haben wir

$$\begin{aligned}\xi' &= a\,\xi''+b\,\eta''+c\,\zeta''\\ \eta' &= a'\xi''+b'\eta''+c'\zeta''\\ \zeta' &= a''\xi'+b''\eta''+c''\zeta''\end{aligned}$$

Nennen wir aber Ω die Länge des aufsteigenden Knotens des Mondaequators auf dem Erdaequator, i die gegenseitige Neigung dieser beiden Aequatoren, und ψ den Bogen des Mondaequators von der positiven Axe der ξ'' bis zum aufsteigenden Knoten des Mondaequators auf dem Erdaequator, dann giebt die sphärische Trigonometrie

$$\begin{aligned}a &= \cos\Omega\cos\psi-\sin\Omega\sin\psi\cos i\\ b &= -\cos\Omega\sin\psi-\sin\Omega\cos\psi\cos i\\ c &= \sin\Omega\sin i\\ a' &= \sin\Omega\cos\psi+\cos\Omega\sin\psi\cos i\\ b' &= -\sin\Omega\sin\psi+\cos\Omega\cos\psi\cos i\\ c' &= -\cos\Omega\sin i\\ a'' &= \sin\psi\sin i\\ b'' &= \cos\psi\sin i\\ c'' &= \cos i\end{aligned}$$

3.

Sey nun

α, δ, r Grade Aufsteigung, Abweichung und Entfernung des Mondmittelpunktes in Beziehung auf den Erdmittelpunkt;

α', δ', r' Grade Aufsteigung, Abweichung und Entfernung des Punktes M in Beziehung auf den Punkt E;

μ, Φ, ρ Grade Aufsteigung, Abweichung und Entfernung des Punktes E in Beziehung auf den Erdmittelpunkt;

μ' der Winkel, den eine durch den Punkt M und der Rotationsaxe des Mondes gelegte Ebene mit der Ebene der $\xi''\zeta''$ macht;

Φ' der Winkel, den die von dem Punkte M nach dem Mondmittelpunkte gezogene Linie mit der Ebene der $\xi''\eta''$ macht, oder mit anderen Worten Φ' die selenocentrische Polhöhe des Punktes M;

ρ' der Halbmesser des Mondkörpers;

Dann haben wir

$$\begin{aligned}x &= r\cos\delta\cos\alpha & x' &= r'\cos\delta'\cos\alpha'\\ y &= r\cos\delta\sin\alpha & y' &= r'\cos\delta'\sin\alpha'\\ z &= r\sin\delta & z' &= r'\sin\delta'\\ \xi &= \rho\cos\Phi\cos\mu & \xi'' &= \rho'\cos\Phi'\cos\mu'\\ \eta &= \rho\cos\Phi\sin\mu & \eta'' &= \rho'\cos\Phi'\sin\mu'\\ \zeta &= \rho\sin\Phi & \zeta'' &= \rho'\sin\Phi'\end{aligned}$$

Substituiren wir diese Werthe der Coordinaten, so wie die Ausdrücke des vorigen Artikels in die Gleichungen des Art. 1, so ergiebt sich

$$\begin{aligned}r'\cos\delta'\cos\alpha' &= r\cos\delta\cos\alpha-\rho\cos\Phi\cos\mu+\rho'\cos\Phi'\cos\Omega\cos(\mu'+\psi)-\rho'\cos\Phi'\sin\Omega\sin(\mu'+\psi)\cos i+\rho'\sin\Phi'\sin\Omega\sin i\\ r'\cos\delta'\sin\alpha' &= r\cos\delta\sin\alpha-\rho\cos\Phi\sin\mu+\rho'\cos\Phi'\sin\Omega\cos(\mu'+\psi)+\rho'\cos\Phi'\cos\Omega\sin(\mu'+\psi)\cos i-\rho'\sin\Phi'\cos\Omega\sin i\\ r'\sin\delta' &= r\sin\delta-\rho\sin\Phi+\rho'\cos\Phi'\sin(\mu'+\psi)\sin i+\rho'\sin\Phi'\cos i\end{aligned}$$

Um den Bogen $\mu'+\psi$ zu erklären, sey ν die vom Frühlingsaequinox an gerechnete selenocentrische Länge des Punktes M, dann haben wir, vermöge der Eigenschaft, dafs der aufsteigende Knoten des Mondaequators auf der Ecliptik immer mit dem absteigenden Knoten der Mondbahn auf der Ecliptik zusammenfällt, den Bogen des Mondaequators von dem Durchschnitte des durch M gehenden Declinationskreises an bis zu dem aufsteigenden Knoten des Mondaequators mit der Ecliptik $=\nu-\Theta+180°$, wenn Θ die Länge des aufsteigenden Knotens der Mondbahn auf der Ecliptik bedeutet. Nennen wir nun Δ den Bogen des Mondaequators von dem aufsteigenden Knoten dieser Ebene mit der Ecliptik an bis zu dem aufsteigenden Knoten derselben Ebene mit dem Erdaequator, so erhalten wir den Bogen des Mondaequators von dem Punkte ν an bis zum aufsteigenden Knoten des Mondaequators mit dem Erdaequator $=\nu-\Theta+180°+\Delta$. Aber dieser Bogen ist zufolge der vorhergehenden Erklärungen gleich der Summe der Bögen μ' und ψ, wir haben also

$$\mu'+\psi = \nu-\Theta+180°+\Delta.$$

Es ist jedoch zweckmäfsiger, die selenocentrischen Längen von dem Punkte des Mondaequators an zu zählen, welcher der Erde zugekehrt die Mitte der Mondscheibe einnimmt, wenn die Librationen Null sind, und so ist es auch auf der *Beer-Mädlerschen* Mondkarte geschehen; wir müssen daher die Länge ν auf diesen Anfangspunkt reduciren. Nennen wir von diesem mittleren Mittelpunkte der Mondscheibe an gezählt, positiv nach Westen und negativ nach Osten für das unbewaffnete Auge, L die Länge des Punktes M, so haben wir in Folge der gleichförmigen Rotationsbewegung des Mondes und der Identität seiner Rotationszeit mit seiner Umlaufszeit um die Erde, $\nu = L+l+180°$, wenn l die mittlere Mondlänge bedeutet, und somit ergiebt sich endlich

$$\mu'+\psi = L+l-\Theta+\Delta$$

4.

Die Formeln des vorigen Artikels geben, wenn die Lage irgend eines Punktes M der Mondoberfläche, das heifst Φ' und L

Digitized by Google

gegeben sind, die Grade Aufsteigung α', die Abweichung δ' und die Entfernung r' dieses Punktes in Beziehung auf irgend einen gegebenen Punkt E der Oberfläche der Erde und für irgend eine gegebene Zeit. Sie geben aber auch, wenn sie demgemäfs aufgelöst werden, den Punkt M der Mondoberfläche, welcher von irgend einem gegebenen Punkte E der Erdoberfläche aus zu einer gegebenen Zeit irgend einem gegebenen, durch α', δ' bezeichneten Punkte der Himmelskugel entspricht, sie geben folglich auch den Punkt der Oberfläche des Mondes, welcher dem Ein- oder Austritte eines Sterns entspricht, wenn wir mit α' und δ' die Grade Aufsteigung und Abweichung dieses Sterns bezeichnen, und übrigens den in diesen Formeln vorkommenden Gröfsen die Bedingung unterlegen, dafs die Linie von dem Punkte E nach dem Punkte M, das ist die Gesichtslinie von dem Auge des Beobachters nach dem Punkte α', δ' die Mondkugel tangire.

Die Formeln, welche diese Bedingung ausdrücken, entnehme ich aus meiner in Nr. 339—42 abgedruckten Abhandlung über die Verfinsterungen auf der Erde überhaupt. Beschränken wir die dortigen Formeln auf Sternbedeckungen, so wird $a = \alpha'$, $d = \delta'$, $u = \rho'$, und da dort $r_1^2 = u^2 + z_1^2$ ist, so wird $z_1 = \sqrt{(r_1^2 - u^2)} = r'$. Hiemit geben die Gleichungen (9) und die dritte Gleichung (4) der genannten Abhandlung in folgende über:

$$\begin{aligned}
\rho' \sin\theta &= -r\cos\delta\sin(\alpha-\alpha') + \rho\cos\Phi\sin(\mu-\alpha') \\
\rho'\cos\theta &= r\sin\delta\cos\delta' - r\cos\delta\sin\delta'\cos(\alpha-\alpha') - \rho\sin\Phi\cos\delta' + \rho\cos\Phi\sin\delta'\cos(\mu-\alpha') \\
r' &= r\sin\delta\sin\delta' + r\cos\delta\cos\delta'\cos(\alpha-\alpha') - \rho\sin\Phi\sin\delta' - \rho\cos\Phi\cos\delta'\cos(\mu-\alpha')
\end{aligned}$$

wo θ der Winkel ist, den der durch den Ort des Sterns gelegte Declinationskreis mit dem durch den Ort des Sterns und dem Mittelpunkte des Mondes gelegten gröfsten Kreise macht. Dieser Winkel ist so gezählt, dafs er Null ist, wenn, während diese beiden Kreise zusammenfallen, der Mondmittelpunkt nördlich vom Stern ist, von dieser Stellung ausgehend wächst er, wenn der Mittelpunkt des Mondes sich westlich von jenem Declinationskreise entfernt.

5.

Multipliciren wir nun die erste der in Art. 3 entwickelten Gleichungen mit $-\sin\alpha'$, die zweite mit $\cos\alpha'$, und addiren sie; multipliciren wir dann die erste mit $\cos\alpha'$, die zweite mit $\sin\alpha'$, und addiren sie, so erhalten wir

$$\begin{aligned}
0 &= r\cos\delta\sin(\alpha-\alpha) - \rho\cos\Phi\sin(\mu-\alpha) + \rho'\cos\Phi'\sin(\Omega-\alpha)\cos(\mu'+\psi) + \rho'\cos\varphi'\cos(\Omega-\alpha)\sin(\mu'+\psi)\cos i - \rho'\sin\varphi'\cos(\Omega-\alpha)\sin i \\
r'\cos\delta' &= r\cos\delta\cos(\alpha-\alpha) - \rho\cos\Phi\cos(\mu-\alpha) + \rho'\cos\Phi'\cos(\Omega-\alpha)\cos(\mu'+\psi) - \rho'\cos\varphi'\sin(\Omega-\alpha)\sin(\mu'+\psi)\cos i + \rho'\sin\varphi'\sin(\Omega-\alpha)\sin i \\
r'\sin\delta' &= r\sin\delta \qquad - \rho\sin\Phi \qquad + \rho'\cos\varphi'\sin(\mu'+\psi)\sin i + \rho'\sin\varphi'\cos i
\end{aligned}$$

Multipliciren wir ferner die zweite Gleichung des Art. 4 mit $-\sin\delta'$, die dritte mit $\cos\delta'$, und addiren sie; multipliciren wir endlich die zweite dieser Gleichungen mit $\cos\delta'$, die dritte mit $\sin\delta'$, und addiren sie, dann geben diese Gleichungen in folgende über:

$$\begin{aligned}
\rho'\sin\theta &= -r\cos\delta\sin(\alpha-\alpha') + \rho\cos\Phi\sin(\mu-\alpha') \\
r'\cos\delta' - \rho'\sin\delta'\cos\theta &= r\cos\delta\cos(\alpha-\alpha') - \rho\cos\Phi\cos(\mu-\alpha') \\
r'\sin\delta' + \rho'\cos\delta'\cos\theta &= r\sin\delta - \rho\sin\Phi
\end{aligned}$$

Die Verbindung dieser Gleichungen mit den vorhergehenden giebt sogleich

$$\begin{aligned}
\sin\theta &= \cos\Phi'\sin(\Omega-\alpha')\cos(\mu'+\psi) + \cos\varphi'\cos(\Omega-\alpha')\sin(\mu'+\psi)\cos i - \sin\varphi'\cos(\Omega-\alpha')\sin i \\
\sin\delta'\cos\theta &= \cos\Phi'\cos(\Omega-\alpha')\cos(\mu'+\psi) - \cos\varphi'\sin(\Omega-\alpha')\sin(\mu'+\psi)\cos i + \sin\varphi'\sin(\Omega-\alpha')\sin i \\
-\cos\delta'\cos\theta &= \cos\varphi'\sin(\mu'+\psi)\sin i + \sin\varphi'\cos i
\end{aligned}$$

und hieraus erhalten wir durch Multiplicationen mit $\sin(\Omega-\alpha')$, $\cos(\Omega-\alpha')$, $\sin i$ und $\cos i$ ohne Mühe

$$\begin{aligned}
\cos\Phi'\cos(\mu'+\psi) &= \sin(\Omega-\alpha')\sin\theta + \sin\delta'\cos(\Omega-\alpha')\cos\theta \\
\cos\Phi'\sin(\mu'+\psi) &= \cos(\Omega-\alpha')\cos i\sin\theta - \left\{\cos\delta'\sin i + \sin\delta'\cos i\sin(\Omega-\alpha')\right\}\cos\theta \\
\sin\Phi' &= -\cos(\Omega-\alpha')\sin i\sin\theta - \left\{\cos\delta'\cos i - \sin\delta'\sin i\sin(\Omega-\alpha')\right\}\cos\theta
\end{aligned}$$

welche die Auflösung unserer Aufgabe enthalten.

6.

In den eben gefundenen Gleichungen ist θ die einzige Gröfse, die von der Lage des Beobachtungsortes abhängt. Die Coefficienten von $\sin\theta$ und $\cos\theta$ sind nur von der Lage des Mondaequators und dem Orte des bedeckten Sterns abhängig, sie können also in den astronomischen Ephemeriden für jede Sternbedeckung ein für allemal angegeben werden, und wenn dieses geschehen ist, ist es für jeden Beobachter, welcher ohnehin die Ein- und Austrittszeiten für seinen Beobachtungsort, und somit auch den Winkel θ berechnet ein Leichtes vermittelst der eben gefundenen Formeln den Punkt der Mondoberfläche zu berechnen, wo der Ein- oder Austritt statt findet, und sich diesen vermittelst der *Beer-Mädler*schen Mondkarte zu vergegenwärtigen.

In den vorstehenden Formeln sind sechs Constanten enthalten und die in dem Bogen $\mu' + \psi$ enthaltenen bekannten Gröfsen fügen diesen noch eine siebente Constante hinzu; ich werde aber jetzt zeigen, dafs sich diese auf drei Constanten

Digitized by Google

zurückführen lassen. Diese Reduction liefse sich leicht durch rein analytische Betrachtungen ausführen, ich werde indefs, weil dieses etwas kürzer zum Ziele führt, einige geometrische Betrachtungen anwenden. Die Coefficienten $\cos(\Omega_0-\alpha')\sin i$ und $\cos\delta'\cos i-\sin\delta'\sin i\sin(\Omega_0-\alpha')$ zeigen sogleich, dafs i, $90-\delta'$ und $90°-(\Omega_0-\alpha')$ zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel eines sphärischen Dreiecks sind. Wenn wir daher die übrigen Stücke dieses Dreiecks $90°-\varphi_1$, $-(\mu_1+\psi)$ und c nennen, so dafs den Seiten i, $90°-\delta'$, $90°-\varphi_1$ resp. die Winkel c, $-(\mu_1+\psi)$, $90°-(\Omega_0-\alpha')$ gegenüber liegen, so giebt uns die sphärische Trigonometrie sogleich

$$\begin{aligned}
\cos\varphi_1\sin c &= \sin i\cos(\Omega_0-\alpha')\\
\cos\varphi_1\cos c &= \cos\delta'\cos i-\sin\delta'\sin i\sin(\Omega_0-\alpha')\\
\sin\varphi_1 &= \sin\delta'\cos i+\cos\delta'\sin i\sin(\Omega_0-\alpha')\\
-\cos(\mu_1+\psi)\cos c-\sin(\mu_1+\psi)\sin c\sin\varphi_1 &= \sin(\Omega_0-\alpha')\\
\cos(\mu_1+\psi)\sin c-\sin(\mu_1+\psi)\cos c\sin\varphi_1 &= \cos(\Omega_0-\alpha')\sin\delta'\\
-\sin(\mu_1+\psi)\cos c+\cos(\mu_1+\psi)\sin c\sin\varphi_1 &= \cos(\Omega_0-\alpha')\cos i\\
\cos\delta'\cos(\Omega_0-\alpha') &= -\sin(\mu_1+\psi)\cos\varphi_1\\
\sin i\cos(\Omega_0-\alpha) &= \sin c\cos\varphi_1.
\end{aligned}$$

Multipliciren wir die dritte dieser Gleichungen mit $\sin(\Omega_0-\alpha)$, dann erhalten wir nach einer leichten Umstellung

$$\sin\varphi_1\sin(\Omega_0-\alpha')+\cos\delta'\cos(\Omega_0-\alpha').\sin i\cos(\Omega_0-\alpha') = \cos\delta'\sin i+\sin\delta'\cos i\sin(\Omega_0-\alpha)$$

Substituiren wir nun in das erste Glied der linken Seite dieser Gleichung für $\sin(\Omega_0-\alpha')$ seinen Werth aus der vorstehenden vierten Gleichung, und für die beiden Factoren, aus welchen das zweite Glied der linken Seite besteht, ihre Werthe aus den beiden letzten vorstehenden Gleichungen, so ergiebt sich sogleich

$$-\sin(\mu_1+\psi)\sin c-\cos(\mu_1+\psi)\cos c\sin\varphi_1 = \cos\delta'\sin i+\sin\delta'\cos i\sin(\Omega_0-\alpha')$$

Hiemit gehen die letzten Gleichungen des vorigen Artikels sogleich in folgende über

$$\begin{aligned}
\cos\varphi'\cos(\mu'+\psi) &= -\cos(\mu_1+\psi)\sin(\theta-c)-\sin(\mu_1+\psi)\sin\varphi_1\cos(\theta-c)\\
\cos\varphi'\sin(\mu'+\psi) &= -\sin(\mu_1+\psi)\sin(\theta-c)+\cos(\mu_1+\psi)\sin\varphi_1\cos(\theta-c)\\
\sin\varphi' &= -\cos\varphi_1\cos(\theta-c)
\end{aligned}$$

und diese verwandelt man leicht in folgende

$$\begin{aligned}
\cos\varphi'\sin(\mu'-\mu_1) &= \sin\varphi_1\cos(\theta-c)\\
\cos\varphi'\cos(\mu'-\mu_1) &= -\sin(\theta-c)\\
\sin\varphi' &= -\cos\varphi_1\cos(\theta-c)
\end{aligned}$$

Nehmen wir nun an, dafs

$$\mu_1+\psi = L_1+l-\Theta+\Delta$$

sey, so haben wir

$$\mu'-\mu_1 = L-L_1$$

und die vorstehenden Formeln gehen in folgende über

$$(A)\ldots\ldots\begin{cases}\cot g\,\varphi'\sin(L-L_1) = -\operatorname{tg}\varphi_1\\ \cot g\,\varphi'\cos(L-L_1) = \sec\varphi_1\operatorname{tg}(\theta-c)\end{cases}$$

wo zu bemerken ist, dafs φ' positiv genommen werden mufs, wenn $\theta-c$ im zweiten oder dritten Quadranten, hingegen φ' negativ genommen werden mufs, wenn $\theta-c$ im ersten oder vierten Quadranten liegt.

7.

Die Gleichungen (A) des vorigen Artikels geben jedem Beobachter mit geringer Mühe die selenocentrische Position des Punktes des Mondrandes, wo der bedeckte Stern ein- oder austritt, wenn in den Ephemeriden für jede Sternbedeckung die drei Gröfsen

$$L_1,\quad \varphi_1 \text{ und } c$$

angegeben werden. Aus der Betrachtung des im vorigen Artikel erwähnten sphärischen Dreiecks haben wir für die Berechnung dieser Gröfsen sogleich die Formeln

$$\begin{aligned}
\cos\varphi_1\sin M &= -\cos\delta'\cos(\Omega_0-\alpha')\\
\cos\varphi_1\cos M &= \sin\delta'\sin i-\cos\delta'\cos i\sin(\Omega_0-\alpha')\\
\sin\varphi_1 &= \sin\delta'\cos i+\cos\delta'\sin i\sin(\Omega_0-\alpha')\\
\sin c &= -\frac{\sin i\sin M}{\cos\delta'}
\end{aligned}$$

wo M für $\mu_1+\psi$ geschrieben ist. Da der Winkel c nie grofs werden kann, so kann man ihn immer mit hinreichender Sicherheit durch seinen Sinus berechnen. Man kann für die Berechnung dieser Gröfsen auch die *Gaussischen* Formeln anwenden. Dasselbe eben erwähnte sphärische Dreieck giebt auch

$$\begin{aligned}
\sin(45°-\tfrac{1}{2}\varphi_1)\sin\tfrac{1}{2}(c+M) &= -\sin(45°+\tfrac{1}{2}(\Omega_0-\alpha'))\cos(45°+\tfrac{1}{2}(\delta'+i))\\
\sin(45°-\tfrac{1}{2}\varphi_1)\cos\tfrac{1}{2}(c+M) &= \cos(45°+\tfrac{1}{2}(\Omega_0-\alpha'))\cos(45°+\tfrac{1}{2}(\delta'+i))\\
\cos(45°-\tfrac{1}{2}\varphi_1)\sin\tfrac{1}{2}(c-M) &= \sin(45°+\tfrac{1}{2}(\Omega_0-\alpha'))\sin(45°+\tfrac{1}{2}(\delta'+i))\\
\cos(45°-\tfrac{1}{2}\varphi_1)\cos\tfrac{1}{2}(c-M) &= \cos(45°+\tfrac{1}{2}(\Omega_0-\alpha'))\sin(45°+\tfrac{1}{2}(\delta'-i))
\end{aligned}$$

Digitized by Google

$\varphi_,$ wird immer innerhalb der Grenzen $-90°$ und $+90°$ genommen. Aus M haben wir $L_,$ durch folgende Formel

$$L_, = M - l + (\Theta - \Delta)$$

Da während der Dauer einer Sternbedeckung Ω und i sich sehr wenig ändern, so können $\varphi_,$, c und M unbedenklich als constant angesehen werden, und eben so verhält es sich mit $\Theta - \Delta$; die Gröfse $L_,$ ändert sich aber mehr, weil sie von der mittleren Mondlänge abhängt. Da aber l sich der Zeit proportional ändert, so ist die Veränderung von $L_,$ sehr leicht zu berücksichtigen, sobald der Zeitpunkt, für welchen der berechnete Werth derselben gilt, angegeben wird. Am zweckmäfsigsten ist es, $L_,$ für dieselbe Epoche, auf welche sich die übrigen, für die Vorausberechnung der Zeitmomente einer Sternbedeckung, nöthigen Constanten beziehen, zu berechnen. Die stündliche Veränderung von $L_,$ kann ein für allemal angeführt werden, damit man nicht nöthig habe, diese aus den Mondtafeln zu entnehmen.

Ich habe im Vorhergehenden den Winkel θ, den ich bei Vorausberechnungen von Sternbedeckungen immer anwende, eingeführt; will man statt dessen den Winkel Q, den *Encke* nach *Bessel* in seinen Ephemeriden zu berechnen lehrt, gebrauchen, so dient die Bemerkung, dafs immer $\theta = 180° - Q$ ist, Führt man diesen Werth in die Gleichungen (A) ein, so ergiebt sich

$$\begin{aligned} \cot g\,\varphi' \sin(L - L_,) &= -tg\,\varphi, \\ \cot g\,\varphi' \cos(L - L_,) &= -\sec\varphi, tg\,(Q + c) \end{aligned}$$

bei deren Anwendung φ' positiv genommen werden mufs, wenn $Q + c$ im ersten oder vierten Quadranten, φ' hingegen negativ genommen werden mufs, wenn $Q + c$ im zweiten oder dritten Quadranten liegt.

Die Länge L ist, weil der fragliche Punkt immer dem mittleren Mondrande nahe ist, auf der Mondkarte manchmal schwer zu bestimmen, und es kann daher, besonders wenn φ' absolut genommen grofs ist, zweckmäfsig seyn, dafür den Bogen des gröfsten Kreises zu wählen, welcher den mittleren Mittelpunkt der Mondscheibe mit dem fraglichen Punkt verbindet. Nennt man diesen Bogen R, so ist

$$\cos R = \cos\varphi' \cos L$$

und R kann durch diese Formel immer sicher bestimmt werden, da dieser Bogen sich nie beträchtlich von $90°$ entfernt. Mehrstentheils ist aber eigentlich die Berechnung der Polhöhe φ' hinreichend, man kann diese aber, wenn sie grofs ist, nicht genau berechnen, ohne zuvor den Bogen $L - L_,$ berechnet zu haben.

Ich erwähne beiläufig, dafs sich aus den Formeln des Art. 3 auch die Librationen des Mondes auf einfache Art ableiten lassen, und dafs die Berechnung derselben für irgend einen Punkt der Oberfläche der Erde von drei Constanten abhängig ist, die nur aus Gröfsen, die sich auf den Mittelpunkt der Erde beziehen, zusammengesetzt sind.

Die hier vorkommenden Gröfsen i, Ω und Δ sind übrigens ganz dieselben, die *Encke* in den letzten Bänden seines Jahrbuches unter der Ueberschrift i, Ω' und Δ' gegeben hat. Sie hängen von folgenden Gleichungen ab, worin s die Schiefe der Ecliptik, und I die Neigung des Mondaequators gegen die Ecliptik bedeutet.

$$\begin{aligned} \sin\tfrac{1}{2}(\Delta - \Omega)\sin\tfrac{1}{2}i &= \sin\tfrac{1}{2}(s - I)\cos\tfrac{1}{2}\Theta \\ \cos\tfrac{1}{2}(\Delta - \Omega)\sin\tfrac{1}{2}i &= -\sin\tfrac{1}{2}(s + I)\sin\tfrac{1}{2}\Theta \\ \sin\tfrac{1}{2}(\Delta + \Omega)\cos\tfrac{1}{2}i &= \cos\tfrac{1}{2}(s - I)\cos\tfrac{1}{2}\Theta \\ \cos\tfrac{1}{2}(\Delta + \Omega)\cos\tfrac{1}{2}i &= \cos\tfrac{1}{2}(s + I)\sin\tfrac{1}{2}\Theta. \end{aligned}$$

8.

Um eine Anwendung der obigen Formeln zu geben, habe ich zuvörderst die Constanten für die im *Encke*schen Jahrbuche angekündigten Sternbedeckungen des Monats September dieses Jahres berechnet, und werde die Constanten für die Bedeckungen der übrigen Monate dieses Jahrs nachfolgen lassen,

1838.

			$\varphi_,$	$L_,$	c
Sept. 2.	43 x	Capric.	$-5°53'$	$86°28'$	$+17°41'$
3.	70	Aquarii	$-3\ 26$	$87\ 50$	$+20\ 42$
4.	20	nPiscium	$-1\ 37$	$89\ 52$	$+21\ 55$
5.	44	t ———	$-0\ 46$	$92\ 7$	$+21\ 55$
7.	27	ψ Arietis	$+3\ 31$	$95\ 14$	$+17\ 42$
8.	58	ζ ———	$+3\ 55$	$96\ 45$	$+14\ 54$
—	66	———	$+4\ 54$	$96\ 27$	$+13\ 57$
9.	59	χ Tauri	$+5\ 18$	$97\ 38$	$+9\ 39$
12.	47	Gemin.	$+5\ 50$	$97\ 37$	$-5\ 50$
13.	19	λ Cancri	$+5\ 42$	$97\ 2$	$-11\ 51$
30.	50	Aquarii	$-4\ 8$	$85\ 8$	$+19\ 45$

NB. Die Constante $L_,$ gilt für die in der *Encke*schen Ephemeride der Sternbedeckungen angeführte Zeitepoche T. Die Veränderung von $L_,$ ist $= -32'9$ für jede mittlere Stunde nach dieser Epoche.

Da die Anwendung dieser Constanten so sehr einfach ist, so wird wohl nicht nöthig seyn, diese durch ein Beispiel zu erläutern.

Seeberg 1838. Aug. 20.

Hansen.

Digitized by Google

Constanten zur Berechnung der selenographischen Lage des Punktes, wo die vom Monde bedeckten Sterne ein- und austreten, für die Monate October, November und December des Jahres 1838.

Von Herrn Professor und Ritter *Hansen*,
Director der Seeberger Sternwarte.

1838.		φ_1	L_1	o
Octbr. 2.	(270) Piscium	− 1° 6′	89° 4′	+ 21° 58′
—	(33) ———	− 0 16	89 1	+ 21 57
3.	(252) ———	+ 0 20	91 19	+ 21 23
8.	(236) Tauri	+ 5 59	98 13	+ 1 43
10.	2 ω^1 Cancri	+ 6 6	98 5	− 10 11
—	4 ω^2 ——	+ 5 58	98 12	− 10 18
25.	60 a Sagittarii	− 6 47	82 50	+ 10 1
28.	70 Aquarii	− 3 22	85 0	+ 20 39
29.	20 n Piscium	− 1 33	86 28	+ 21 54
30.	44 t ———	− 0 40	88 33	+ 21 56
Novbr. 1.	19 Arietis	+ 2 34	92 12	+ 18 41
—	27 ψ —	+ 3 36	92 6	+ 17 43
2.	58 ζ Arietis	+ 3 59	94 7	+ 14 57
—	q Tauri	+ 4 54	93 49	+ 13 22
3.	59 χ Tauri	+ 5 20	95 50	+ 9 43
4.	(136) Aurigae	+ 5 47	97 2	+ 3 9
—	(236) Tauri	+ 6 0	96 18	+ 1 45
5.	49 c Aurigae	+ 6 17	96 49	− 2 24
—	25 Gemin.	+ 6 33	97 36	− 2 59
6.	76 c ——	+ 5 49	97 39	− 8 42
9.	37 Leonis	+ 3 36	95 56	− 19 22
10.	Martis Centrum	+ 2 29	94 41	− 20 0
—	63 χ Leonis	+ 1 51	94 5	− 21 7
24.	50 Aquarii	− 4 4	85 31	+ 19 43
—	(2961) Aquarii	− 3 58	85 13	+ 19 57
26.	(270) Piscium	− 1 1	87 32	+ 21 58
—	(33) ———	− 0 11	87 0	+ 21 58
27.	(252) ———	+ 0 25	88 52	+ 21 25
30.	59 χ Tauri	+ 5 21	93 17	+ 9 44
Decbr. 2.	136 C Tauri	+ 5 38	93 50	+ 1 34
—	(287) Aurigae	+ 5 35	96 4	+ 0 50
3.	47 Gemin.	+ 5 49	96 41	− 5 45
8.	89 H Leonis	+ 0 30	92 43	− 21 44
14.	(265) m Scorpii	− 6 34	86 19	− 11 1
20.	28 φ Capricorni	− 5 34	85 53	+ 15 51
22.	85 h^3 Aquarii	− 2 25	86 59	+ 21 9
25.	102 π Piscium	+ 2 30	89 56	+ 20 19
26.	27 ψ Arietis	+ 3 39	91 11	+ 17 48
27.	66 ———	+ 4 59	92 20	+ 14 4
—	9 Tauri	+ 4 56	92 2	+ 13 26
—	23 d Plejadum	+ 5 12	91 50	+ 12 44
—	25 η Tauri	+ 5 18	91 31	+ 12 38
—	27 f Plejadum	+ 5 10	91 53	+ 12 31
—	28 h ———	+ 5 15	91 55	+ 12 31
28.	59 χ Tauri	+ 5 22	93 29	+ 9 47
29.	(136) Aurigae	+ 5 47	94 29	+ 3 5
—	(236) Tauri	+ 6 0	93 50	+ 1 49
—	136 C ——	+ 5 39	93 46	+ 1 36
—	(287) Aurigae	+ 5 34	93 57	+ 0 53
31	76 c Gemin.	+ 5 47	97 14	− 8 37

Die Constante L_1 gilt für die in der *Enckeschen* Ephemeride der Sternbedeckungen T genannte Zeit, und ihre Veränderung ist für jede Stunde nach dieser Epoche $= -32'9$.

Die Planetenbedeckungen können fast immer und vielleicht immer auf gleiche Art wie die Bedeckungen der Fixsterne behandelt werden, da es aber doch wünschenswerth seyn möchte, die Lage des Austrittspunktes genau berechnen zu können, so habe ich dieses Problem auch für den Fall aufgelöst, wo das entferntere Gestirn Parallaxe und Durchmesser zeigt.

Die Gleichungen (9) und die dritte Gleichung (4) meiner in Nr. 339—342 abgedruckten Abhandlung, nemlich die folgenden

$$\begin{aligned} \gamma_1 \sin\delta &= -r\cos\delta\sin(\alpha-a) + \rho\cos\varphi\sin(\mu-a)\\ \gamma_1\cos\delta &= r\sin\delta\cos d - r\cos\delta\sin d\cos(\alpha-a) - \rho\sin\varphi\cos d\\ &\qquad + \rho\cos\varphi\sin d\cos(\mu-a)\\ z_1 &= r\sin\delta\sin d + r\cos\delta\cos d\cos(\alpha-a) - \rho\sin\varphi\sin d\\ &\qquad - \rho\cos\varphi\cos d\cos(\mu-a) \end{aligned}$$

verbinden den von dem Punkte E der Oberfläche der Erde aus gesehenen Ort des Mittelpunktes des Mondes mit dem Punkte (a, d) der Himmelskugel durch einen gröfsten Kreis, dessen Lage gegen den durch den Punkt (a, d) gehenden Declinationskreis durch den Winkel δ bestimmt wird. Wenn wir in diese Gleichung für die auf den Punkt E bezogenen Coordinaten γ_1, z_1 und für die auf den Mittelpunkt der Erde bezogene Grade Aufsteigung α, Abweichung δ, und Entfernung r des Mittelpunktes des Mondes die homologen Coordinaten, Grade Aufsteigung, Abweichung und Entfernung irgend eines andern Punktes desselben gröfsten Kreises substituiren, so verbinden dieselben Gleichungen diesen Punkt mit dem Punkte (a, d). Auf demselben gröfsten Kreise liegt der vom Punkte E aus gesehene Mittelpunkt des entfernteren Gestirns, und folglich liegt auch der scheinbare Berührungspunkt beider Gestirne auf diesem gröfsten Kreise. Nennen wir nun die auf den Punkt E bezogenen Coordinaten dieses Berührungspunktes X, Y, Z, die gleichfalls auf den Punkt E bezogene Grade Aufsteigung und Abweichung desselben Punktes α' und δ', und seine Entfernung vom Punkte E ... r', so müssen wir, wie leicht zu erkennen ist, nach der Substitution dieser Gröfsen in die obigen Gleichungen, die von dem Radius ρ der Erde abhängigen Glieder weglassen. Wir haben also für den scheinbaren Berührungspunkt

$$\begin{aligned} Y\sin\delta &= -r'\cos\delta'\sin(\alpha'-a)\\ Y\cos\delta &= r'\sin\delta'\cos d - r'\cos\delta'\sin d\cos(\alpha'-a)\\ Z &= r'\sin\delta'\sin d + r'\cos\delta'\cos d\cos(\alpha'-a) \end{aligned}$$

Ziehen wir diese Gleichungen von den obigen ab, so ergiebt sich

Digitized by Google

$$\left.\begin{aligned}(Y-y_1)\sin\vartheta &= -r'\cos\delta'\sin(\alpha'-a)+r\cos\delta\sin(\alpha-a)-\rho\cos\Phi\sin(\mu-a)\\ (Y-y_1)\cos\vartheta &= [r'\sin\delta'-r\sin\delta+\rho\sin\Phi]\cos d-[r'\cos\delta'\cos(\alpha'-a)-r\cos\delta\cos(\alpha-a)+\rho\cos\Phi\cos(\mu-a)]\sin d\\ Z-z_1 &= [r'\sin\delta'-r\sin\delta+\rho\sin\Phi]\sin d+[r'\cos\delta'\cos(\alpha'-a)-r\cos\delta\cos(\alpha-a)+\rho\cos\Phi\cos(\mu-a)]\cos d\end{aligned}\right\}\ldots(1)$$

Nennen wir wie in meinem vorigen Aufsatze den Radius der Mondkugel ρ', so haben wir (S. Nr. 339 Art. 4)

$$(2)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots y_1=\rho'\sec f+z_1\operatorname{tg}f$$

und dieselbe Gleichung verbindet auch die Coordinaten Y und Z mit einander, wenn wir $\rho'=0$ machen, denn wenn wir den Halbmesser der Mondkugel gleich Null machen, fällt der scheinbare Berührungspunkt derselben und des entfernteren Gestirns mit dem Mittelpunkte der Mondkugel zusammen, und die übrigen durch die vorstehenden Gleichungen bedingten Umstände bleiben die nemlichen, wenn wir den Radius des entfernteren Gestirns um so viel vergrößern, wie wir den Mondradius verkleinert haben, das ist, wenn wir den Mondradius zum Radius des entfernteren Gestirns addirt uns denken *). Wir haben also

$$Y=Z\operatorname{tg}f$$

und die Gleichungen $x_1=0$, $x_1'=0$ (S. Nr. 339 Art. 4) geben $X=0$. Diese beiden Gleichungen zwischen X, Y, Z sind die Gleichungen der vom Punkte E an die Mondkugel am Berührungspunkt des entfernteren Gestirns gezogene Tangente. Verbinden wir diese Gleichungen mit der Gleichung der Mondkugel selbst, das ist mit

$$X^2+(Y-y_1)^2+(Z-z_1)=\rho'^2$$

dann bekommen wir durch Zuziehung der Gleichung (2) ohne Mühe

$$Z-z_1=\rho'\sin f;\quad Y-y_1=-\rho'\cos f$$

Substituiren wir diese Werthe von $Y-y_1$ und $Z-z_1$ in die Gleichungen (1), und multipliciren diese dann beziehungsweise mit $\sin d$ und $\cos d$, dann ergiebt sich

$$\begin{aligned}\rho'\cos f\sin\vartheta &= r'\cos\delta'\sin(\alpha'-a)-r\cos\delta\sin(\alpha-a)+\rho\cos\Phi\sin(\mu-a)\\ \rho'\sin f\cos d+\rho'\cos f\sin d\cos\vartheta &= r'\cos\delta'\cos(\alpha'-a)-r\cos\delta\cos(\alpha-a)+\rho\cos\Phi\cos(\mu-a)\\ \rho'\sin f\sin d-\rho'\cos f\cos d\cos\vartheta &= r'\sin\delta'-r\sin\delta+\rho\sin\Phi\end{aligned}$$

Gehen wir nun zu den Gleichungen des Art. 3 meines vorigen Aufsatzes über diese Aufgabe über. Multipliciren wir die erste dieser Gleichungen mit $-\sin a$, die zweite mit $\cos a$, und addiren; multipliciren wir dann die erste mit $\cos a$, die zweite mit $\sin a$, und addiren, dann gehen sie in folgende über

$$\begin{aligned}r'\cos\delta'\sin(\alpha'-a) &= r\cos\delta\sin(\alpha-a)-\rho\cos\Phi\sin(\mu-a)+\rho'\cos\Phi'\sin(\Omega-a)\cos(\mu'+\psi)+\rho'\cos\Phi'\cos(\Omega-a)\sin(\mu'+\psi)\cos i\\ &\quad-\rho'\sin\Phi'\cos(\Omega-a)\sin i\\ r'\cos\delta'\cos(\alpha'-a) &= r\cos\delta\cos(\alpha-a)-\rho\cos\Phi\cos(\mu-a)+\rho'\cos\Phi'\cos(\Omega-a)\cos(\mu'+\psi)-\rho'\cos\Phi'\sin(\Omega-a)\sin(\mu'+\psi)\cos i\\ &\quad+\rho'\sin\Phi'\sin(\Omega-a)\sin i\\ r'\sin\delta' &= r\sin\delta-\rho\sin\Phi+\rho'\cos\Phi'\sin(\mu'+\psi)\sin i+\rho'\sin\Phi'\cos i\end{aligned}$$

Addiren wir diese beziehungsweise zu den vorstehenden Gleichungen, so erhalten wir sogleich

$$\begin{aligned}\cos f\sin\vartheta &= \cos\Phi'\sin(\Omega-a)\cos(\mu'+\psi)+\cos\Phi'\cos(\Omega-a)\sin(\mu'+\psi)\cos i-\sin\Phi'\cos(\Omega-a)\sin i\\ \sin f\cos d+\cos f\sin d\cos\vartheta &= \cos\Phi'\cos(\Omega-a)\cos(\mu'+\psi)-\cos\Phi'\sin(\Omega-a)\sin(\mu'+\psi)\cos i+\sin\Phi'\sin(\Omega-a)\sin i\\ \sin f\sin d-\cos f\cos d\cos\vartheta &= \cos\Phi'\sin(\mu'+\psi)\sin i+\sin\Phi'\cos i\end{aligned}$$

und hieraus durch Multiplicationen mit $\sin(\Omega-a)$, $\cos(\Omega-a)$, $\sin i$ und $\cos i$,

$$\begin{aligned}\cos\Phi'\cos(\mu'+\psi) &= \sin f\cos d\cos(\Omega-a)+\cos f\{\sin(\Omega-a)\sin\vartheta+\sin d\cos(\Omega-a)\cos\vartheta\}\\ \cos\Phi'\sin(\mu'+\psi) &= \sin f\{\sin d\sin i-\cos d\cos i\sin(\Omega-a)\}+\cos f\{\cos i\cos(\Omega-a)\sin\vartheta-[\cos d\sin i+\sin d\cos i\sin(\Omega-a]\cos\vartheta\}\\ \sin\Phi' &= \sin f\{\sin d\cos i+\cos d\sin i\sin(\Omega-a)\}-\cos f\{\sin i\cos(\Omega-a)\sin\vartheta+[\cos d\cos i-\sin d\sin i\sin(\Omega-a]\cos\vartheta\}\end{aligned}$$

welche die Auflösung unserer Aufgabe enthalten. Man kann diese Gleichungen auf die nemliche Art, wie in meinem vorigen Aufsatze geschehen ist, vereinfachen. Führt man die Hülfsgrößen Φ_1, L_1 und c ein, welche nunmehr durch folgende Gleichungen berechnet werden müssen

$$\begin{aligned}\sin(45^\circ-\tfrac{1}{2}\Phi_1)\sin\tfrac{1}{2}(c+M) &= -\sin(45^\circ+\tfrac{1}{2}(\Omega-a))\cos(45^\circ+\tfrac{1}{2}(d+i))\\ \sin(45^\circ-\tfrac{1}{2}\Phi_1)\cos\tfrac{1}{2}(c+M) &= \cos(45^\circ+\tfrac{1}{2}(\Omega-a))\cos(45^\circ+\tfrac{1}{2}(d-i))\\ \cos(45^\circ-\tfrac{1}{2}\Phi_1)\sin\tfrac{1}{2}(c-M) &= \sin(45^\circ+\tfrac{1}{2}(\Omega-a))\sin(45^\circ+\tfrac{1}{2}(d+i))\\ \cos(45^\circ-\tfrac{1}{2}\Phi_1)\cos\tfrac{1}{2}(c-M) &= \cos(45^\circ+\tfrac{1}{2}(\Omega-a))\sin(45^\circ+\tfrac{1}{2}(d-i))\\ L_1 &= M-l+(\Theta-\Delta)\end{aligned}$$

*) Die Gleichung (2) und die Gleichung $x_1=0$ sind, wenn wir uns x_1, y_1 und z_1 als veränderliche Coordinaten denken die Gleichungen der durch den Mittelpunkt des Mondes gehenden, und mit der Gesichtslinie vom Auge des Beobachters nach dem scheinbaren Berührungspunkte der beiden Gestirne parallelen graden Linie.

Digitized by Google

dann verwandeln sich die vorstehenden Gleichungen durch das in meinem vorigen Aufsatze ausgeführte Verfahren in folgende

$$\begin{aligned} \cos\varphi' \sin(L-L_1) &= \sin f \cos\varphi_1 + \cos f \sin\varphi_1 \cos(\theta - c) \\ \cos\varphi' \cos(L-L_1) &= -\cos f \sin(\theta - c) \\ \sin\varphi' &= \sin f \sin\varphi_1 - \cos f \cos\varphi_1 \cos(\theta - c) \end{aligned}$$

Der Unterschied dieses Resultats von dem für Fixsternbedeckungen erhaltenen Resultate besteht also darin, dafs man in dem Falle, wo das entferntere Gestirn Parallaxe und Halbmesser zeigt, die Hülfsgröfsen φ_1, L_1 und c nicht mit der auf den Mittelpunkt der Erde bezogenen Graden Aufsteigung α' und Abweichung δ', sondern mit der vom Mittelpunkte des Mondes aus gesehenen Graden Aufsteigung α und Abweichung d des Mittelpunktes dieses Gestirns berechnen mufs, und dafs man bei der Benutzung dieser Hülfsgröfsen jetzt ein schiefwinkliches sphärisches Dreieck aufzulösen hat, in welchem aber der gegebene Winkel (oder wenn man will die gegebene Seite) nur um den immer sehr kleinen Bogen f von 90° verschieden ist.

Da während der Dauer der Bedeckung die Gröfse α von α', und d von δ' nur äufserst wenig verschieden sind, so kann man sich immer begnügen der Berechnung der Constanten φ_1, L_1 und c die Gröfsen α' und δ' zu Grunde zu legen, und so habe ich es auch bei der oben angeführten Nov. 10 statt findenden Bedeckung des Mars gemacht. Die immer hinreichend genaue Berechnung dieser Constanten für eine Planetenbedeckung unterscheidet sich also gar nicht von der Berechnung derselben für eine Fixsternbedeckung.

Schliefslich bemerke ich noch, dafs die obigen Resultate auch mit Rücksicht auf die Strahlenbrechung strenge richtig sind, wenn man nur, wo nöthig, bei der Berechnung des Winkels θ auf die Strahlenbrechung Rücksicht genommen hat.

Um zu zeigen, wie für die obige Bedeckung des Mars der Winkel f sich gestaltet, habe ich dessen Werth berechnet und gefunden

für die äufseren Berührungen $\log\sin f = 5{,}8179 - 10$
für die inneren Berührungen $\log\sin f = 4{,}8108n - 10$

Die Berücksichtigung von f ist also bei der Vorausberechnung dieser Bedeckung ganz überflüssig, denn für die Oerter, wo der Mars hinter dem Monde eine so kleine Sehne beschreibt, dafs diese geringen Werthe von f (beziehungsweise $+4''3$ und $-1''3$) die Lage des Orts am Mondrande, wo er ein- und austritt, beträchtlich ändern könnten, wird die Beobachtung der Bedeckung ohnehin nur ungenau ausfallen können.

Hansen.

Anzeige.

Es ist schon in den früheren Bänden dieser Nachrichten bemerkt, dafs ohne ausdrückliche Bestellung und Vorausbezahlung keine Nummer eines neuen Bandes versandt wird. Die Herren Abonnenten, welche diese Blätter fortzusetzen wünschen, werden also, um Unterbrechungen zu vermeiden, ersucht baldmöglichst ihre Bestellungen einzusenden.

Man pränumerirt mit 8 ℔ Hamburger GrobCourant, oder mit einem holländischen Ducaten, und von diesem Preise wird auch den Postämtern und Buchhandlungen kein Rabatt gegeben. Ueberhaupt sind alle in dieser Anzeige bemerkten Preise, Nettopreise.

Einzelne Nummern werden nur zur Completirung, wenn sie vorräthig sind, à 4 ggr. abgelassen.

Da sehr wenig Exemplare mehr gedruckt werden als bestellt sind, so kann ein Band, der schon geschlossen ist, nicht unter 12 ℔ Hamburger GrobCourant, oder 1½ Ducaten verkauft werden. Die einzige Ausnahme ist wenn alle schon geschlossenen Bände vom 3ten (inclusive) an, auf einmal genommen werden, und wenn also, wie bei dem Verkaufe einzelner Bände, keines von den wenigen noch übrigen Exemplaren des ganzen Werks incomplet gemacht wird. In diesem Falle wird der Band auch nur zu 8 ℔ gerechnet. Der erste Band ist ganz vergriffen.

Die Anzeigen von Büchern, Instrumenten u. s. w. in den Intelligenzblättern, werden mit 2 ggr. die Zeile vergütet.

S.

Inhalt.

Ueber die Bestimmung des Punktes am Mondrande, wo bei einer Sternbedeckung der Stern ein- und austritt. Von Herrn Professor und Ritter *Hansen*, Director der Seeberger Sternwarte. p. 405.

Constanten zur Berechnung der selenographischen Lage des Punktes, wo die vom Monde bedeckten Sterne ein- und austreten, für die Monate October, November und December des Jahres 1838. Von demselben. p. 415.

Anzeige. p 419.

Altona 1838. October 11.

Digitized by Google

Register.

A.

Abbildung zu *Bessels* Abhandlung über den Doppelstern p Ophiuchi 105.

des Mars von *Beer* und *Mädler* 219.

des *Repsold*schen Meridiankreises auf der Hamburger Sternwarte 226.

Airy, G. B., Astronomer Royal in Greenwich, über den Radius vector des Uranus 217.

Altona, Längenunterschied mit Mannheim und Marburg 249.

Anzeige, betreffend die Beobachtungen auf der Königsberger Sternwarte 279.

die Astr. Nachr. betreffend 419.

Apenrade, Astronom. Ortsbestimmung daselbst von *Fischer* 183. Feuerkugel ebendaselbst gesehen am 27sten Juli 1837 von demselben 184.

Argus η (η Robur Caroli) Sir *John Herschels* Schreiben über diesen Stern an *Beer* und *Mädler* 311.

Arnold's Chronometer 1927 verkäuflich für 100 Holl. Ducaten 199.

Astron. Uhren zu verkaufen bei *Thomas Blacker* 403.

Astronom. Strahlenbrechung, Beitrag zur Theorie derselben von *F. W. Barfuss* 151.

Aufstellungsart beweglicher Instrumente, eine Bemerkung darüber von *Bessel* 121.

B.

Barfuss, F. W., in Weimar, Beitrag zur Theorie der astronomischen Strahlenbrechung 151.

Vorschlag die Länge der achromatischen Fernröhre durch ein Spiegeltelescop mit einem besondern Glasspiegel bis auf mehr als die Hälfte abzukürzen 285.

Barometrisches Höhenmessen von *Bessel* 329.

Barometerstand, mittlerer, in Cracau 215.

Beer, Wm. und Dr. *Mädler*, physische Beobachtungen des Mars 1837 in der Opposition 219.

Benzenberg, Beobachtung von Sternschnuppen 1837 in Düsseldorf 229. 1838 vom 20sten bis 26sten April 323.

Beobachtungen siehe Comet, Mondsterne, Planetenbeobachtungen, Sternbedeckungen u. s. w.

Beobachtungen auf der Königsberger Sternwarte, Anzeige dieselben betreffend 279.

Beobachtungsfehler, über die Wahrscheinlichkeit derselben von *Bessel* 369.

Berichtigungen in den Astron. Nachrichten 191.

Bessel, F. W., Geheimerrath, Director der Königsberger Sternwarte, über den Doppelstern p Ophiuchi 105.

Eine Bemerkung übrr die Aufstellungsart beweglicher Instrumente 121.

Weisse's Sternverzeichniss von *Bessels* Zonen 216.

Erklärung rücksichtlich des *Encke*schen Aufsatzes in Nr. 346 der A. N. 231.

Ueber barometrisches Höhenmessen 329.

Untersuchung über die Wahrscheinlichkeit der Beobachtungsfehler 369.

Bianchi, Director der Sternwarte in Modena, über den veränderlichen Stern θ Ceti 163.

Blacker, Th., Verzeichniss von verkäuflichen astronomischen Uhren 403.

Boguslawsky, Prof., Director der Breslauer Sternwarte, Beobachtung des *Encke*schen Cometen 1838 den 14ten und 19ten August 367.

Bremiker in Berlin, Elemente des *Encke*schen Cometen 284. Ephemeride desselben 303.

Breslau, Beobachtungen des *Encke*schen Cometen auf der dortigen Sternwarte am 14ten und 19ten Aug. 1838 von *Boguslawsky* 367.

British Association for the Advancement of science, Versammlung derselben am 20sten August 1838 in Newcastle on Tyne 249.

C.

Cap de bonne espérance, Beobachtungen daselbst von *Henderson* und Vergleichung derselben mit Greenwicher Beobachtungen zur Bestimmung der Mondparallaxe 25.

Caspisches und schwarzes Meer, Fortgang der Operationen zwischen selbigen von *Struve* 103.

Ceres, beobachtet im August und September 1836 von *Koller* in Kremsmünster 195.

Ceti θ, über diesen veränderlichen Stern von *Bianchi* 163.

Chronometer von *U. Jürgensen*, Gang desselben gegeben von *A. Lang* auf St. Croix 22.

Arnold 1927 zu verkaufen für 100 Holl. Ducaten 199.

Comet, *Encke*scher, über dessen Wiederkehr 1838 von *Encke* 281. Elemente desselben von *Bremiker* 284. Ephemeride für 1838 von *Bremiker* 383.

Boguslawski Beobachtungen desselben 1838 Aug. 14 und 19 in Breslau 367.

Constanten von *Hansen* zur Berechnung der selenographischen Lage des Punktes, wo die vom Monde bedeckten Sterne ein- und austreten, für die Monate October, November und December 1838. 415.

Digitized by Google

Coronae η. Elemente dieses Doppelsterns von *Mädler* 303.

Cracau, Resultate der meteorologischen Beobachtungen daselbst von *Weise* 215.

Beobachtungen von Mondsternen 1837 von demselben 227.

von Sternbedeckungen 229.

St. Croix, Sternbedeckungen und Mondsterne, beobachtet von *A. Lang* daselbst 21.

D.

Dörfer, Rector in Heide, Anzeige seiner Leçons de Goniometrie 31.

Doppelstern p Ophiuchi von *Bessel* 105.

3062 Struve in der Cassiopea, Bahn desselben von *Mädler* 151.

η Coronae, Elemente desselben von *Mädler* 303.

Dorpat, über das auf der dortigen Sternwarte befindliche, mit einem Verticalkreise versehene *Repsold*sche Durchgangsinstrument von *Struve* 121.

Druckfehler in den Astron. Nachr. 192.

Durchgangsinstrument, tragbares, mit einem Verticalkreise von *Repsold*, auf der Dorpater Sternwarte von *Struve* 121.

Dumouchel, P., Director der Sternwarte des Collegio Romano in Rom, über die Satelliten und den Ring des Saturns 359.

E.

Elemente des *Encke*schen Cometen von *Bremiker* 284.

des Doppelsterns η Coronae von *Mädler* 303.

Encke, J. F., Director der Berliner Sternwarte, sah auf dem Ring des Saturns am 25sten April 1837 mehrere Abtheilungen 17.

sah γ Virginis doppelt 22.

über einige Aeufserungen von *Bessel* in den Astron. Nachr. Nr. 344. 173.

Aufsatz in den Astr. Nachr. Nr. 346; *Bessels* Erklärung rücksichtlich desselben 231.

Enckescher Comet, über dessen Wiederkehr 1838 von *Encke* 281.

Elemente desselben von *Bremiker* 284.

Ephemeride für 1838 von demselben 303.

Beobachtung desselben am 14ten und 19ten August 1838 in Breslau von *Boguslawsky* 367.

Ephemeride des *Encke*schen Cometen für 1838 von *Bremiker* 303.

Erdschatten, über die Gröfse desselben von *Mädler* 29.

F.

Feldt in Braunschweig, Beobachter von Sternschnuppen 199.

Feodoroff, astronomische Ortsbestimmungen und magnetische Beobachtungen in Sibirien 103.

Feraröhre, achromatische, durch ein Spiegeltelescop mit einem besondern Glasspiegel über die Hälfte abzukürzen von *Barfuss* 285.

Feuerkugel, gesehen 1837 Jul. 27 von *Fischer* in Apenrade 184.

Fischer in Apenrade, astronom. Ortsbestimmungen daselbst 183. Beobachtung einer Feuerkugel 1837 den 27sten Juli 184.

Flecke auf der Sonne von *Schwabe* 243.

von Fuss, wirklicher Staatsrath, Mitglied und beständiger Secretair der Kaiserl. Academie der Wissenschaften in St. Petersburg, Mittheilung der Statuten für die Kaiserlich Russische Hauptsternwarte zu Pulkowa 361.

G.

Gang eines *Jürgensen*schen Chronometers, mitgetheilt von *A. Lang* 22.

Gerling, Professor in Marburg, über die aus Signalbeobachtungen abgeleiteten Längenunterschiede zwischen Göttingen, Altona, Marburg und Mannheim 249.

Göttingen, Längenunterschied mit Marburg und Mannheim aus beobachteten Signalen bestimmt von *Gerling* 249.

Greenwicher Beobachtungen verglichen mit *Hendersons* Beobachtungen am Vorgebirge der guten Hoffnung zur Bestimmung der Mondparallaxe 25.

Grunert, Dr., Professor in Greifswald, über die Reduction der Monddistanzen 27.

H.

Hamburger Sternwarte, Meridiankreis derselben von *A.* und *G. Repsold* 226.

daselbst beobachtete Mondsterne vom Jan. 1836 bis März 1838 von *Rümker* 297.

Hansen, P. H., Professor, Director der Seeberger Sternwarte, über die Verfinsterungen auf der Erde überhaupt 33

über den Einfluss der Strahlenbrechung auf Sonnenfinsternisse und Sternbedeckungen 185.

Note sur la théorie des perturbations planétaires 201.

Ueber die Bestimmung des Punktes am Mondrande, wo bei einer Sternbedeckung der Stern ein- und austritt 405.

Constanten zur Bestimmung der selenographischen Lage des Punktes, wo die vom Monde bedeckten Sterne ein- und austreten für 1838 Oct., Nov., Dec. 415.

Henderkamp, Oberlehrer der Mathematik und Naturwissenschaften am Gymnasium in Hamm in Westphalen, Bestimmung der Rotationselemente der Himmelskörper aus Beobachtungen von Punkten oder Flecken auf ihrer Oberfläche 233.

Henderson, T., in Edinburgh, Bestimmung der Mondparallaxe aus dessen Beobachtungen am Vorgebirge der guten Hoffnung und aus Greenwicher Beobachtungen 25.

Höhenmessen, barometrisches, von *Bessel* 329.

Herschel, Sir *John*, an *Beer* u. *Mädler* über den Stern η Argus (η Robur Caroli) 311.

I.

Jürgensen, L. U., Gang eines Chronometers mitgetheilt von *A. Lang* 22.

Jupiter, beobachtet von *Koller* in Kremsmünster von 1835 Dec. bis 1836 März 193.

K.

Königsberger Beobachtungen, Anzeige dieselben betreffend 279.

Koller, Director der Sternwarte in Kremsmünster, Beobachtungen von Planeten 193; von Mondsternen 195. Beobachter von Sternschnuppen 199.

Kopenhagen, daselbst beobachtete Mondsterne 1833 bis 1836 von *Pedersen* 177. Planeten 197.

Digitized by Google

Kreil, Adjunct an der Mailänder Sternwarte, über die Sternschnuppen am 10ten und 11ten Aug. 1838. 29.
Magnetische Beobachtungen in Mailand 1836 und 1837 und daraus ersichtlicher Einfluss des Mondes auf die Magnetnadel 169.
Kremsmünster, siehe Koller.
Kupfer zu *Bessels* Abhandlung über den Doppelstern p Ophiuchi 105.

L.

Längenunterschied von Altona, Göttingen, mit Marburg und Mannheim 279; mit Wien, Strasburg, Speier 280.
Lang, Andr., auf St. Croix, Beobachtungen von Mondsternen und Sternbedeckungen 21.
Leçons de Goniométrie 1835 von *Dörfer* 29.

M.

Mädler und *Beer* physische Beobachtungen des Mars 1837 in der Opposition 219.
Mädler, Dr. *J. H.*, über den Gebrauch der Mondkarte 1.
Verzeichniss der Mondflecke 7.
Untersuchung über die Gröfse des Erdschattens 29.
Ueber die Bahn des Doppelsterns 3062 Struve in der Cassiopeja 151.
Ueber Beobachtung von Sternschnuppen 199
Elemente des Doppelsterns η Coronae 303.
Magnetische Beobachtungen in Sibirien von *Feodoroff* 103. von *Kreil* in Mailand 1836 u. 1837 und daraus zu erkennender Einfluss des Mondes auf die Magnetnadel 169.
Mannheim und Marburg Längenunterschied mit Göttingen aus beobachteten Signälen abgeleitet von *Gerling* 249. mit Wien, Speier und dem Strasburger Münster 280.
Mars, physische Beobachtungen desselben von *Beer* und *Mädler* 1837 in der Opposition 219.
Meridiankreis der Hamburger Sternwarte von *A.* und *G. Repsold* 225.
Mond, Einfluss desselben auf den magnetischen Zustand der Erde von *Kreil* 169.
Monddistanzen, Reduction derselben von *Grunert* 27.
Mondflecke, Verzeichniss derselben von *Mädler* 7.
Mondkarte von *Beer* und *Mädler*, über den Gebrauch derselben 1.
Mondparallaxe, abgeleitet aus *Hendersons* Beobachtungen am Vorgebirge der guten Hoffnung und aus correspondirenden Greenwicher Beobachtungen 25.
Mondrand, Bestimmung des Punktes an selbigem, wo bei einer Sternbedeckung der Stern ein- und austritt, von *Hansen* 405.
Mondsterne, beobachtet:
auf St. Croix 1832, 1833 u. 1834 von *A. Lang* 23;
in Cracau vom Jan. bis Dec. 1837 von *M. Weisse* 227.
in Hamburg vom Jan. 1836 bis März 1838 von *Ch. Rümker* 297.
in Kopenhagen von 1833 bis 1836 von *Pedersen* 177.
in Kremsmünster vom Jan. bis Oct. 1836 von *Koller* 195.
v. Montedego in Ofen, Beobachter von Sternschnuppen 199.
Morstadt in Prag, Beobachter von Sternschnuppen 199.

N.

Neumann, Professor in Königsberg, über eine neue Eigenschaft der *Laplace*schen $Y^{(n)}$ und ihre Anwendung zur analytischen Darstellung derjenigen Phänomene, welche Functionen der geographischen Länge und Breite sind 313.
Newcastle on Tyne, Versammlung der British Association etc. daselbst 1837 den 20sten Aug. 249.
Nicolai, Hofrath, Director der Sternwarte in Mannheim, über die Länge von Mannheim 279.

O.

Olufsen, Professor, Director der Kopenhagener Sternwarte, Mittheilung der Beobachtungen von Mondsternen etc. daselbst von Mag. *Pedersen* 177.
p Ophiuchi, über diesen Doppelstern von *Bessel* 105.
Ortsbestimmungen, astronom., und magnet. Beobachtungen in Sibirien von *Feodoroff* 103; von *Fischer* in Apenrade 183.

P.

Pallas, beobachtet in Kremsmünster 1836 im Juli und August von *Koller* 195.
Pedersen, Magister, Observator an der Kopenhagener Sternwarte, Beobachtung von Mondsternen von 1833 bis 1836. 177. von Planeten 197.
Perturbations planétaires par Mr. *Hansen* 201.
Physische Beobachtung des Mars in der Opposition 1837 von *Beer* und *Mädler* 219.
Planeten-Beobachtungen,

Vesta	beob. in Kremsmünster	1836 im März von *Koller* 193.
Pallas	beob. in Kremsmünster	1836 im Juli und August von *Koller* 195.
	in Kopenhagen	1835 im Juni und 1836 im August von *Pedersen* 197.
Ceres	beob. in Kremsmünster	1836 im Aug. und Sept. von *Koller* 195.
	in Kopenhagen	1835 im Juni, 1836 im Aug. von *Pedersen* 197.
Jupiter	beob. in Kremsmünster	1835 Dec. bis 1836 März von *Koller* 193.
Saturn	——— ———	1836 April bis Juni v. *Koller* 193.
Uranus	——— ———	1836 Aug. bis Oct. von *Koller* 195.

Ponsscher Comet d. h. *Encke*scher Comet, siehe diesen.
Psychrometerstand, mittlerer, in Cracau von *Weisse* 215
Pulkowa, Statut der dortigen Hauptsternwarte 361.

R.

Radiusvector des Uranus von *Airy* 217.
Reduction der Monddistanzen von *Grunert* 27.
Repsolds tragbares Durchgangsinstrument mit einem Verticalkreise auf der Dorpater Sternwarte, von *Struve* 121.
Meridiankreis der Hamburger Sternwarte, Beschreibung und Zeichnung desselben 226.
Ring des Saturns in mehreren Theilen gesehen von *Encke* 17. von *P. de Vico* in Rom 359.
η Robur Caroli (η Argus), Sir *John Herschels* Schreiben über diesen Stern an *Beer* und *Mädler* 311.
Rom, Collegio Romano, Beobachtungen von P. *de Vico* der Satelliten und des Ringes vom Saturn 359.
Rotationselemente der Himmelskörper, Bestimmung derselben aus Beobachtungen von Punkten oder Flecken auf ihrer Oberfläche von *Henderkamp* 233.
Rümker, Ch., Director der Hamburger Sternwarte, daselbst beobachtete Mondsterne von 1836 Jan. bis 1838 März 297.

Digitized by Google

S.

Satelliten des Saturns beobachtet von P. *de Vico* 359.

Saturn, beobachtet in Kremsmünster 1836 vom April bis Juni von *Koller* 193.

Dessen Ring mehrfach getheilt gesehen am 25ten April 1837 von *Encke* 17, ebenfalls von P. *de Vico*, so wie Beobachtung der Satelliten 359.

Schwabe in Dessau, über Flecke der Sonne 243.

Schwarzes Meer und Caspisches Meer, über den Fortgang der Observationen zwischen selbigen von *Struve* 103.

Sibirien, *Feodoroff's* astronomische Ortsbestimmungen und magnetische Beobachtungen daselbst 103.

Signäle zu *Gerlings* Längenbestimmung zwischen Göttingen, Marburg und Mannheim 249.

Sonnenfinsternisse und Sternbedeckungen, über den Einfluss der Strahlenbrechung auf selbige von *Hansen* 185.

Sonnenflecke von *Schwabe* 243.

Speier, Längenunterschied mit Mannheim 280.

Statut der Kaiserl. Russischen Hauptsternwarte zu Pulkowa 361.

Steindrücke, Abbildungen des Mars von *Beer* und *Mädler* 219. Zeichnung des Meridiankreises der Hamburger Sternwarte von *A.* und *G. Repsold* 229.

Sternbedeckungen, Bestimmung des Punktes am Mondrand, wo der Stern ein- und austritt von *Hansen* 405.

Constanten zur Bestimmung der selenographischen Lage des Punktes, wo die vom Monde im Oct., Nov. u. Dec. 1838 bedeckten Sterne ein- und austreten 415.

Beobachtet auf St. Croix (1832 März 6 1833 Novbr. 17 1834 Aug. 7 Sept. 6) 21.
in Cracau (1837 Febr 14 März 13. 15. 16 Mai 10 Juni 6 Aug. 14 Nov. 10) 229.
in Göttingen (1837 Dec. 9) 167.

beob. (1832 März 6. 1833 Nov. 17. 1834 Aug. 7 Sept. 6) 21.
(1837 Febr. 14 März 13. 15. 16 Mai 10 Jun. 6 Aug. 14 Nov. 10) 229.
(1837 Dec. 9) 167.

Sternschnuppen; vom 10ten und 11ten Aug. 1838 beobachtet in Mailand von *Kreil* 29, *Mädler* über selbige 199. Beobachter *Feldt* in Braunschweig und *Koller* in Kremsmünster; *Mädler* in Berlin; *Montedego* in Ofen; *Morstadt* in Prag; *Weisse* in Cracau 199. Beob. 1837 von *Benzenberg* 229. 1838 vom 20ten bis 26ten April von demselben 323.

Sternverzeichniss der *Besselschen* Zonen von *Weisse* 216.

Störungen der Planeten von *Hansen* 201.

Strahlenbrechung, über den Einfluss derselben auf Sonnenfinsternisse und Sternbedeckungen von *Hansen* 185.

Strasburger Münster, Längenunterschied mit Mannheim 280.

Struve, Staatsrath, Director der Hauptsternwarte zu Pulkowa, über den Fortgang der Operationen zwischen dem schwarzen und caspischen Meere 103.

Ueber ein auf der Dorpater Sternwarte befindliches mit einem Verticalkreise versehenes tragbares Durchgangsinstrument von *Repsold* 125.

T.

Tabellen zu *Bessels* Abhandlung über barometrisches Höhenmessen 329.

Thermometerstand, mittlerer, in Cracau von *Weisse* 215.

U.

Uhren, astronomische, zu verkaufen bei *Th. Blacker* 403.

Ukas S. M. des Kaisers von Rußland an den dirigirenden Senat mit dem Statut für die Hauptsternwarte bei Pulkowa 361.

Untersuchung über die Wahrscheinlichkeit der Beobachtungsfehler von *Bessel* 369.

Uranus beobachtet in Kremsmünster 1836 vom Aug bis Octbr. von *Koller* 195.

Ueber dessen Radiusvector von *Airy* 217.

V.

Verbesserungen in den Astr. Nachr. 192.

Verfinsterungen, über selbige auf der Erde überhaupt von *Hansen* 33.

Verzeichniss der Sterne in *Bessels* Zonen von *Weisse* 216.

Vesta, beob. in Kremsmünster 1836 im März von *Koller* 193.

de Vico, P., Gehülfe an der Sternwarte des Collegio Romano in Rom, Beobb. der Satelliten und des Ringes vom Saturn 359.

γ Virginis, am 29sten März 1837 doppelt gesehen von *Encke* 22.

W.

Wahrscheinlichkeit der Beobachtungsfehler, Untersuchung über selbige von *Bessel* 369.

Weisse in Cracau, Beobachter von Sternschnuppen 199. Resultate aus meteorolog. Beobachtungen daselbst 215. Sternverzeichnisse der *Besselschen* Zonen 216. Beobachtung 1837 von Mondsternen 227. 1837 von Sternbedeckungen 229.

Westindien, St. Croix, Beobachtungen daselbst von Sternbedeckungen u. Mondsternen von 1832 bis 1834 von *Lang* 21.

Wien, Längenunterschied mit Mannheim 280.

Y.

Yates, *James*, Secretair der British Association for the Advancement of Science, Anzeige ihrer Versammlung 1837 Aug. 20 in Newcastle on Tyne 249.

Z.

Zeichnung zu *Bessels* Beobb. des Doppelsterns p Ophiuchi 105. des Mars von *Beer* und *Mädler* 219. des Meridiankreises auf der Hamb. Sternwarte von *Repsold* 226.

Zonen, *Bessels*, Sternverzeichniss derselben von *Weisse* 216.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google